

Взаимодействие быстрых электронов с веществом (часть 1)

1. Процессы, происходящие при прохождении ускоренных заряженных частиц в веществе.
2. Основные допущения в описании торможения и рассеяния ускоренных электронов
3. Угловое рассеяние электронов

1. Процессы, происходящие при прохождении быстрых заряженных частиц в веществе

- упругое рассеяние в кулоновском поле ядер (атомов), следствием которого является изменение направления движения частицы и потери энергии;
- неупругие столкновения с атомными электронами, в результате которых энергия частиц расходуется на возбуждение и ионизацию атомов и молекул вещества;
- испускание электромагнитного (тормозного) излучения в электрическом поле ядер и электронов;
- неупругие взаимодействия с ядрами атомов, приводящие к возбуждению ядерных уровней и ядерных реакций;
- черенковское излучение – испускание света при движении частиц через вещество со скоростью, превышающей фазовую скорость световых волн в данном веществе.

1. Процессы, происходящие при прохождении ускоренных заряженных частиц в веществе

Преобладание того или иного процесса взаимодействия зависит от:

- вида взаимодействующих частиц,
- их энергии.

Его можно связать с величиной прицельного параметра.

1. Процессы, происходящие при прохождении ускоренных заряженных частиц в веществе

Связь между прицельным параметром, кинетической энергией частиц в СЦИ (E_c) и углом рассеяния в СЦИ (θ), полученная из решения задачи Кеплера о траектории тел в поле центральных сил:

$$\rho = \frac{b}{2} \operatorname{ctg} \frac{\theta}{2}$$

где $b = q_1 q_2 / E_c$ - наименьшее расстояние между частицами при лобовом столкновении в поле сил отталкивания, или диаметр соударения (лобовое столкновение: $\theta = \pi$)

1. Процессы, происходящие при прохождении ускоренных заряженных частиц в веществе

- если **прицельный параметр больше размеров атома**, то атом реагирует как целое на переменное поле, создаваемое проходящей частицей; в этом случае наиболее вероятно **упругое рассеяние**;
- когда **прицельный параметр сравним с размерами атома**, то во взаимодействии участвуют пролетающая частица и один из атомных электронов; наиболее вероятным процессом взаимодействия является **возбуждение или ионизация атома**;
- если **прицельный параметр много меньше размеров атома**, то увеличивается вероятность **тормозного излучения**;
- если **прицельный параметр сравним с размерами ядра** и энергия частицы достаточно велика, то возможна **ядерная реакция**.

1. Процессы, происходящие при торможении быстрых электронов в веществе

- Потери энергии электронов (торможение) связаны с:
 - **неупругим взаимодействием с атомными электронами**, которое сопровождается ионизацией или возбуждением атома (**ионизационные потери**);
 - взаимодействием электронов с **кулоновским полем ядер атомов** вещества, приводящим к испусканию электромагнитного (тормозного) излучения (**радиационные потери**).
- Изменение направления движения (**угловое рассеяние**) связано главным образом с **упругим взаимодействием** ускоренных электронов с **ядрами атомов**.

2. Основные допущения в описании торможения и рассеяния ускоренных электронов

- Основное допущение количественных теорий: торможение и угловое рассеяния электронов происходят независимо друг от друга.

Оно справедливо, когда энергия ускоренного электрона $E > 5..10$ кэВ (в зависимости от атомного номера вещества мишени), т.е. энергии связи электронов в атомах.

3. Угловое рассеяние быстрых заряженных частиц

1. Формула Резерфорда

Дифференциальное сечение упругого рассеяния заряженной частицы в СЦИ в нерелятивистском случае в предположении, что:

- поле ядра совпадает с полем точечного заряда;

- без учета эффекта экранирования ядра атомными электронами,

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_R = \frac{z_1^2 z_2^2 e^4}{16E_c^2} \cdot \frac{1}{\sin^4(\Theta/2)} \quad (1)$$

где $z_1 e$ – заряд налетающей частицы, Θ – угол рассеяния в СЦИ, E_c – кинетическая энергия относительного движения налетающей частицы и ядра в СЦИ

3. Угловое рассеяние быстрых заряженных частиц

3.2. Влияние экранирования на рассеяние

Первое приближение Борна

В общем случае формула, описывающая дифференциальное сечение упругого рассеяния согласно первому приближению Борна, имеет следующий вид:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{\mu}{2\pi\hbar^2} \right)^2 \left| \int W(\mathbf{r}) e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} dV' \right|^2$$

где $\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$ - приведенная масса сталкивающихся частиц;

\hbar - постоянная Планка;

$W(\mathbf{r})$ - потенциал поля рассеивающей частицы;

$\hbar\mathbf{q}$ - импульс, переданный налетающей частицей рассеивающему центру.

- Область применения первого приближения Борна определяется требованием того, чтобы рассеивающий потенциал был мал по сравнению с энергией налетающей частицы.

3. Угловое рассеяние быстрых заряженных частиц

3.2. Влияние экранирования на рассеяние

- Учет экранирования при выводе сечений рассеяния сводится к тому, чтобы научиться задавать функцию $W(r)$, корректно описывающую потенциальную энергию взаимодействия налетающей частицы и атома, состоящего из ядра и электронных оболочек.

3. Угловое рассеяние быстрых заряженных частиц

3.2. Влияние экранирования на рассеяние

- Энергия взаимодействия налетающей частицы с атомом складывается из энергии взаимодействия этой частицы с ядром и взаимодействия с электронной оболочкой:

$$W(r) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r} - Z_1 e^2 \int \frac{n(r') dV'}{|r - r'|} \quad (3)$$

где $n(r)$ – функция плотности распределения электронов в атоме:

$$\int n(r) dV = Z_2$$

3. Угловое рассеяние быстрых заряженных частиц

3.2. Влияние экранирования на рассеяние

- При подстановке (3) для $W(r)$ в формулу (2) для сечения, полученного в рамках первого приближения Борна, можно получить сечения для углового рассеяния в виде:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{Z_1^2 e^4}{16E^2} \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} |Z_2 - F(q)|^2 \quad (4)$$

$|Z_2 - F(q)|$ - эффективный заряд ядра, величина которого уменьшена экранированием.

3. Угловое рассеяние быстрых заряженных частиц

3.2. Влияние экранирования на рассеяние

- Атомный формфактор рассеяния:

$$F(q) = 4\pi \int_0^{\infty} \frac{\sin(qr)}{qr} n(r) r^2 dr \quad (5)$$

- функция, характеризующая пространственное распределение заряда внутри атома.

3. Угловое рассеяние быстрых заряженных частиц

3.2. Влияние экранирования на рассеяние

- Выражение для сечения (4) можно записать в виде:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_R \left| 1 - \frac{1}{Z_2} F(q) \right|^2 \quad (6)$$

где $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_R$ - сечение рассеяния на точечном ядре,
определяемое формулой Резерфорда;

$\left| 1 - \frac{1}{Z_2} F(q) \right|^2$ описывает экранирующее действие электронных оболочек.

3. Угловое рассеяние быстрых заряженных частиц

3.2. Влияние экранирования на рассеяние

- В практических расчетах учет экранирования проводится обычно с помощью различных параметров экранирования, которые являются следствием использования в качестве потенциала атома различных феноменологических (приближенных) потенциалов.

3. Угловое рассеяние быстрых заряженных частиц

3.2. Влияние экранирования на рассеяние

- Потенциал Бора:

$$W(r) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r} \exp\left(-\frac{r}{a}\right) \quad (7)$$

$a \approx a_0 Z_2^{-1/3}$ - радиус атома в модели Томаса-Ферми, область, где имеет место кулоновское взаимодействие атома и налетающей частицы; при $r=a$ энергия кулоновского взаимодействия уменьшается в e раз.

$$a_0 = \frac{\hbar^2}{m_e e^2} = 5,29 \cdot 10^{-9} \text{ см} - \text{ радиус первой боровской орбиты в атоме водорода}$$

3. Угловое рассеяние быстрых заряженных частиц

3.2. Влияние экранирования на рассеяние

- Сечение углового рассеяния в рамках первого приближения Борна и с использованием потенциала Бора:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{Z_1^2 Z_2^2 e^4}{4E^2} \frac{1}{\left(1 + \frac{\theta_S^2}{2} - \cos \theta\right)^2} \quad (8)$$

где $\theta_S = \frac{\eta}{a} = \frac{\eta Z_2^{1/3}}{a_0}$ - угол экранирования;

$\eta = \frac{2}{4}$ - параметр экранирования; (9)

$\lambda = \frac{\hbar}{p} = \frac{\hbar}{\sqrt{2mE}}$ - дебройлеровская длина волны;
 p и E – импульс и кинетическая энергия налетающей частицы в СЦИ.

3. Угловое рассеяние быстрых заряженных частиц

3.2. Влияние экранирования на рассеяние

- Сечение (8), выраженное через кинетическую энергию T_1 налетающей частицы в ЛСК:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{Z_1^2 Z_2^2}{4} r_e^2 \left(\frac{m_e c^2}{T_1} \right)^2 \left(\frac{m_1 + m_2}{m_2} \right)^2 \frac{1}{(1 + 2\eta - \cos \theta)^2} \quad (10)$$

$$r_e = \frac{e^2}{m_e c^2} = 2,218 \cdot 10^{-13} \text{ см} - \text{классический радиус электрона,}$$

$$m_e = 9,1091 \cdot 10^{-28} \text{ г} \quad - \quad \text{масса покоя электрона}$$

3. Угловое рассеяние быстрых заряженных частиц

3.2. Влияние экранирования на рассеяние

Выразим импульс частицы в СЦИ через кинетическую энергию в ЛСК:

$$p = \mu v_{отн} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} p_1 = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \sqrt{2m_1 T_1} \quad .$$

Запишем параметр экранирования в форме, удобной для вычислений:

$$\eta = \frac{\alpha^2}{8} Z_1^{2/3} \left(\frac{m_1 + m_2}{m_2} \right)^2 \frac{m_e}{m_1} \frac{m_e c^2}{T_1} \quad ,$$

где $\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} \approx \frac{1}{137}$ - постоянная тонкой структуры.

3. Угловое рассеяние быстрых заряженных частиц

3.2. Влияние экранирования на рассеяние

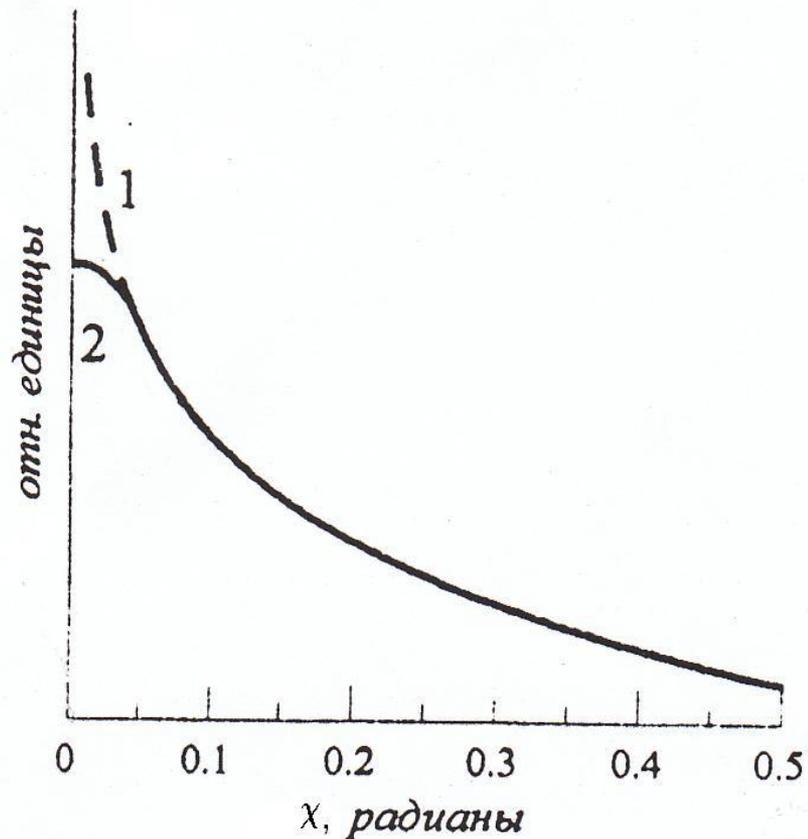
- Для небольших углов рассеяния формулу (8) можно записать как:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \approx \frac{Z_1^2 Z_2^2 e^4}{16E^2} \frac{1}{\left(\left(\frac{\theta_S}{2} \right)^2 + \left(\frac{\theta}{2} \right)^2 \right)^2} = \frac{Z_1^2 Z_2^2 e^4}{E^2 (\theta_S^2 + \theta^2)^2} \quad (11)$$

Когда $\theta \gg \theta_S$, то сечение рассеяния совпадает с резерфордским, т.е. экранирование поля ядра атомными электронами несущественно

3. Угловое рассеяние быстрых заряженных частиц

3.2. Влияние экранирования на рассеяние



- Дифференциальное сечение упругого рассеяния:

- 1 – без учета экранирования;
- 2 – с учетом экранирования

3. Угловое рассеяние быстрых заряженных частиц

3.2. Влияние экранирования на рассеяние

- Величина параметра экранирования зависит от модели, которая используется для описания пространственного распределения поля атомных электронов. Выражение

$$\eta = \frac{\theta_S^2}{4} = \frac{\hbar Z_2^{1/3}}{a_0} \quad (12)$$

соответствует потенциалу Бора.

3. Угловое рассеяние быстрых заряженных частиц

3.3. Особенности углового рассеяния электронов

- Для электронов (позитронов) $m_1 \ll m_2$ и центр инерции системы электрона и атома практически совпадают с центром атома (его ядром), а угол θ совпадает с углом рассеяния налетающего электрона φ_1 в ЛСК.

Тогда из (9) получаем формулу для эффективного дифференциального сечения рассеяния нерелятивистских электронов в ЛСК в экранированном кулоновском поле атома:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{Z_2^2 r_e^2}{4} \left(\frac{m_e c^2}{T_1} \right)^2 \frac{1}{(1 + 2\eta - \cos \theta)^2} \quad (13)$$

3. Угловое рассеяние быстрых заряженных частиц

3.3. Особенности углового рассеяния электронов

- **Сечения Мотта:**

- для углового рассеяния электронов как в нерелятивистской, так и в **релятивистской** области;
- получены без учета экранирования ядер атомными электронами;
- учтены эффекты взаимодействия, связанные со спином электрона

3. Угловое рассеяние быстрых заряженных частиц

3.3. Особенности углового рассеяния электронов

Сечения Мотта записываются в виде:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_M = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_R R_M(E, Z_2, \theta) \quad (14)$$

где $R_M(E, Z_2, \theta)$ - множитель Мотта.

Для нерелятивистских энергий $R_M \approx 1$.

Для релятивистских – наблюдается сильное отличие Моттовского сечения рассеяния от Резерфордского

3. Угловое рассеяние быстрых заряженных частиц;

3.4. Полное сечение упругого рассеяния

- Полное сечение упругого рассеяния равно:

$$\sigma_{\text{полное}} = 2\pi \int_0^{\pi} \frac{d\sigma}{d\Omega} \sin(\theta) d\theta \quad , \quad (15)$$

где в качестве дифференциального сечения можно использовать Резерфордское (для нерелятивистских электронов) или Моттовское (для релятивистских электронов) сечение

3. Угловое рассеяние быстрых заряженных частиц; 3.4. Полное сечение упругого рассеяния

- Если использовать Резерфордское сечение с параметром экранирования (9), то можно получить следующее выражение для полного сечения углового рассеяния:

$$\sigma = \frac{\pi Z(Z+1)e^4}{E^2} \frac{1}{\theta_S^2 (1 + \theta_S^2 / 4)} \quad (16)$$

3. Угловое рассеяние быстрых заряженных частиц; 3.5. Влияние рассеяния на движение частиц

- При движении заряженных частиц в веществе в результате упругих столкновений с атомами они рассеиваются.
- Величина результирующего отклонения заряженной частицы пропорциональна среднему отклонению в отдельном акте упругого взаимодействия и числу таких взаимодействий на ее пути в веществе.
- $\Sigma_S = n_0 \sigma_S$ - макроскопическое сечение рассеяния,
оно дает среднее число упругих столкновений частицы на единице пути

3. Угловое рассеяние быстрых заряженных частиц; 3.5. Влияние рассеяния на движение частиц

• Допустим, что:

- 1) Масса частицы много больше массы атома,
поэтому

$$\mu \approx m_1 \text{ и } \varphi_1 \approx \theta$$

- 2) Поскольку сечение упругого рассеяния сильно вытянуто вперед, то будем использовать малоугловое приближение , т.е. делаются замены:

$$\sin \varphi \approx \varphi, \quad \cos \varphi \approx 1 - \frac{\varphi^2}{2}$$

3. Угловое рассеяние быстрых заряженных частиц; 3.5. Влияние рассеяния на движение частиц

Тогда средний угол рассеяния при прохождении заряженной частицы в веществе может быть выражен следующей приближенной формулой:

$$\bar{\varphi} \approx \alpha Z_2^{1/3} \frac{m_e}{m_1} \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{\beta} \sqrt{4L_K - 1} \quad (15)$$

где $\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} \approx \frac{1}{137}$ - постоянная тонкой структуры; $\beta = \frac{V}{c}$

$$L_K = \ln \left[\left(\frac{a_0}{r_0} \right)^{1/2} (AZ_2)^{-1/6} \right] = \ln \left[134 (AZ_2)^{-1/6} \right]$$

3. Угловое рассеяние быстрых заряженных частиц;

3.5. Влияние рассеяния на движение частиц

- Величина среднего угла рассеяния заряженных частиц в веществе подчиняется следующим правилам:
 - средний угол рассеяния увеличивается с увеличением атомного номера вещества;
 - средний угол рассеяния увеличивается с уменьшением массы налетающей частицы и ее скорости

3. Угловое рассеяние быстрых заряженных частиц; 3.5. Влияние рассеяния на движение частиц

Таким образом,

- легкие заряженные частицы рассеиваются гораздо сильнее, чем тяжелые;

- чем меньше энергия частиц, тем сильнее они рассеиваются.

3.5. Влияние рассеяния на движение частиц

В зависимости от среднего числа столкновений n , которое испытывает налетающая заряженная частица при прохождении в веществе условно различают

- **однократное,**
- **кратное,**
- **многократное,**
- **диффузное**

упругое рассеяние.

3.5. Влияние рассеяния на движение частиц

Однократное упругое рассеяние имеет место, когда, проходя в веществе путь S , частица испытывает в среднем одно столкновение.

Это характерно для очень тонких слоев вещества, когда $S \ll \frac{1}{\sum \xi}$, т.е. меньше длины свободного пробега частицы.

Угловое распределение ускоренных частиц, испытавших однократное рассеяние, соответствует дифференциальному сечению упругого рассеяния.

3.5. Влияние рассеяния на движение частиц

Если длина пути налетающей заряженной частицы в веществе $s \geq \frac{1}{\sum \sigma}$, то отклонение частицы от направления первоначального движения может быть связано с несколькими последовательными актами рассеяния.

При среднем числе столкновений частицы от 1 до 20 имеет место кратное рассеяние.

Если число столкновений больше 20, но в то же время потери энергии частицей на пути S малы по сравнению с начальной энергией, то имеет место многократное рассеяние.

3.5. Влияние рассеяния на движение частиц

Если $S \gg \frac{1}{\sum \xi}$ и потери энергии велики, то имеет место диффузное угловое распределение частиц, прошедших путь S .

Для электронов диффузное угловое распределение наблюдается на глубине мишени, превышающей половину пробега.

Угловое распределение рассеянных электронов в этом случае имеет вид:

$$f(\theta) \sim \cos^2 \theta$$

3.5. Влияние рассеяния на движение частиц

Транспортная длина упругого рассеяния (длина переноса) – среднее расстояние в бесконечной среде в направлении первоначального движения, пройдя которое, первичный мононаправленный пучок становится изотропным.

3.5. Влияние рассеяния на движение частиц

Упругие столкновения электронов при их движении в веществе ответственны в основном за изменение направления их движения (рассеяние) и очень мало влияют на изменение энергии, так как энергия, теряемая электроном в упругих столкновениях, пропорциональна отношению его массы к массе ядра, которое очень мало.

3. Угловое рассеяние быстрых заряженных частиц;

3.5. Влияние рассеяния на движение частиц

- Наиболее обоснованные и употребляемые угловые распределения бомбардирующих частиц, прошедших некоторый путь S в веществе:
 - распределение Грудсмита-Саундерсона;
 - распределение Мольер.

Они задают функцию, представляющую собой долю электронов, отклонившихся на средний угол φ после прохождения в веществе пути S .

3. Угловое рассеяние быстрых заряженных частиц; 3.5. Влияние рассеяния на движение частиц

- Функция распределения, полученная Мольер, имеет вид:

$$f_M(\varphi)d\varphi = \left[f^{(0)}(\theta) + \frac{f^{(1)}(\theta)}{B} + \frac{f^{(2)}(\theta)}{B^2} + \dots \right] \cdot \theta d\theta \quad (16)$$

φ – угол рассеяния частицы в ЛСК;

θ – угол рассеяния (параметр) в теории Мольер