

**ОСНОВЫ ЛОГИКИ**  
**Алгебра высказываний**

# Логика

---

**Логика** – это наука о формах и способах мышления, позволяющая строить формальные модели окружающего мира, отвлекаясь от содержательной стороны.

Это учение о способах рассуждений и доказательств.

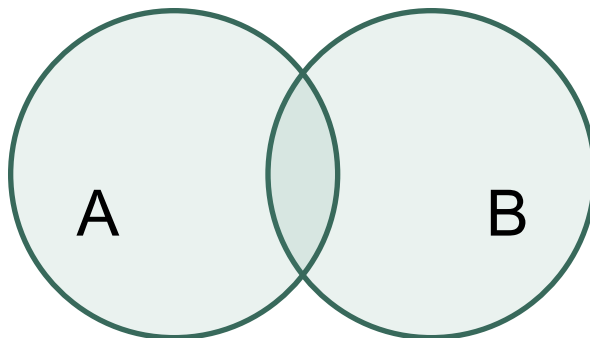
Мышление всегда осуществляется через **понятия**, **высказывания** и **умозаключения**.

# Понятие

**Понятие** – форма мышления, отражающая наиболее существенные свойства предмета, отличающие его от других предметов.

- Содержание составляет совокупность существенных признаков.
- Объем определяет совокупность предметов, на которую понятие распределяется и может быть представлено в форме множества объектов.

Наглядное представление – диаграммы Эйлера-Вена.



# Высказывание

---

**Высказывание** – форма мышления, выраженная с помощью понятий, посредством которой что-либо утверждают или отрицают о предметах, их свойствах и отношениях между ними.

Вопросительные, восклицательные, побудительные предложения и предложения, содержащие переменную, высказываниями не являются.

## *Пример*

Истинное высказывание: «Буква «а» – гласная».

Ложное высказывание: «Компьютер был изобретен в середине XIX века».

# Упражнение

Какие из предложений являются высказываниями?  
Определите их истинность.

1. Какой длины эта лента?
2. Делайте утреннюю зарядку!
3.  $4 + 5 = 10$ .
4. Назовите устройство ввода информации.
5. Париж – столица Англии.
6. Число 11 является простым.
7. Без труда не вытащишь и рыбку из пруда.
8. Сложите числа 2 и 5.
9. Некоторые медведи живут на севере.
10. Все медведи – бурые.
11. Чему равно расстояние от Москвы до Смоленска.
12.  $5 < 3$ .

# Умозаключение

**Умозаключение** – форма мышления, посредством которой из одного или нескольких суждений, называемых посылками, по определенным правилам логического вывода получается новое знание о предметах реального мира (вывод).

## *Пример*

### Посылки

Все металлы электропроводны.

Ртуть является металлом.

### Вывод

Ртуть электропроводна.

# Алгебра высказываний

**Алгебра высказываний** – наука об операциях, аналогичных сложению и умножению, которые могут выполняться над высказываниями.

**Логическая переменная** – это простое высказывание, содержащее только одну мысль. Ее символическое обозначение – латинская буква (например, A, B, P, Q и т. д.). Значением логической переменной могут быть только константы ИСТИНА и ЛОЖЬ (1 и 0).

На основании простых высказываний могут быть построены составные высказывания.

**Логическая функция** – составное высказывание, которое содержит несколько простых высказываний, соединенных между собой с помощью логических операций. Ее символическое обозначение – **F (A, B, ...)**.

# Логические операции

**Логические операции** – логические действия.

Рассмотрим логические операции – **отрицание**, **конъюнкция**, **дизъюнкция**, **импликация**, **эквиваленция**.

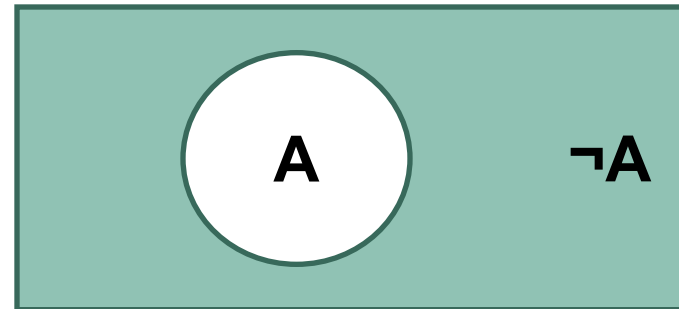
- не ( $\neg, \bar{\quad}$ ) отрицание;
- и ( $\&, \wedge$ ) конъюнкция;
- или ( $\vee$ ) дизъюнкция;
- если..., то ( $\Rightarrow$ ) импликация;
- тогда и только тогда, когда... ( $\Leftrightarrow, \sim$ ) эквиваленция.



# Отрицание

Отрицанием высказывания **A** называется новое сложное высказывание **не A** ( $\neg A$ ), которое истинно тогда и только тогда, когда **A** ложно.

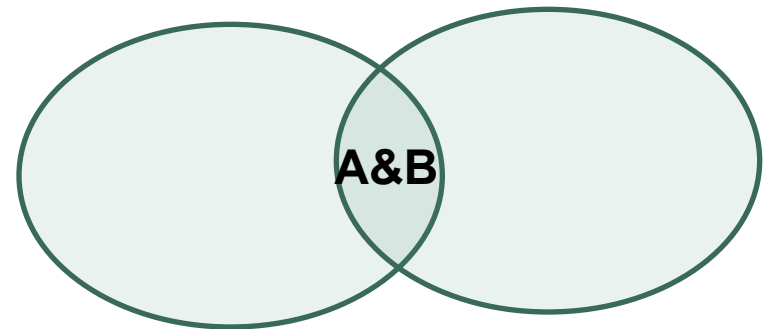
<b>A</b>	$\neg A$
0	1
1	0



# Конъюнкция

**Конъюнкцией двух высказываний А, В** называется новое сложное высказывание **А и В** ( $A \& B$ ,  $A \wedge B$ ), которое истинно тогда, и только тогда, когда истины оба входящих в него высказывания.

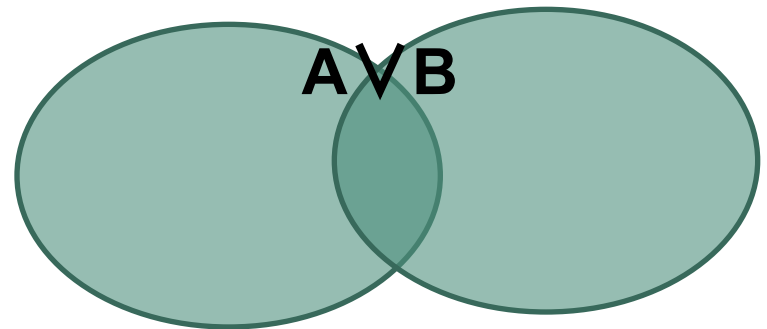
A	B	A&B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



# Дизъюнкция

Дизъюнкцией двух высказываний **A**, **B** называется новое сложное высказывание **A или B** ( $A \vee B$ ), которое истинно тогда, и только тогда, когда истинно хотя бы одно из входящих в него высказываний.

A	B	$A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



# Импликация

**Импликацией двух высказываний  $A$ ,  $B$**  называется новое сложное высказывание **если  $A$ , то  $B$**  ( $A \Rightarrow B$ ), которое ложно тогда, и только тогда, когда условие (первое высказывание) истинно, а следствие (второе высказываний) ложно.

<b>A</b>	<b>B</b>	<b><math>A \Rightarrow B</math></b>
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

# Эквиваленция

**Эквиваленцией двух высказываний  $A$ ,  $B$**  называется новое сложное высказывание  **$A$  тогда и только тогда, когда  $B$**  ( $A \Leftrightarrow B$ ), которое истинно тогда, и только тогда, когда оба исходных высказывания одновременно истинны или одновременно ложны.

<b>A</b>	<b>B</b>	<b><math>A \Leftrightarrow B</math></b>
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

# Логическое выражение

**Логическое выражение** – формула, содержащая составное высказывание (логическую функцию) и знаки логических операций, значение которой можно вычислить (результат **0** или **1**).

При составлении логического выражения необходимо учитывать порядок выполнения логических операций, а именно:

- 1) действия в скобках;
- 2) приоритет операций:
  - отрицание,
  - конъюнкция,
  - дизъюнкция,
  - импликация,
  - эквиваленция.

# Упражнение

---

1. Для какого из указанных значений числа  $X$  истинно выражение

$$(X > 2) \& ((X < 4) \vee (X > 4))?$$

1) 1      2) 2      3) 3      4) 4

2. Определите истинность составного высказывания:  
 $(\neg A \& \neg B) \& (C \vee D)$ , состоящего из простых высказываний:

**A** = «принтер – устройство вывода информации»;

**B** = «процессор – устройство хранения информации»;

**C** = «монитор – устройство вывода информации»

**D** = «клавиатура – устройство обработки информации».



3. Какие из высказываний **A**, **B**, **C** должны быть истинны и какие ложны, чтобы было ложно логическое выражение  $((A \vee B) \& B) \Rightarrow C$ .

# Домашнее задание

---

4. Укажите значения переменных А, В и С при которых логическое выражение:

$(A \vee C) \wedge \neg C \rightarrow \neg(A \wedge \neg B) \vee C$  ложно.

# Домашнее задание

---

5. Для какого символьного выражения неверно высказывание:

*Первая буква гласная  $\rightarrow$   $\neg$  (Третья буква согласная)?*

1) abedc   2) becde   3) babas   4) abcab

# Домашнее задание

**6.** Какое из приведённых имен удовлетворяет логическому условию:

*(первая буква согласная → вторая буква согласная) ∧  
∧ (предпоследняя буква гласная → последняя буква гласная)?*

1) КРИСТИНА

3) СТЕПАН

2) МАКСИМ

4) МАРИЯ

# Домашнее задание

7. Для какого из указанных значений числа  $X$  истинно высказывание

$$((X < 5) \rightarrow (X < 3)) \wedge ((X < 2) \rightarrow (X < 1))$$

1) 1

2) 2

3) 3

4) 4