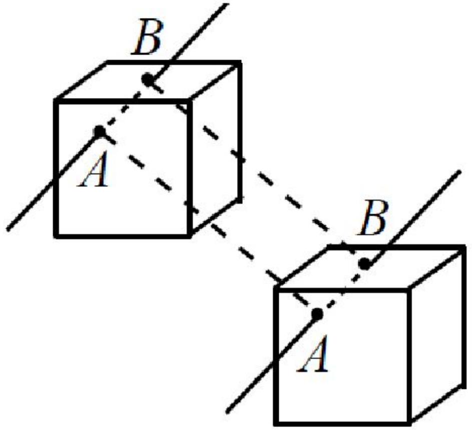
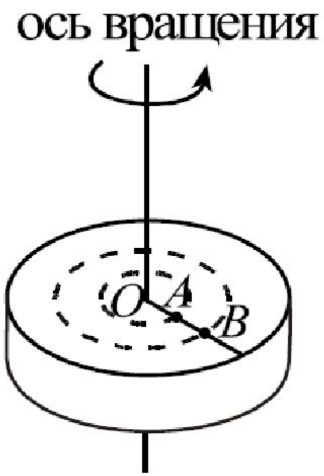
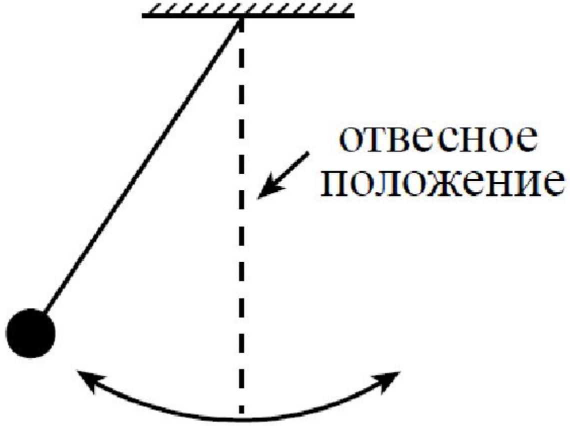
Векторы в физике

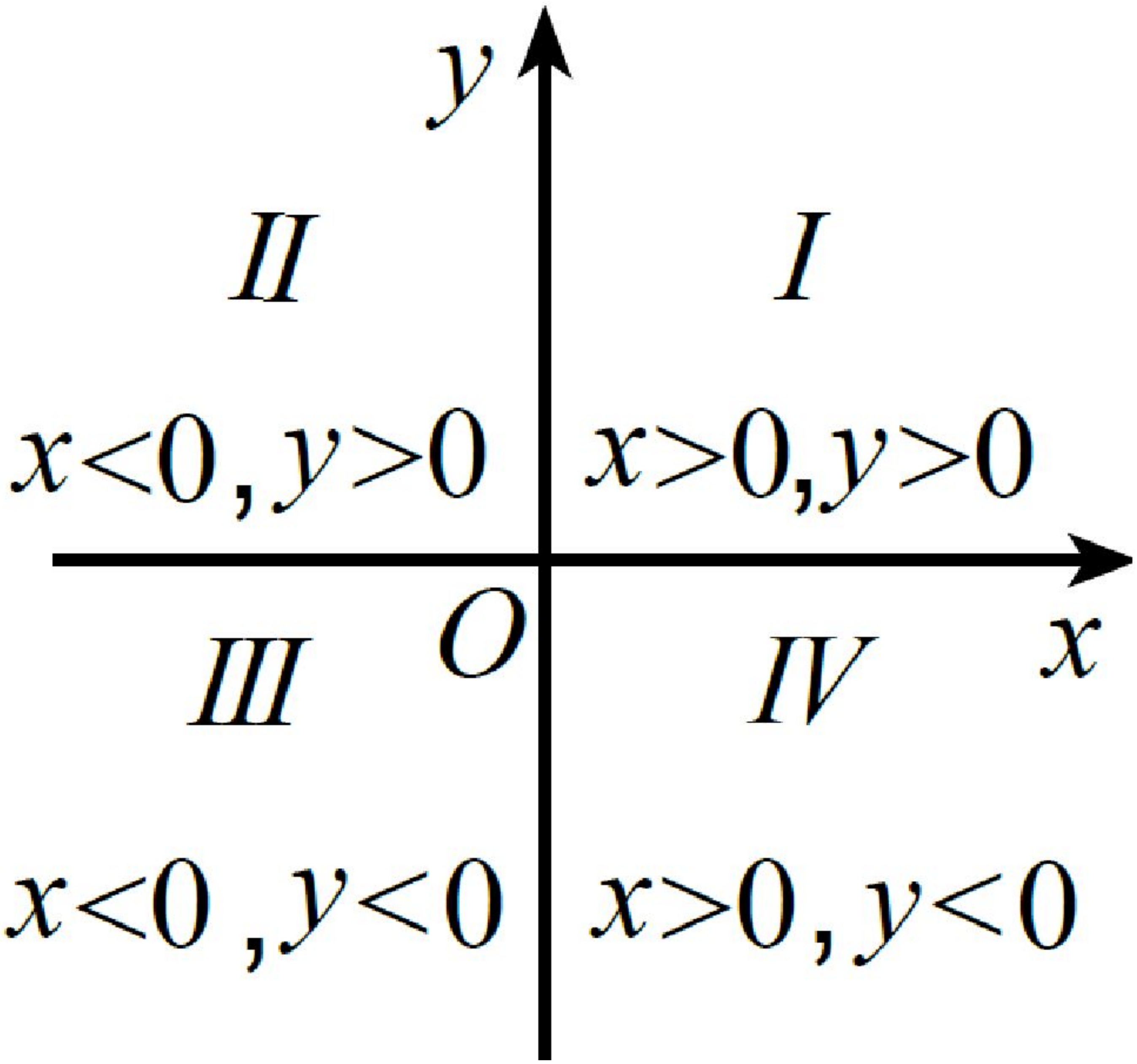
Механика:

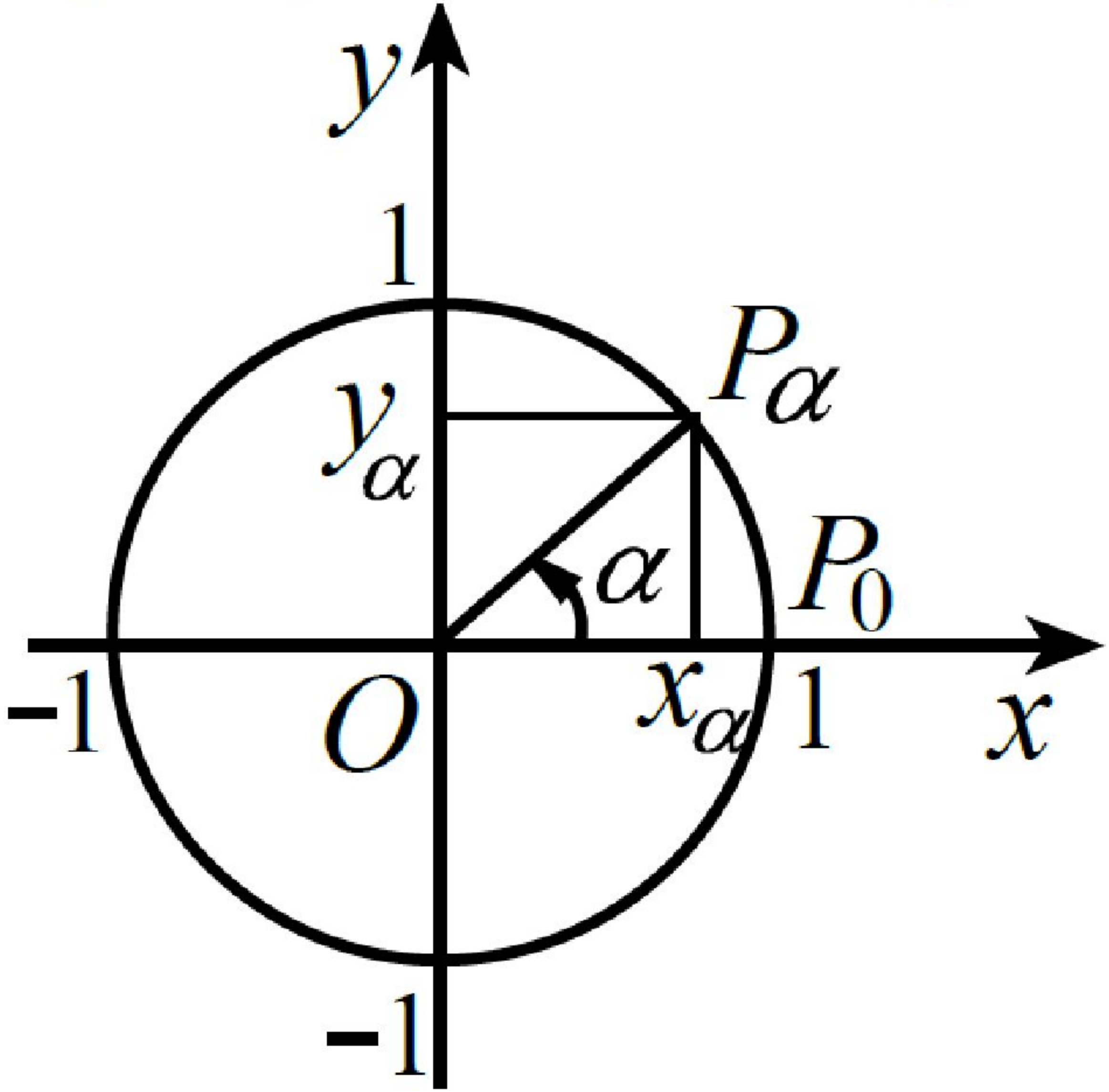
1. Динамика
2. Кинематика
3. Статика


B
A
B
A


ось вращения
O
A
B


отвесное
положение


y
II
I
x<0, y>0
x>0, y>0
O
x
III
IV
x<0, y<0
x>0, y<0


y
1
P_α
y_α
α
P_0
−1
O
x_α
1
x
−1

$$\sin(90^\circ - \alpha) = \sin(90^\circ + \alpha) = \cos\alpha;$$

$$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin\alpha; \quad \sin(180^\circ + \alpha) = -\sin\alpha;$$

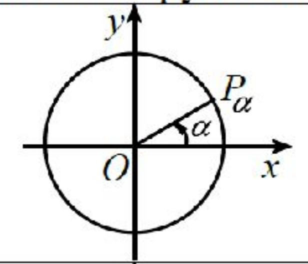
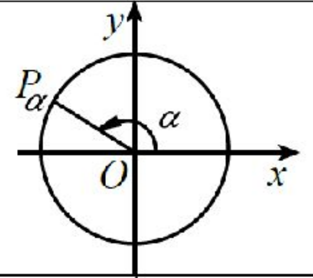
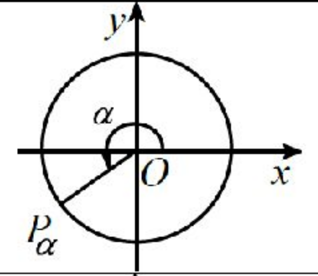
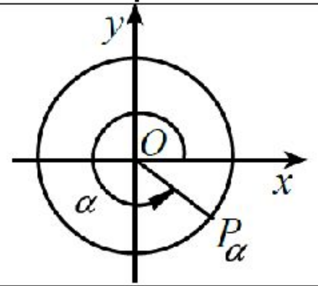
$$\cos(90^\circ - \alpha) = \sin\alpha; \quad \cos(90^\circ + \alpha) = -\sin\alpha;$$

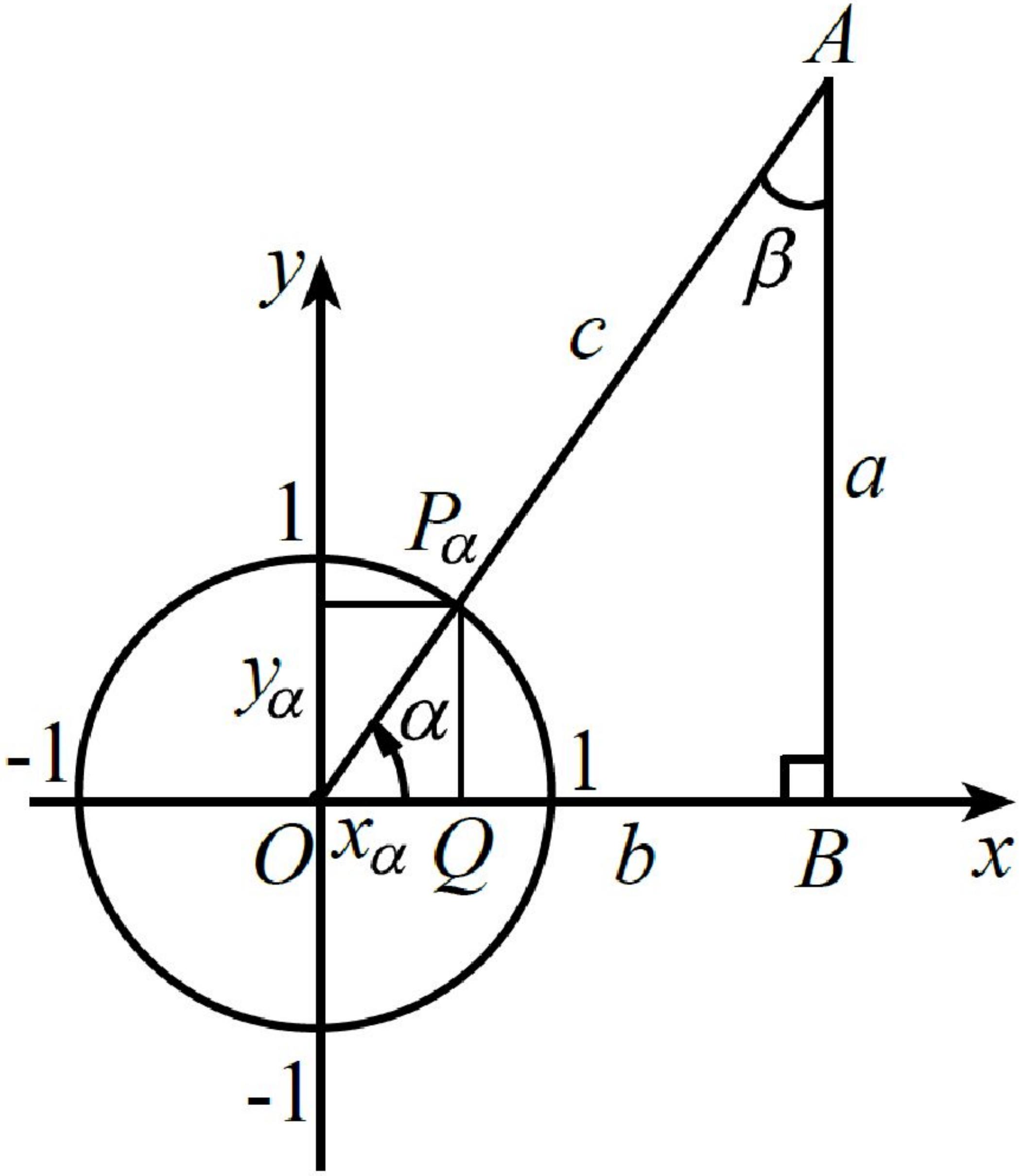
$$\cos(180^\circ - \alpha) = \cos(180^\circ + \alpha) = -\cos\alpha;$$

$$\mathrm{tg}(90^\circ - \alpha) = \mathrm{ctg}\,\alpha; \quad \mathrm{tg}(90^\circ + \alpha) = -\mathrm{ctg}\,\alpha;$$

$$\mathrm{ctg}(90^\circ - \alpha) = \mathrm{tg}\,\alpha; \quad \mathrm{ctg}(90^\circ + \alpha) = -\mathrm{tg}\,\alpha.$$

Знаки функций $\sin\alpha$ и $\cos\alpha$ при различных α

Угол α	Положение точки P_α на единичной окружности	Знак $\sin\alpha$	Знак $\cos\alpha$
$0^\circ \le \alpha \le 90^\circ$ I квадрант		$\sin\alpha \ge 0$	$\cos\alpha \ge 0$
$90^\circ < \alpha \le 180^\circ$ II квадрант		$\sin\alpha \ge 0$	$\cos\alpha < 0$
$180^\circ < \alpha \le 270^\circ$ III квадрант		$\sin\alpha < 0$	$\cos\alpha \le 0$
$270^\circ < \alpha \le 360^\circ$ IV квадрант		$\sin\alpha \le 0$	$\cos\alpha > 0$



$$a^2 + b^2 = c^2 \text{ (теорема Пифагора);}$$

$$\sin\alpha = \frac{a}{c}; \quad \sin\beta = \frac{b}{c};$$

$$\cos\alpha = \frac{b}{c}; \quad \cos\beta = \frac{a}{c};$$

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{a}{b}; \quad \mathrm{tg}\,\beta = \frac{b}{a};$$

$$\mathrm{ctg}\,\alpha = \frac{b}{a}; \quad \mathrm{ctg}\,\beta = \frac{a}{b}.$$

Теорема косинусов: *квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон без удвоенного произведения этих сторон на косинус угла между ними.*

Тогда для случая, изображённого на рис. 16, имеем:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma;$$

$$a^2 = c^2 + b^2 - 2cb\cos\alpha;$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta.$$

Теорема синусов: *стороны треугольника пропорциональны синусам противолежащих им углов.*

Скалярное произведение векторов. Скалярным произведением двух векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называется число, равное произведению модулей этих векторов на косинус угла между ними, и обозначается $\vec{a} \cdot \vec{b}$. Таким образом,

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a \cdot b \cdot \cos\alpha.$$

Вопрос 1. Какими видами механического движения одновременно обладает гайка, навинчиваемая на неподвижный болт или винт?

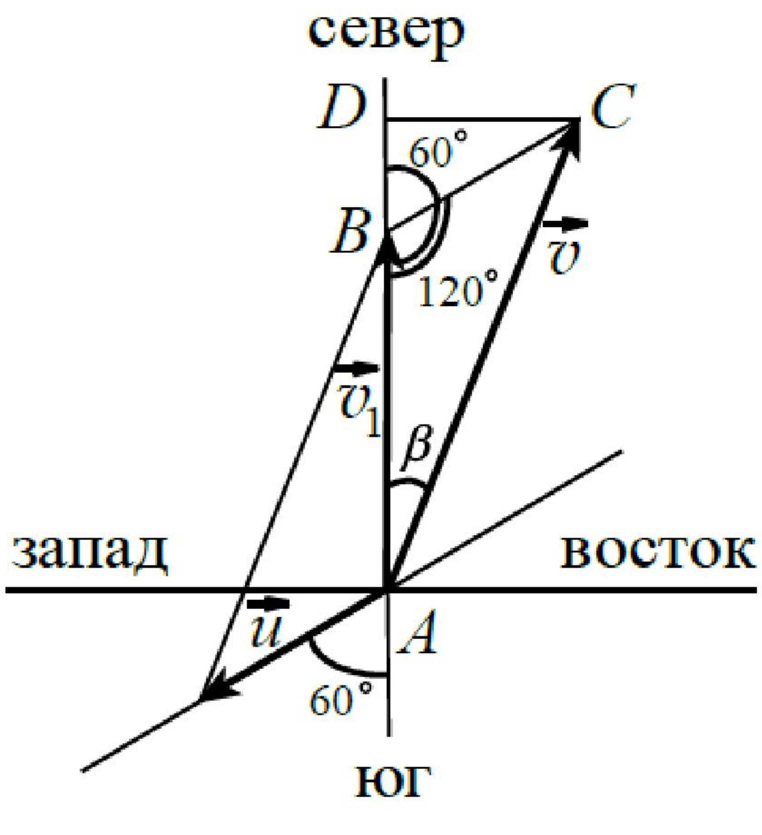
Вопрос 2. В чём заключается разница между проекциями вектора на два различных направления и составляющими вектора по этим же направлениям?

Вопрос 3. На точку O действуют две равные по модулю силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$, направленные под углом 120° друг к другу. Чему равен модуль равнодействующей этих сил?

Задача 1. Эквивалентно замените силу $F = 0,6\,\text{Н}$, приложенную в точке A, двумя силами, действующими на ту же точку вдоль той же прямой, но в противоположные стороны. Меньшая из этих сил равна $1,1\ \text{Н}$. Каким должен быть модуль второй силы?

Задача 4. В безветренную погоду капли дождя падают вертикально с постоянной скоростью. При скорости бокового ветра $10\,\text{м/с}$ капли дождя падают под углом 30° к вертикали. При какой скорости бокового ветра капли дождя будут падать под углом 45° к вертикали? Ветер дует горизонтально.

Задача 5. С какой скоростью и в каком направлении должен лететь спортивный самолёт, чтобы за 2 часа пролететь точно на север $200\,\text{км}$, если во время полёта дует северо-восточный ветер под углом 60° к меридиану со скоростью $30\,\text{км/час}$.



1. Что называют механическим движением?
2. Какие основные виды механического движения Вам известны?
3. Приведите примеры скалярных и векторных величин в физике.
4. Что называют модулем вектора?
5. Какие векторы называются коллинеарными?
6. Какие векторы называются равными?
7. Какие способы сложения двух и более векторов Вам известны?

8. Что называется разностью векторов $\vec{b}$ и $\vec{c}$?

9. Что называют проекцией вектора на выбранное направление?

10. Даны три вектора: $\vec{a} = 5\vec{i} - 3\vec{j}$, $\vec{b} = 2\vec{i} + 7\vec{j}$, $\vec{c} = \vec{i} - 4\vec{j}$. Найдите вектор их суммы.

11. Даны два вектора $\vec{d} = 8\vec{i} + 7\vec{j}$, $\vec{e} = -2\vec{i} + 4\vec{j}$. Чему равен вектор $\vec{f} = \vec{d} - \vec{e}$?

12. Что называют скалярным произведением двух ненулевых векторов?

13. Чему равно скалярное произведение векторов $\vec{a} = 2\vec{i} + 5\vec{j}$ и $\vec{b} = -\vec{i} + 0,4\vec{j}$? Чему равен угол между этими векторами?

14. Чему равен угол α между векторами $\vec{a} = 6\vec{i} + 6\sqrt{3}\vec{j}$ и $\vec{b} = 5\vec{i}$?

1. Лодочник, переправляясь через реку из пункта A в пункт B вдоль прямой, перпендикулярной берегам, всё время направляет лодку под углом α к берегу (рис. 39). Найти скорость лодки v относительно воды и скорость лодки v_1 относительно берега, если скорость течения реки равна u.

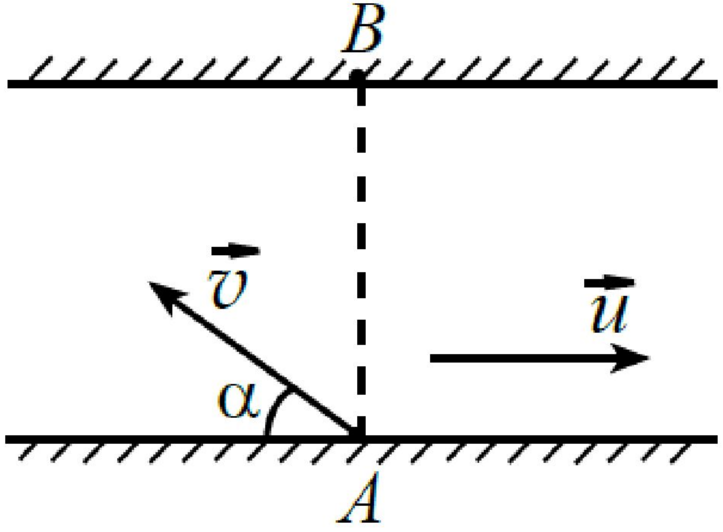


Рис. 39

2. Капли дождя на вертикальных боковых окнах неподвижного трамвая оставляют полосы, наклонённые под углом $\alpha = 30^\circ$ к вертикали. При движении трамвая вперед со скоростью $u = 18$ км/ч полосы от дождя вертикальны. Найти скорость капель дождя $\vec{v}$ относительно земли в безветренную погоду и скорость горизонтального ветра $\vec{v_1}$.

3. Самолет в безветренную погоду взлетает со скоростью $v = 60$ м/с под углом $\alpha = 20^\circ$ к горизонту. Найти вертикальную и горизонтальную составляющие скорости самолёта.