



СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИНФОРМАТИКИ

8 класс

Общие сведения

Система счисления - это знаковая система, в которой приняты определённые правила записи чисел.

Цифры - знаки, при помощи которых записываются числа.

Алфавит системы счисления - совокупность цифр.



1	2	3	4	5	6	7	8	9	- 30
·ā·	·b·	·g·	·d·	·e·	·s·	·z·	·h·	·q·	
10	20	30	40	50	60	70	80	90	50
·ī·	·k·	·ā·	·m·	·n·	·z̄·	·o·	·p·	·c·	
100	200	300	400	500	600	700	800	900	
·p·	·g·	·t·	·v·	·f·	·x·	·ψ·	·w·	·ц·	
11	12	13	14	15	16	17	18	19	
·ai·	·bi·	·gi·	·di·	·ei·	·si·	·zi·	·hi·	·oi·	
222	319	431	988						
·СКВ·	·ТФІ·	·УЛА·	·ЦПИ·						
222	319	431	988						
1000	2000	20000	43000						
·А·	·В·	·К·	·МГ·						
10000	300000	4000000	80000000						



Вав
Ег
Древнеславянская система счисления

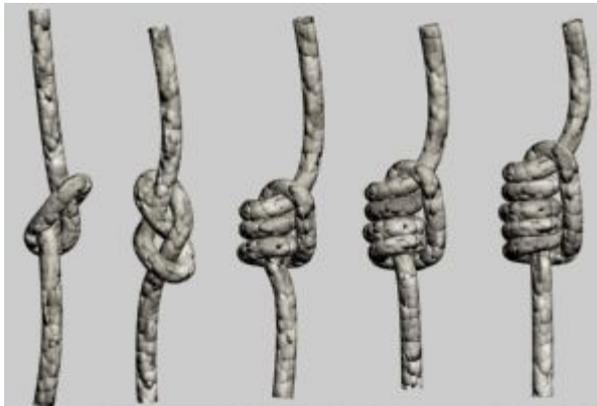
лени
лени

История возникновения счета

Счет появился тогда, когда человеку потребовалось информировать своих сородичей о количестве обнаруженных им предметов. В разных местах придумывались разные способы передачи численной информации: от зарубок по числу предметов до хитроумных знаков - цифр. Во многих местах люди стали использовать для счета пальцы. Одна из таких систем счета и стала общеупотребительной – десятичная.

Унарная система счисления

Простейшая и самая древняя система - **унарная** система счисления. В ней для записи любых чисел используется всего один символ - палочка, узелок, зарубка, камушек.



Узелки, дощечки

Примеры узелков, зубки

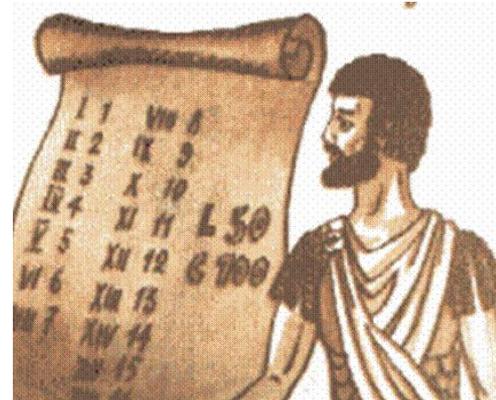
Зарубки, камешки

Непозиционная система счисления

Система счисления называется **непозиционной**, если количественный эквивалент (количественное значение) цифры в числе не зависит от её положения в записи числа.

Римская система счисления

1	I	100	C
5	V	500	D
10	X	1000	M
50	L		



Здесь **алгоритмические** числа получаются путём сложения и вычитания **узловых** чисел с учётом следующего правила: каждый меньший знак, поставленный справа от большего, прибавляется к его значению, а каждый меньший знак, поставленный слева от большего, вычитается из него.

Позиционная система счисления

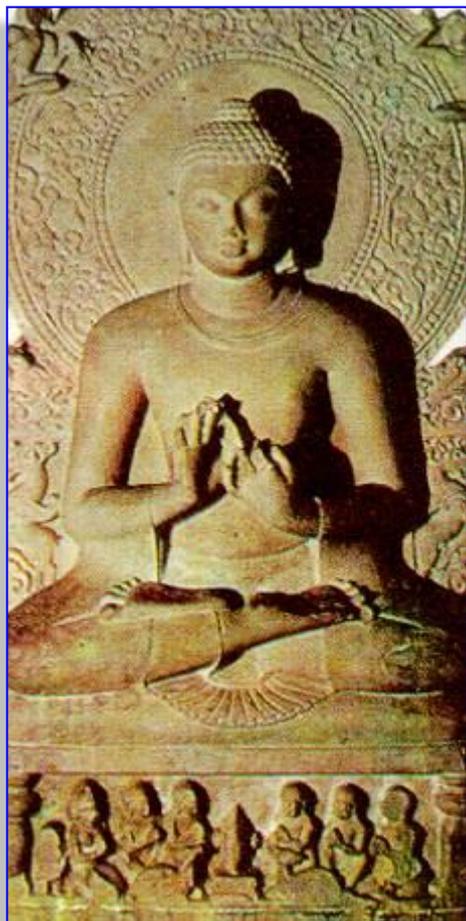
Система счисления называется *позиционной*, если количественный эквивалент цифры в числе зависит от её положения в записи числа.

Основание позиционной системы счисления равно количеству цифр, составляющих её алфавит.

Алфавит десятичной системы составляют цифры 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Десятичная система счисления

Цифры **1234567890** сложились в Индии около **400 г. н. э.**



Арабы стали пользоваться подобной нумерацией около **800 г. н. э.**

۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷ ۸ ۹ ۰

Примерно в **1200 г. н. э.** эту нумерацию начали применять в Европе.



Типы систем счисления

Типы систем счисления

```
graph TD; A[Типы систем счисления] --> B[Позиционные]; A --> C[Непозиционные]; B --> D[значение цифры зависит от ее места (позиции) в записи числа;]; C --> E[значение цифры не зависит от ее места (позиции) в записи числа;]
```

Позиционные

значение цифры **зависит** от ее места (*позиции*) в записи числа;

Непозиционные

значение цифры **не зависит** от ее места (*позиции*) в записи числа;

Позиционные системы счисления

Значение цифры зависит от ее **позиции**, т.е. одна и та же цифра соответствует разным значениям в зависимости от того, в какой позиции числа она стоит.

Десятичная система



Позиционные системы счисления

Основание системы счисления (N) - количество цифр (знаков), используемых для представления чисел

Основание	Алфавит	Пример
Двоичная система счисления		
N=2	0, 1	1001011 2
Четверичная система счисления		
N=4	0, 1, 2, 3	2301 4

Позиционные системы счисления

Основание

Алфавит

Пример

Восьмеричная система счисления

$N=8$

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

527

8

Шестнадцатеричная система счисления

$N=16$

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F

10 11 12 13 14 15

2F5₁₆

16

Решение задач

В каких системах счисления записаны числа?

2593_{10} , 110101_2 , 207_8 , $5C_{16}$

Найти ошибки в записи чисел в различных С.С.

231_4 7352_8 ~~234_8~~ ~~2154_4~~

10111_2 ~~1002011_2~~ ~~518_{12}~~

Решение задач

Какое минимальное основание должна иметь С.С.,
если в ней могут быть записаны числа

312_?

1012_?

6720_?

790_?

1000_?

3440_?

2F1_?

A19_?

Соответствие между числами в различных системах счисления

10-ая	2-ая	8-ая	16-ая
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F
16	10000	20	10
17	10001	21	11

Соответствие систем счисления

Десятичная	0	1	2	3	4	5	6	7
Двоичная	0	1	10	11	100	101	110	111
Восьмеричная	0	1	2	3	4	5	6	7
Шестнадцатеричная	0	1	2	3	4	5	6	7

Десятичная	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Двоичная	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111	10000
Восьмеричная	10	11	12	13	14	15	16	17	20
Шестнадцатеричная	8	9	A	B	C	D	E	F	10

Перевод чисел из 10-й с. с. в 2-ю, 8-ю, 16-ю с. с.

Правила перевода

- ✓ Разделить десятичное число на основание той системы счисления в которую переводим (2, 8, 16). Получится частное и остаток.
- ✓ Частное опять разделить на основание той системы счисления в которую переводим. Выполнять деление до тех пор, пока последнее частное не станет меньше основания системы в которую переводим.
- ✓ Записать последнее частное и все остатки в обратном порядке. Полученное число и будет двоичной записью исходного десятичного числа.

Перевод чисел из 10-й СС в 2-ю СС

$$57_{10} \rightarrow X_2$$

57		2								
56		28		2						
<u>1</u>		28		14		2				
		<u>0</u>		14		7		2		
				<u>0</u>		6		3		2
						<u>1</u>		2		<u>1</u>
								<u>1</u>		

Записываем выделенные
остатки в обратном порядке

Ответ:

$$57_{10} = 111001_2$$

Перевод чисел из 10-й СС в 8-ю СС

$$100_{10} \rightarrow X_8$$

100	8	
96	12	8
4	8	1
4	4	1

*Записываем выделенные
остатки в обратном порядке*

Ответ:

$$100_{10} = 144_8$$

Перевод чисел из 10-й СС в 16-ю СС

Основание (количество цифр): **16**

Алфавит: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, **A**, **B**, **C**, **D**, **E**, **F**
10 11 12 13 14 15

$$335_{10} \rightarrow X_{16}$$

335	16	
<u>320</u>	20	16
	16	1
	<u>4</u>	

(F) ← (15) (4) (1)

*Записываем выделенные
остатки в обратном порядке*

Ответ:

$$335_{10} = 14F_{16}$$

Решение задач

В двоичную систему:

$$185_{10} = 10111001_2$$

185	2						
184	24	2					
1	24	12	2				
	0	12	6	2			
		0	6	3	2		
			0	2	1	1	
				1			

Решение задач

Восьмеричная система:

$$75_{10} = 113_8$$

$$\begin{array}{r|l} 75 & 8 \\ \hline 72 & 9 \\ \hline \mathbf{3} & \mathbf{8} \\ & \mathbf{1} \end{array}$$

Решение задач

Шестнадцатиричная система:

$$107_{10} = 6B_{16}$$

$$\begin{array}{r|l} 107 & 16 \\ \hline 96 & \mathbf{6} \\ \hline & \mathbf{11} \end{array}$$

$$250_{10} = FA_{16}$$

$$\begin{array}{r|l} 250 & 16 \\ \hline 240 & \mathbf{15} \\ \hline & \mathbf{10} \end{array}$$

Перевод из 2-ой, 8-ой, 16-ой с. с. в 10-ую с. с.

Правила перевода

- ✓ Расставить разряды каждой цифре в числе справа налево начиная с 0.
- ✓ Каждую цифру числа умножить на основание системы счисления из которой производим перевод.
- ✓ Возвести основание в степень которая соответствует разряду данной цифры.
- ✓ Все эти произведения необходимо суммировать.

Перевод из 2-ой, 8-ой, 16-ой с. с. в 10-ую с. с.

Разряд цифры

$$\begin{array}{cccc} 3 & 2 & 1 & 0 \\ \mathbf{1101}_2 = 1 * \mathbf{2^3} + 1 * \mathbf{2^2} + 0 * \mathbf{2^1} + 1 * \mathbf{2^0} = \\ & & & = \mathbf{8 + 4 + 1} = \mathbf{13} \end{array}$$

Основание системы

Перевод из 8-ой в 10-ую СС

$$\begin{matrix} 1 & 0 \\ \mathbf{71} \end{matrix}_8 = 7 * \mathbf{8^1} + 1 * \mathbf{8^0} = 56 + 1 = \mathbf{57}_{10}$$

$$\begin{matrix} 2 & 1 & 0 \\ \mathbf{144} \end{matrix}_8 = 1 \cdot \mathbf{8^2} + 4 \cdot \mathbf{8^1} + 4 \cdot \mathbf{8^0} = \\ = 64 + 32 + 4 = \mathbf{100}_{10}$$

Перевод из 16-ой в 10-ую СС

$$\begin{aligned} 7A_{16}^{10} &= 7 \cdot 16^1 + 10 \cdot 16^0 = \\ &= 112 + 10 = 122_{10} \end{aligned}$$

C

$$\begin{aligned} 2C6_{16}^{210} &= 2 \cdot 16^2 + 12 \cdot 16^1 + 6 \cdot 16^0 = \\ &= 512 + 192 + 6 = 710_{10} \end{aligned}$$

Домашняя работа

Переведи:

$$111001_2 \rightarrow ?_{10}$$

$$1100111_2 \rightarrow ?_{10}$$

$$1101001_2 \rightarrow ?_{10}$$

$$123_{10} \rightarrow ?_2, ?_8, ?_{16},$$

$$1110001_2 \rightarrow ?_{10}$$

$$374_8 \rightarrow ?_{10}$$

$$A10_{16} \rightarrow ?_{10}$$

$$374_{16} \rightarrow ?_{10}$$

Электронные образовательные ресурсы

1. [http://school-collection.edu.ru/catalog/res/caeea6cc-bd1d-4f47-9046-1434ac57e111/?from=a30a9550-6a62-11da-8cd6-0800200c9a66&interface=catalog&class=51&subject=19&rub_guid\[\]=a30a9550-6a62-11da-8cd6-0800200c9a66](http://school-collection.edu.ru/catalog/res/caeea6cc-bd1d-4f47-9046-1434ac57e111/?from=a30a9550-6a62-11da-8cd6-0800200c9a66&interface=catalog&class=51&subject=19&rub_guid[]=a30a9550-6a62-11da-8cd6-0800200c9a66) – Умножение и деление двоичных чисел
2. [http://school-collection.edu.ru/catalog/res/402b749c-240b-4e16-9e4d-bea3fc4fa8fa/?from=a30a9550-6a62-11da-8cd6-0800200c9a66&interface=catalog&class=51&subject=19&rub_guid\[\]=a30a9550-6a62-11da-8cd6-0800200c9a66](http://school-collection.edu.ru/catalog/res/402b749c-240b-4e16-9e4d-bea3fc4fa8fa/?from=a30a9550-6a62-11da-8cd6-0800200c9a66&interface=catalog&class=51&subject=19&rub_guid[]=a30a9550-6a62-11da-8cd6-0800200c9a66) – История развития систем счисления
3. [http://school-collection.edu.ru/catalog/res/1a264912-eca9-4b45-8d77-c3655b199113/?from=a30a9550-6a62-11da-8cd6-0800200c9a66&interface=catalog&class=51&subject=19&rub_guid\[\]=a30a9550-6a62-11da-8cd6-0800200c9a66](http://school-collection.edu.ru/catalog/res/1a264912-eca9-4b45-8d77-c3655b199113/?from=a30a9550-6a62-11da-8cd6-0800200c9a66&interface=catalog&class=51&subject=19&rub_guid[]=a30a9550-6a62-11da-8cd6-0800200c9a66) – Перевод недесятичных чисел в десятичную систему счисления
4. [http://school-collection.edu.ru/catalog/res/78ba290c-0f7c-4067-aaf4-d72f40f49f3b/?from=a30a9550-6a62-11da-8cd6-0800200c9a66&interface=catalog&class=51&subject=19&rub_guid\[\]=a30a9550-6a62-11da-8cd6-0800200c9a66](http://school-collection.edu.ru/catalog/res/78ba290c-0f7c-4067-aaf4-d72f40f49f3b/?from=a30a9550-6a62-11da-8cd6-0800200c9a66&interface=catalog&class=51&subject=19&rub_guid[]=a30a9550-6a62-11da-8cd6-0800200c9a66) - Перевод десятичных чисел в другие системы счисления
5. [http://school-collection.edu.ru/catalog/res/67cbf74b-f85a-4e9d-88c5-58f203fb90ce/?from=a30a9550-6a62-11da-8cd6-0800200c9a66&interface=catalog&class=51&subject=19&rub_guid\[\]=a30a9550-6a62-11da-8cd6-0800200c9a66](http://school-collection.edu.ru/catalog/res/67cbf74b-f85a-4e9d-88c5-58f203fb90ce/?from=a30a9550-6a62-11da-8cd6-0800200c9a66&interface=catalog&class=51&subject=19&rub_guid[]=a30a9550-6a62-11da-8cd6-0800200c9a66) - Сложение и вычитание многоразрядных двоичных чисел
6. [http://school-collection.edu.ru/catalog/res/8bb7eefa-4ed9-43fe-aebe-4d6ac67bc6ec/?from=a30a9550-6a62-11da-8cd6-0800200c9a66&interface=catalog&class=51&subject=19&rub_guid\[\]=a30a9550-6a62-11da-8cd6-0800200c9a66](http://school-collection.edu.ru/catalog/res/8bb7eefa-4ed9-43fe-aebe-4d6ac67bc6ec/?from=a30a9550-6a62-11da-8cd6-0800200c9a66&interface=catalog&class=51&subject=19&rub_guid[]=a30a9550-6a62-11da-8cd6-0800200c9a66) - Сложение и вычитание одноразрядных двоичных чисел
7. [http://school-collection.edu.ru/catalog/res/fc77f535-0c00-4871-b67c-fa2ecf567d46/?from=a30a9550-6a62-11da-8cd6-0800200c9a66&interface=catalog&class=51&subject=19&rub_guid\[\]=a30a9550-6a62-11da-8cd6-0800200c9a66](http://school-collection.edu.ru/catalog/res/fc77f535-0c00-4871-b67c-fa2ecf567d46/?from=a30a9550-6a62-11da-8cd6-0800200c9a66&interface=catalog&class=51&subject=19&rub_guid[]=a30a9550-6a62-11da-8cd6-0800200c9a66) – Задачник
8. [http://school-collection.edu.ru/catalog/res/a96df437-5ae3-4cab-8c5f-8d4cd78c5775/?from=a30a9550-6a62-11da-8cd6-0800200c9a66&interface=catalog&class=51&subject=19&rub_guid\[\]=a30a9550-6a62-11da-8cd6-0800200c9a66](http://school-collection.edu.ru/catalog/res/a96df437-5ae3-4cab-8c5f-8d4cd78c5775/?from=a30a9550-6a62-11da-8cd6-0800200c9a66&interface=catalog&class=51&subject=19&rub_guid[]=a30a9550-6a62-11da-8cd6-0800200c9a66) - Развернутая форма записи числа
9. [http://school-collection.edu.ru/catalog/res/19d0fb95-871d-4063-961d-e7dc5725e555/?from=a30a9550-6a62-11da-8cd6-0800200c9a66&interface=catalog&class=51&subject=19&rub_guid\[\]=a30a9550-6a62-11da-8cd6-0800200c9a66](http://school-collection.edu.ru/catalog/res/19d0fb95-871d-4063-961d-e7dc5725e555/?from=a30a9550-6a62-11da-8cd6-0800200c9a66&interface=catalog&class=51&subject=19&rub_guid[]=a30a9550-6a62-11da-8cd6-0800200c9a66) – Тренировочный тест