



Дьердь По́йа

*Задача, которую вы решаете, может быть очень скромной, но если она бросает вызов вашей любознательности и если вы решаете ее собственными силами, то вы сможете испытать ведущее к открытию напряжение ума и насладиться радостью победы.*

# Дьердь По́йа

- Американский математик. Родился в Венгрии в 1887 г.
- С 1914 по 1940 г. работал в Цюрихе (Швейцария).
- С 1953 г. работал в Принстонском университете (США)
- Основные труды относятся к функциональному анализу, математической статистике и комбинаторике.
- На русский язык вышли работы По́йа: «Задачи и теоремы анализа», «Математика и правдоподобные рассуждения», «Как решать задачу», «Математическое открытие».

# Проверь свои знания

Дайте определение квадратного трехчлена.

*Многочлен вида  $ax^2 + bx + c$ , где  $x$  – переменная,  $a, b, c$  – некоторые числа, причем  $a \neq 0$ .*

Как найти корни квадратного трехчлена?

*Приравнять к нулю и решить квадратное уравнение.*

Сформулируйте теорему Виета для полного квадратного уравнения.

*Если  $x_1$  и  $x_2$  – корни квадратного уравнения  $ax^2 + bx + c = 0$ , то*

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, \quad x_1 x_2 = \frac{c}{a}$$

# Проверь свои знания

Что называют разложением многочлена на множители?

*Представление многочлена в виде произведения многочленов.*

Какие способы разложения многочлена на множители вам известны?

- 1. Вынесение множителя за скобку;*
- 2. Способ группировки;*
- 3. Использование формул сокращенного умножения.*

# Решите уравнение

$$x^3 - 6x^2 - 4x + 24 = 0. \text{ (ГИА 2012).}$$

Решение:

$$(x^3 - 6x^2) - (4x - 24) = 0;$$

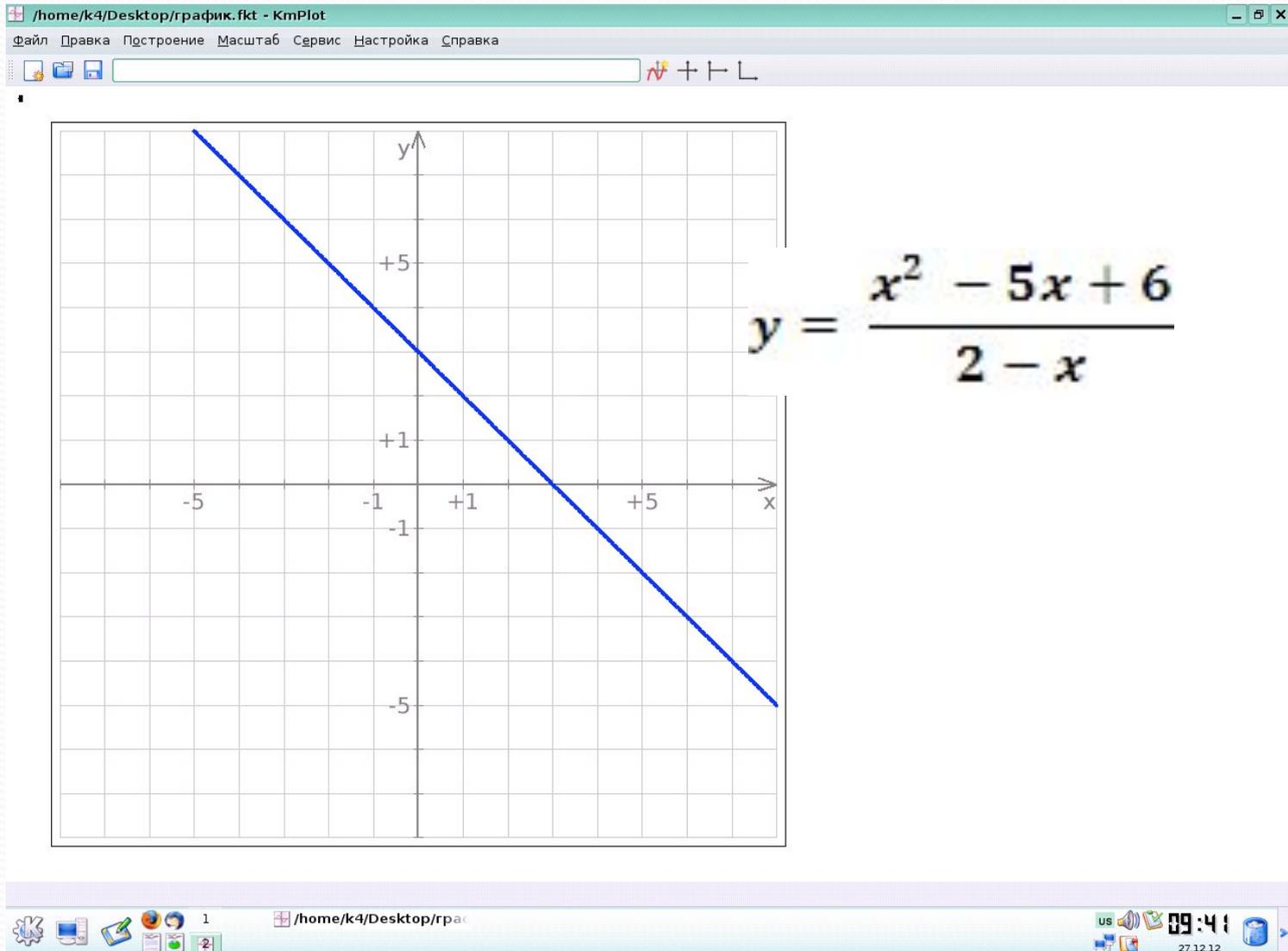
$$x^2(x - 6) - 4(x - 6) = 0;$$

$$(x^2 - 4)(x - 6) = 0;$$

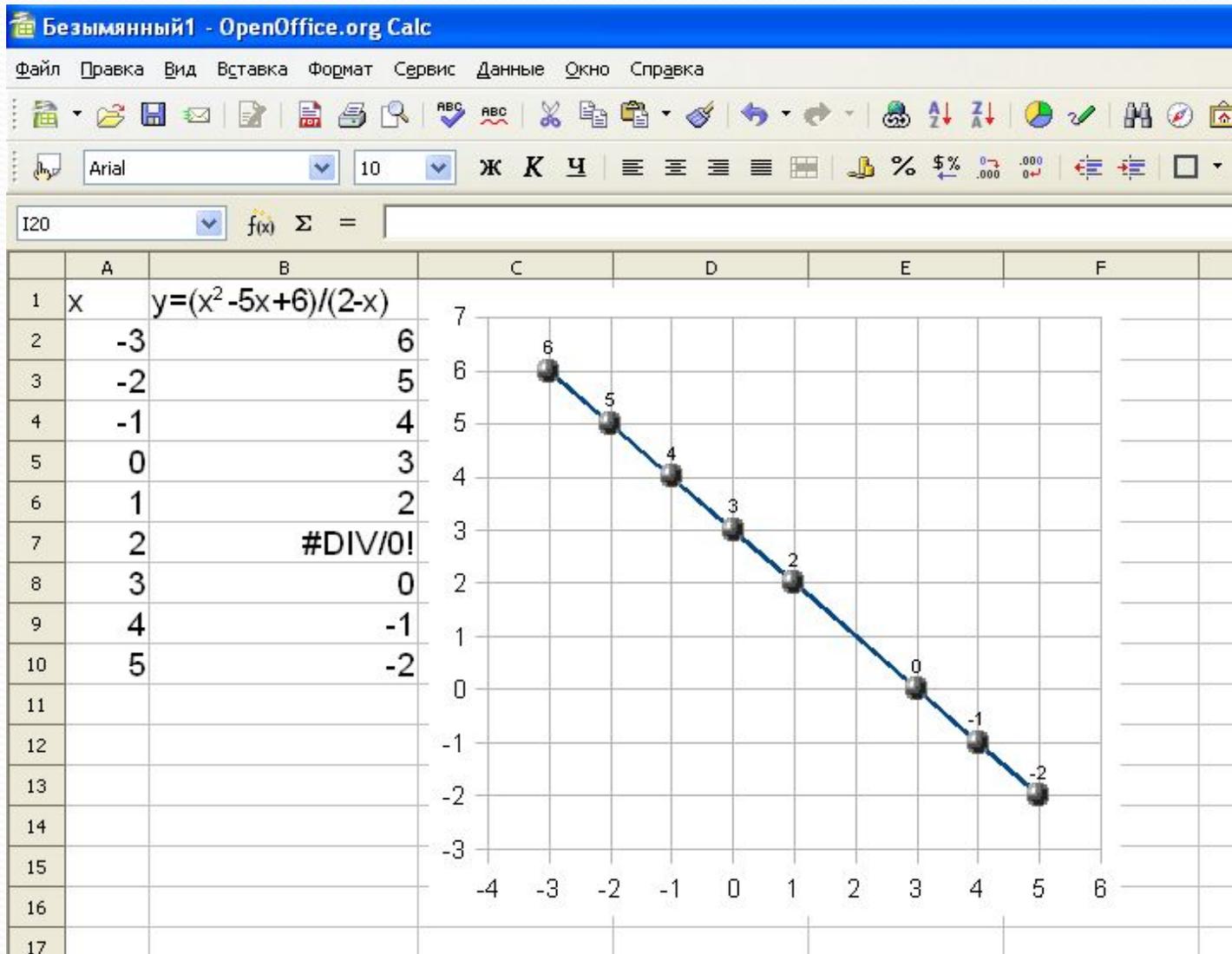
$$x^2 - 4 = 0 \text{ или } x - 6 = 0;$$

Ответ: -2; 2; 6

# График функции



# В электронной таблице



# Постройте график функции

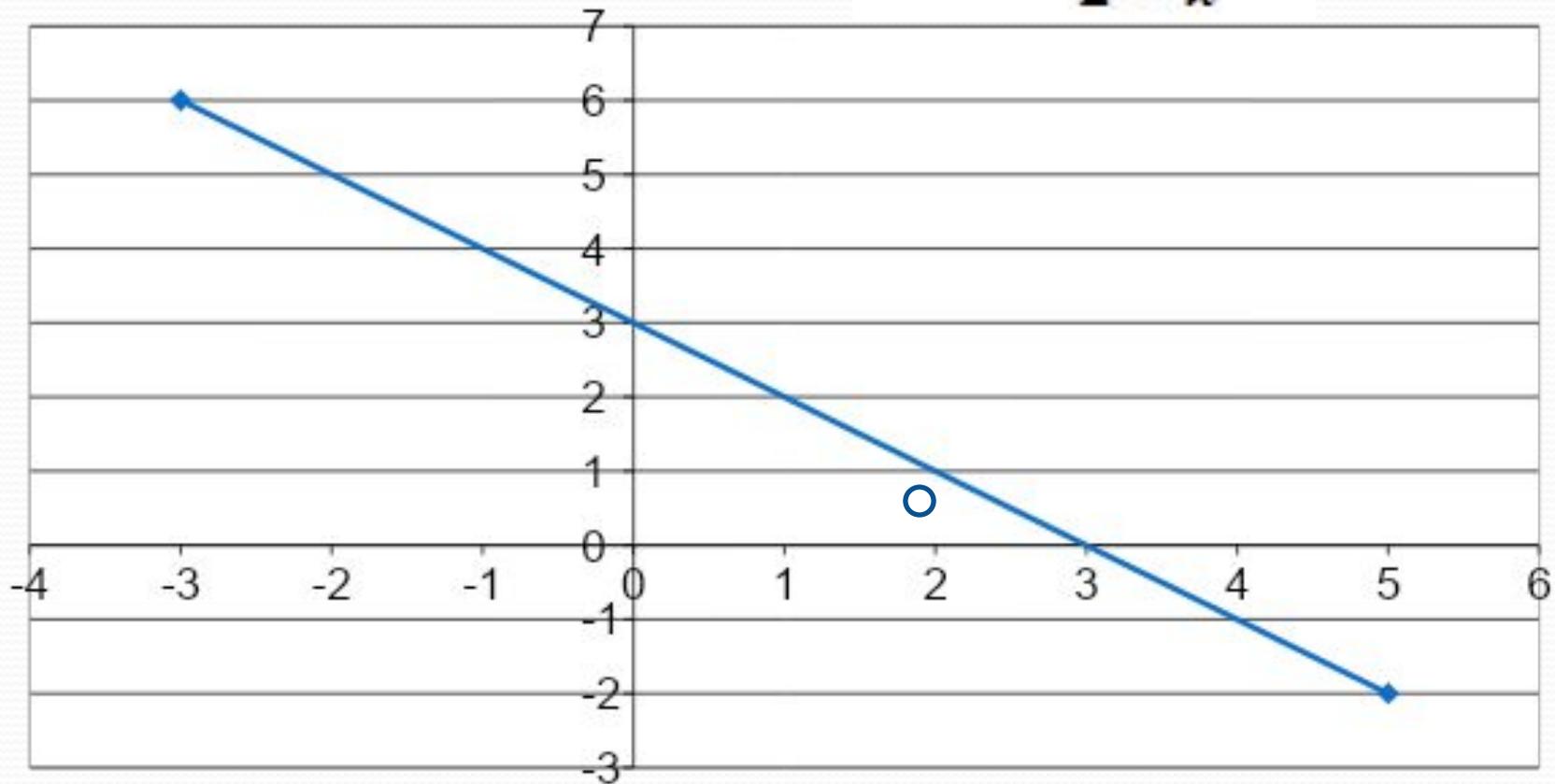
ГИА (2013 г.).

$$y = \frac{x^2 - 5x + 6}{2 - x}$$

$$y = \frac{x^2 - 5x + 6}{2 - x} = \frac{(x-2)(x-3)}{-(x-2)} = 3 - x.$$

$$x \neq 2$$

# График функции $y = \frac{x^2 - 5x + 6}{2 - x}$



# Разложить на множители

$$3x^2 - 21x + 30$$

Решение:

$$\begin{aligned} 3x^2 - 21x + 30 &= 3(x^2 - 7x + 10) = 3(x^2 - 2x - 5x + 10) = \\ &= 3((x^2 - 2x) - (5x - 10)) = 3(x(x - 2) - 5(x - 2)) = \\ &= 3(x - 2)(x - 5). \end{aligned}$$

Гипотеза:

$$\bullet \mathbf{ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)}.$$

## Теорема

Если  $x_1$  и  $x_2$  - корни квадратного трехчлена  $ax^2 + bx + c$ , то  $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$ .

Доказательство:  $ax^2 + bx + c = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right)$ .

Так как корни квадратного трехчлена  $ax^2 + bx + c$  являются корнями квадратного уравнения  $ax^2 + bx + c = 0$ , то по теореме Виета  $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ ,  $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$

Отсюда  $\frac{b}{a} = -(x_1 + x_2)$ ,  $\frac{c}{a} = x_1 \cdot x_2$ . Поэтому

$ax^2 + bx + c = a(x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1 x_2) = a(x^2 - x_1 x - x_2 x + x_1 x_2)$   
 $= a(x(x - x_1) - x_2(x - x_1)) = a((x - x_1)(x - x_2))$ , ч.т.д.

## Можно ли разложить квадратный трехчлен на множители, если он не имеет корней?

Предположим, что квадратный трехчлен можно представить в виде произведения многочленов первой степени:

$ax^2 + bx + c = (kx + m)(px + q)$ , где  $k, m, p, q$  – некоторые числа, причем  $k \neq 0$  и  $p \neq 0$ .

Найдите, при каких  $x$  произведение  $(kx + m)(px + q) = 0$ ?

При  $x = -\frac{m}{k}$  и  $x = -\frac{q}{p}$ .

Следовательно, при этих значениях  $x$  обращается в нуль и трехчлен  $ax^2 + bx + c$ , то есть числа  $-\frac{m}{k}$  и  $-\frac{q}{p}$  являются его корнями.

Мы пришли к противоречию, так как по условию этот трехчлен корней не имеет.

- **Вывод: если квадратный трехчлен не имеет корней, то его нельзя разложить на множители**

# Применение теоремы:

- № 76(а). Разложите на множители квадратный трехчлен:  
 $3x^2 - 24x + 21$ .

- № 84(б). Сократите дробь: 
$$\frac{2y^2 + 9y - 5}{4y^2 - 1}$$

- № 86. Чем различаются графики функции

$y = x - 4$  и  $y = \frac{x^2 - 6x + 8}{x - 2}$

## Домашнее задание:

- Пункт 4 (прочитать примеры 1, 2, 3). Решить № 77(а, б) и № 84 (а).

