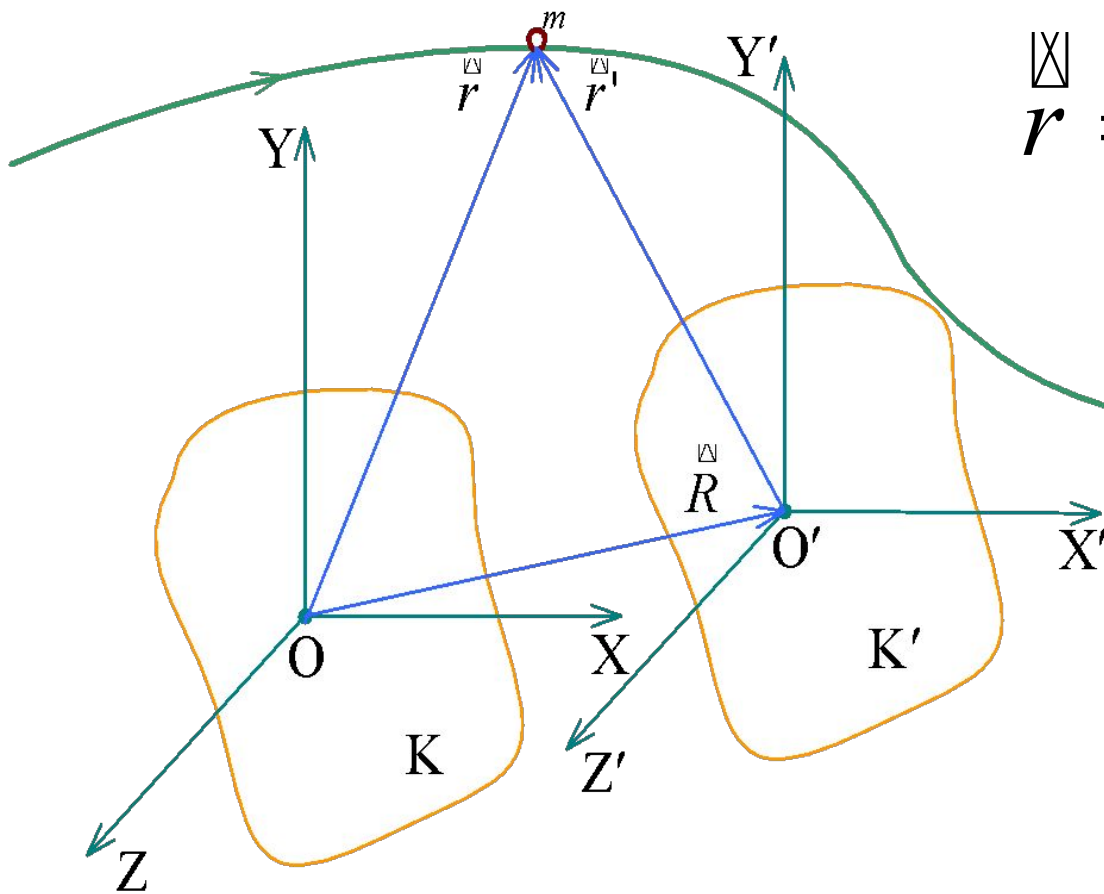


**ЭЛЕМЕНТЫ СПЕЦИАЛЬНОЙ  
ТЕОРИИ  
ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ (СТО).  
РЕЛЯТИВИСТСКАЯ  
КИНЕМАТИКА**

# 1. Преобразование Галилея. Механический принцип относительности



$$\vec{r} = \vec{r}' + \vec{R} = \vec{r}' + \vec{V}t \quad (*)$$

или

$$\begin{aligned} x &= x' + V_x t' \\ y &= y' + V_y t' \\ z &= z' + V_z t' \\ t &= t' \end{aligned} \quad (**)$$

K – условно неподвижная ИСО

K' – движущаяся со скоростью  $\vec{V} = const$  относительно K СО

**(\*)** и **(\*\*)** - преобразование

$$\frac{d}{dt} \boxed{(*)} \rightarrow \vec{v} = \vec{v}' + \vec{V} \xrightarrow{\frac{d}{dt}} \vec{a} = \vec{a}'$$

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

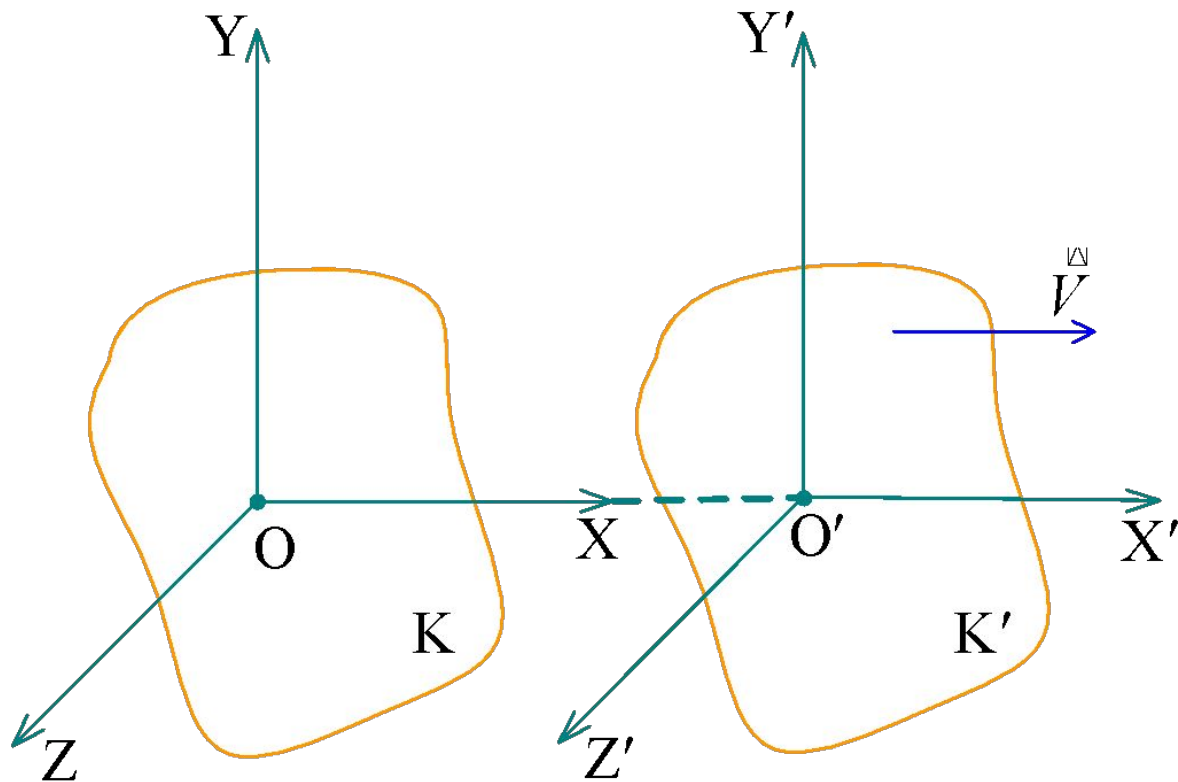
$$\vec{F}' = m\vec{a}'$$

Ускорение материальной точки во всех инерциальных системах отсчета одно и то же!!!

**Принцип относительности (ПО) Галилея (механический ПО) гласит:**

во всех инерциальных системах отсчета законы механики формулируются одинаково, др. словами уравнения, выражающие законы механики инвариантны по отношению ко всем ИСО.

Принцип относительности утверждает **равноправие всех инерциальных систем отсчета.**



$$x = x' + Vt'$$

$$y = y'$$

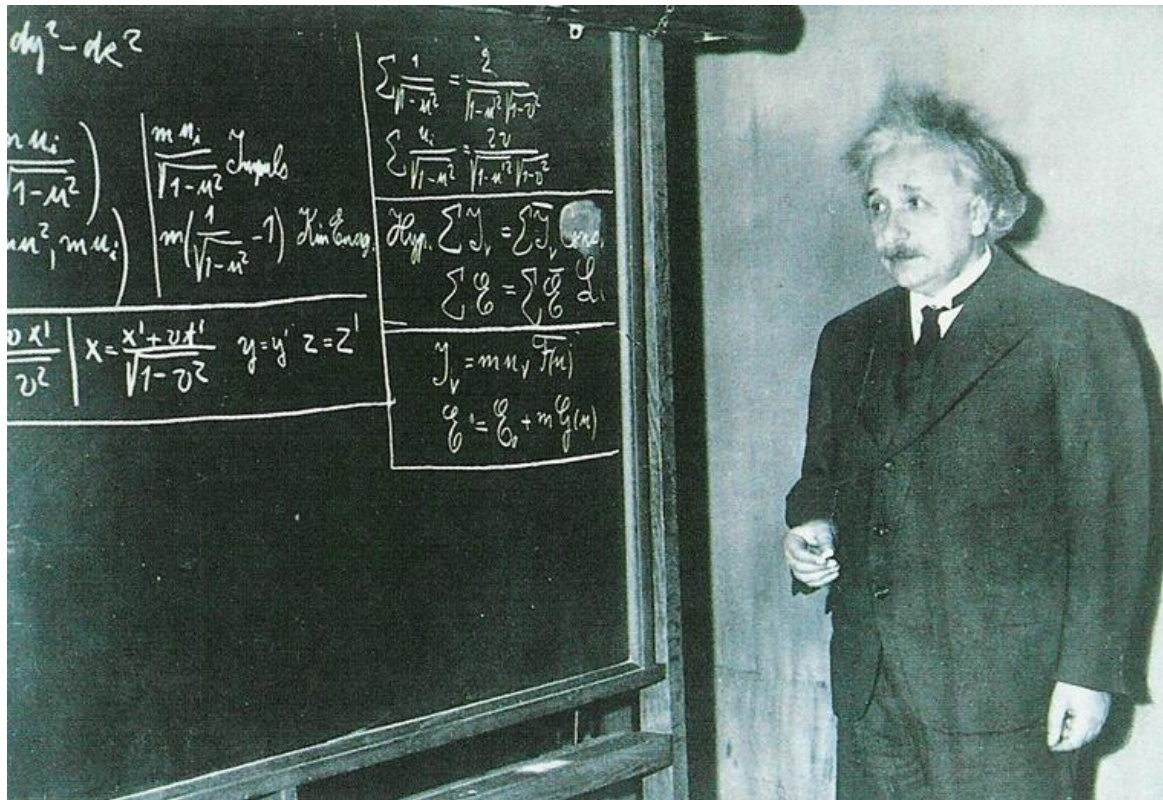
$$z = z'$$

$$t = t'$$

**частное  
преобразован  
ие**

Галилея

## 2. Постулаты СТО. (Постулаты Эйнштейна)



- описание любого физического события или явления зависит от *системы отсчета*, в которой находится наблюдатель

- но, в то время как описание событий зависит от наблюдателя, законы природы от него не зависят, то есть, как принято говорить на научном языке, являются *инвариантными*

**1. Все законы природы во всех инерциальных системах отсчета имеют один и тот же вид**

**2. Скорость света в вакууме во всех ИСО одна и та же**

### 3. Преобразование Лоренца

$$K' \rightarrow K$$

$$x = \frac{x' + Vt'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}; \quad y = y'; \quad z = z'; \quad t = \frac{t' + \frac{V}{c^2}x'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

#### **Выводы:**

-при  $V > c$  знаменатели выражений преобразования становятся мнимыми и преобразование теряет смысл.

-в нерелятивистском пределе  $V \ll c$  переходит в частное преобразование Галилея.

## 4. Следствия преобразования Лоренца. Сокращение

длин.

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}$$

Формула описывает сокращение движущихся предметов (тел) в направлении движения (лоренцево сокращение).

## 5 . Замедление хода движущихся часов

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

## 6 . Закон сложения скоростей

$$v_x = \frac{v'_x + V}{1 + \frac{Vv'_x}{c^2}}, \quad v_y = \frac{v'_y \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 + \frac{Vv'_x}{c^2}}, \quad v_z = \frac{v'_z \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 + \frac{Vv'_x}{c^2}}$$

**ЭЛЕМЕНТЫ СПЕЦИАЛЬНОЙ  
ТЕОРИИ  
ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ (СТО).  
РЕЛЯТИВИСТСКАЯ  
ДИНАМИКА**



# 1. Необходимость переопределения импульса в релятивистской динамике


В релятивистской механике СТО под массой частицы понимают **ту же самую** (как и в нерелятивистской) **величину**: масса – мера инертности, неотрицательный параметр частицы, **один и тот же во всех ИСО**, т.е. **инвариантный относительно преобразования Лоренца**.

Однако, уравнение движения частицы в виде

$$m \overset{\boxtimes}{a} = \overset{\boxtimes}{F} \quad (*)$$

**в релятивистской области не работает**, и в этом нетрудно убедиться:

движение электрона в постоянном  
однородном электростатическом поле  
напряженностью  $\overset{\boxtimes}{E}$


$$m_e \frac{d\overset{\boxtimes}{v}}{dt} = (-e)\overset{\boxtimes}{E}$$

$$\overset{\boxtimes}{v}(t) = \overset{\boxtimes}{v}_0 - \frac{e}{m_e} \overset{\boxtimes}{E} t \quad \xrightarrow{v_0 = 0} \quad \overset{\boxtimes}{v}(t) = \frac{e}{m_e} Et$$

$E = 1 \text{ МВ/м} = 10^6 \text{ В/м}$   
 $t = 2 \text{ нс} = 2 \cdot 10^{-9} \text{ с}$

$v \approx 3,52 \cdot 10^8 \text{ м/с}$   
 $v > c!$   
**абсурд!**

Другая версия

(\*):

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} \quad (**)$$

Если использовать определение  $\vec{p} \equiv m\vec{v}$ :

- получим снова выражение (\*);
- можно доказать, что закон сохранения импульса не будет инвариантен при переходе из одной ИСО к другой.

Нерелятивистское определение импульса надо «переопределить», можно доказать, что 2-й з-н Ньютона в форме (\*\*) будет инвариантом, если

$$\vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Релятивистский импульс

движение электрона в  
постоянном  
однородном  
электростатическом  
поле...

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = -e\vec{E}$$
$$\vec{p} = \vec{p}_0 - e\vec{E}t \quad \vec{p}_0 = 0$$

$$\vec{p}(t) = eEt$$

$$\frac{m_e v(t)}{\sqrt{1 - \frac{v^2(t)}{c^2}}} = eEt$$

$$v(t) = c \frac{eEt}{\sqrt{(eEt)^2 + (m_e c)^2}}$$

Из последней формулы видно, что при всех конечных  $t \longrightarrow v(t) < c$  ! ч.м.д.

## 2. Релятивистская энергия частицы. Связь между энергией и импульсом. Энергия покоя.

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Релятивистский

энергия

$$\frac{E^2}{c^2} - p^2 = \text{inv}$$

$$\frac{E^2}{c^2} - p^2 = (mc^2)^2 = E_0^2$$

(\*\*\*)

Покоящаяся частица (материальная точка) обладает отличной от нуля энергией:

$$E_0 = mc^2$$

Энергия

ПОКОЯ

### 3. Кинетическая энергия частицы

$$T \equiv E - E_0 = mc^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right) \quad \text{если} \quad \delta = v^2 / c^2$$

а затем

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \delta}} - 1 = \frac{1}{2} \delta + \frac{3}{8} \delta^2 + \dots$$

пренебрегая членами высокого порядка

$$T = \frac{mv^2}{2} \rightarrow \text{как в классической механике!!}$$

## Найдем связь между энергией и импульсом

Итак 
$$E = T + E_0 = T + mc^2$$

подставим в (\*\*\*)

$$E^2 - p^2 c^2 = E_0^2 \Rightarrow$$

$$p^2 c^2 = E^2 - E_0^2 \longrightarrow$$

$$p^2 c^2 = (E - E_0)(E + E_0) = T(T + 2E_0) = T(T + 2mc^2)$$


$$p = \frac{1}{c} \sqrt{T(T + 2mc^2)}$$

при  $T \ll mc^2 \longrightarrow p = \sqrt{2mT}$

как в классической  
механике!!

## 4. Релятивистская масса частицы. Частицы с нулевой

массой.

$$m_r \equiv \frac{m}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$
$$\vec{p} = m_r \vec{v}$$
$$E = m_r c^2$$


В природе существуют очень интересные объекты – **частицы с нулевой массой**. Примером такой частицы является **фотон** – квант электромагнитного излучения. Выражение для релятивистской энергии

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

показывает, что она может быть отличной от нуля при  $m = 0$  только в том случае, если скорость частицы (всегда, относительно любой инерциальной системы отсчета!) равна  $c$