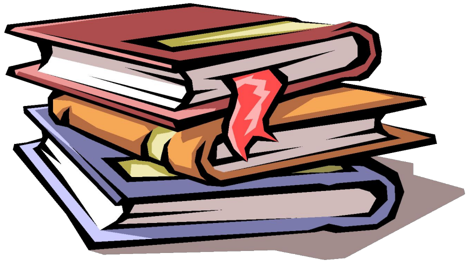
Квадратичная функция.
Её свойства и график.

Определение квадратичной функции

Квадратичной функцией называется функция , которую можно задать формулой вида:

$$y = ax^2 + bx + c$$



где: **a,b,c – числа**

Х – независимая переменная

$$a \neq 0$$

Определить, какие из данных функций являются квадратичными:

$y = 5x^2 + 3x$

$y = x^2 - 1$

$y = 5x + 2$

$y = 6x^3 - 5x^2 + 7$

$y = -(x + 3)^2 + 2$

$y = 6x^4 + 5x^2 + 7$

$y = 7x^2 + 2x - 1$

$y = x^2 - 5x + 6$

Графиком квадратичной функции
$y = ax^2 + bx + c$ является парабола,
которая получается из параболы
$y = ax^2$ параллельным переносом.

Вершина параболы - $(x_0; y_0)$,

где : $x_0 = -\dfrac{b}{2a}$ $y_0 = \dfrac{4ac - b^2}{4a}$

Осью параболы будет прямая

$$x = -\frac{b}{2a}$$

Дискриминантом квадратного уравнения

$ax^2 + bx + c = 0$ называется выражение

$$b^2 - 4ac$$

Его обозначают буквой D, т.е. $D = b^2 - 4ac$.

Возможны три случая:

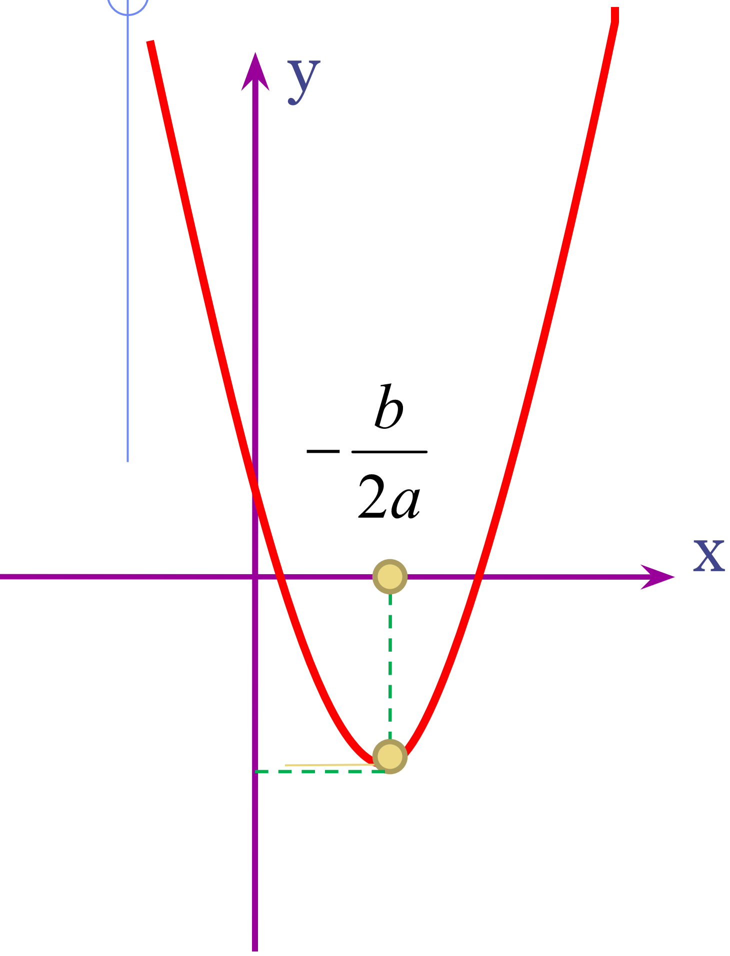
$D > 0$

$D = 0$

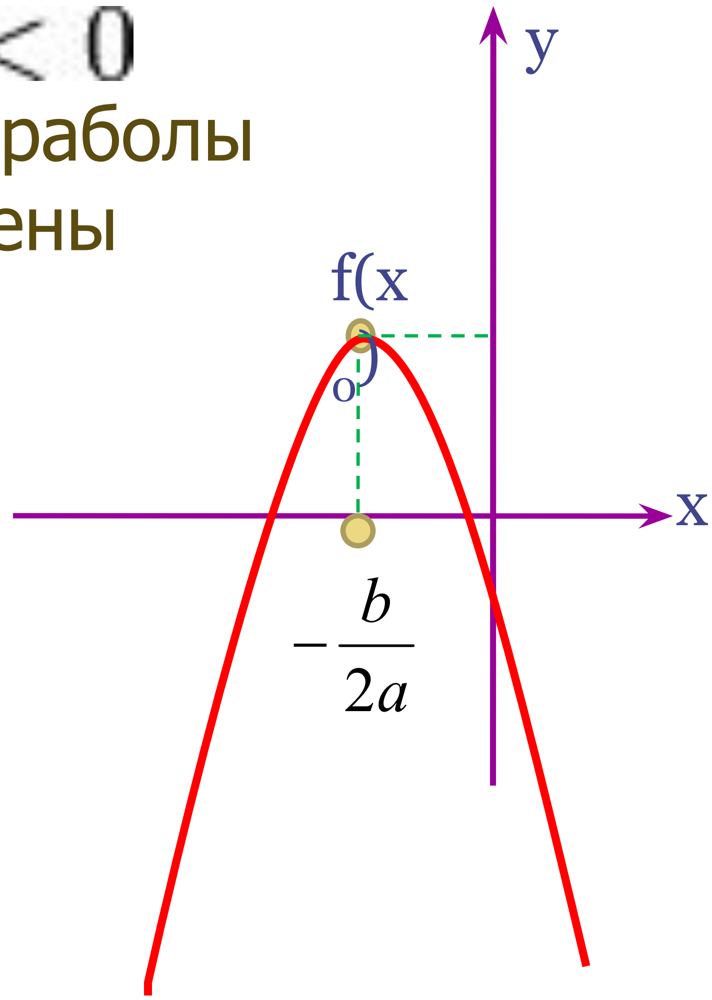
$D < 0$

- **если дискриминант больше нуля, то парабола пересекает ось абсцисс в двух точках,**
- **если дискриминант равен нулю, то парабола касается оси абсцисс,**
- **если дискриминант меньше нуля, то парабола не пересекает ось абсцисс,**

При $a > 0$ ветви параболы направлены вверх,



При $a < 0$ ветви параболы направлены вниз



Назовите те параболы, ветви которых будут направлены вниз

$f(x) = (x + 2)^2 - 3$

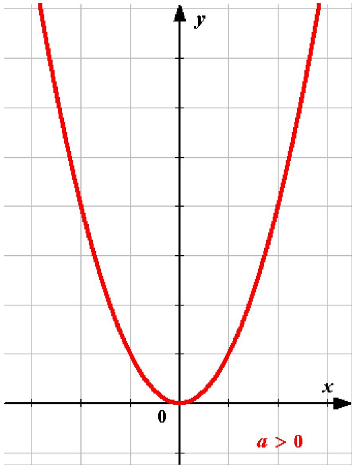
$f(x) = -3x^2 + 1$

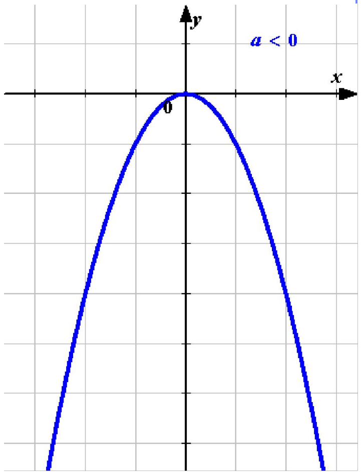
$f(x) = 7x^2 + 2x - 1$

$f(x) = 0,5x^2 - 6x + 5$

$f(x) = -2(x - 3)^2 + 4$

Алгоритм построения графика функции $y = ax^2 + bx + c$



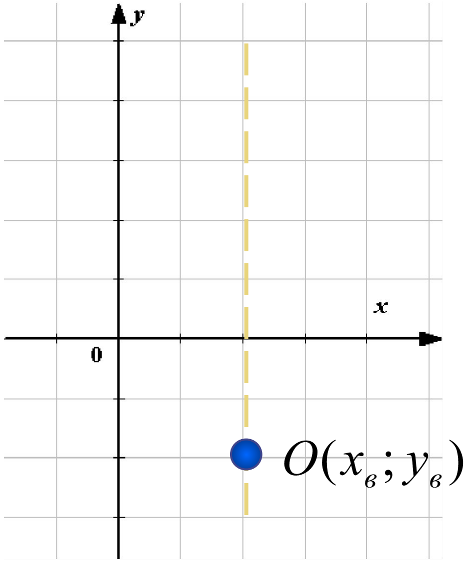


1. Определить направление ветвей параболы.
2. Найти координаты вершины параболы

$$O(x_в; y_в)$$

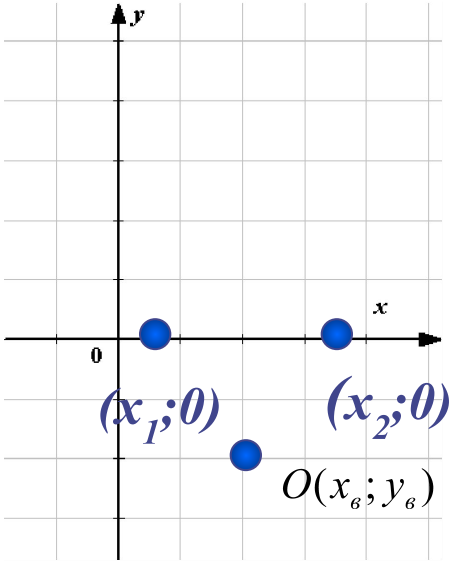
$$x_в = \frac{-b}{2a} \quad y_в = y(x_в)$$

3. Провести ось симметрии $x = x_в$



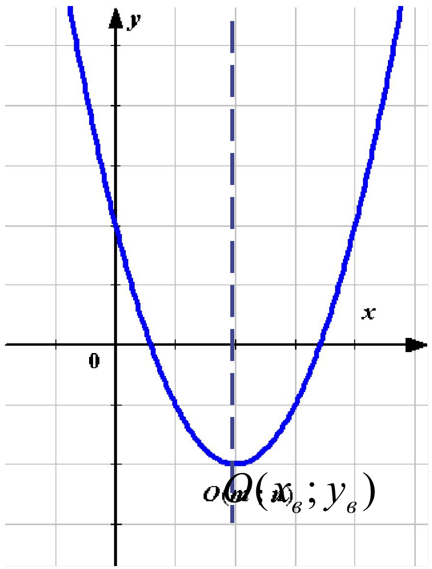
4. Определить точки пересечения графика функции с осью O_x, т.е. найти нули функции

$y = 0 \quad ax^2 + bx + c = 0$



5. Составить таблицу значений функции с учетом оси симметрии параболы.

x	x_1	x_2	x_3	x_4
y	y_1	y_2	y_3	y_4



6. Построить график функции.

Рассмотрим пример:

Построить график функции

y = x² − 4x + 3

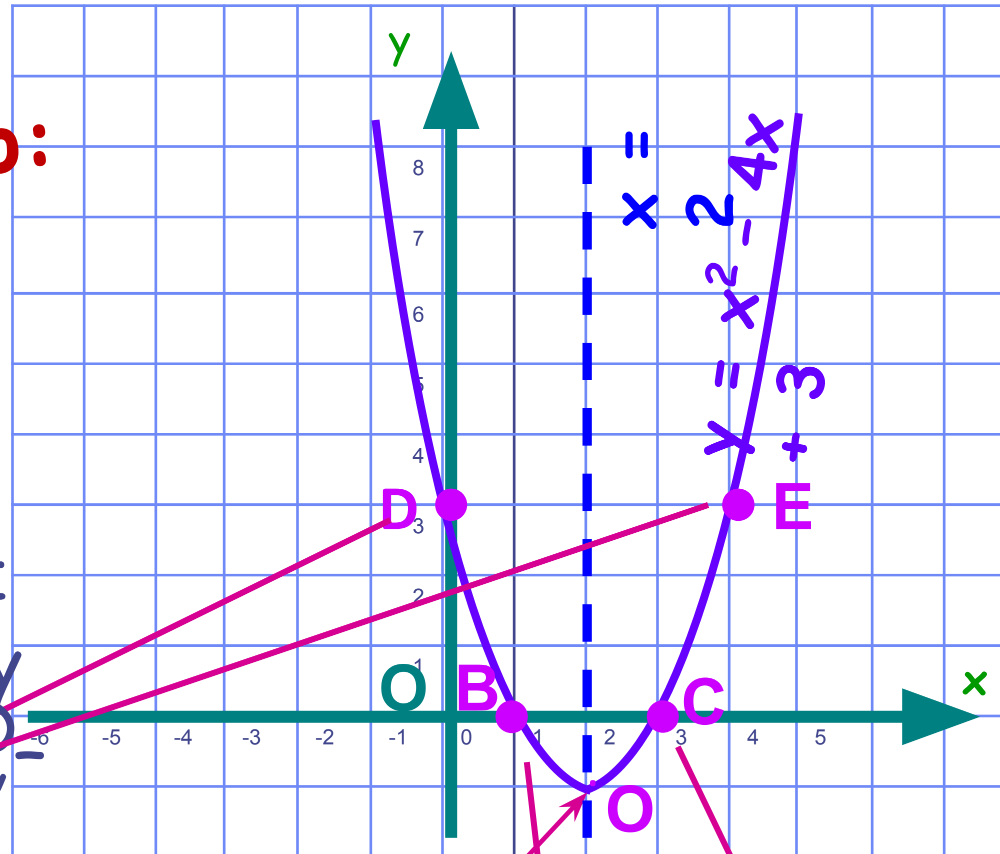
симметрии. E(4;3)

$$x_в = -\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{2\cdot 1} = 2$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4\cdot 1\cdot 3 = 4 = 2^2$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} \qquad x_1 = 1, \quad x_2 = 3$$



$O(2;-1)$

B(1;0); C(3;0)

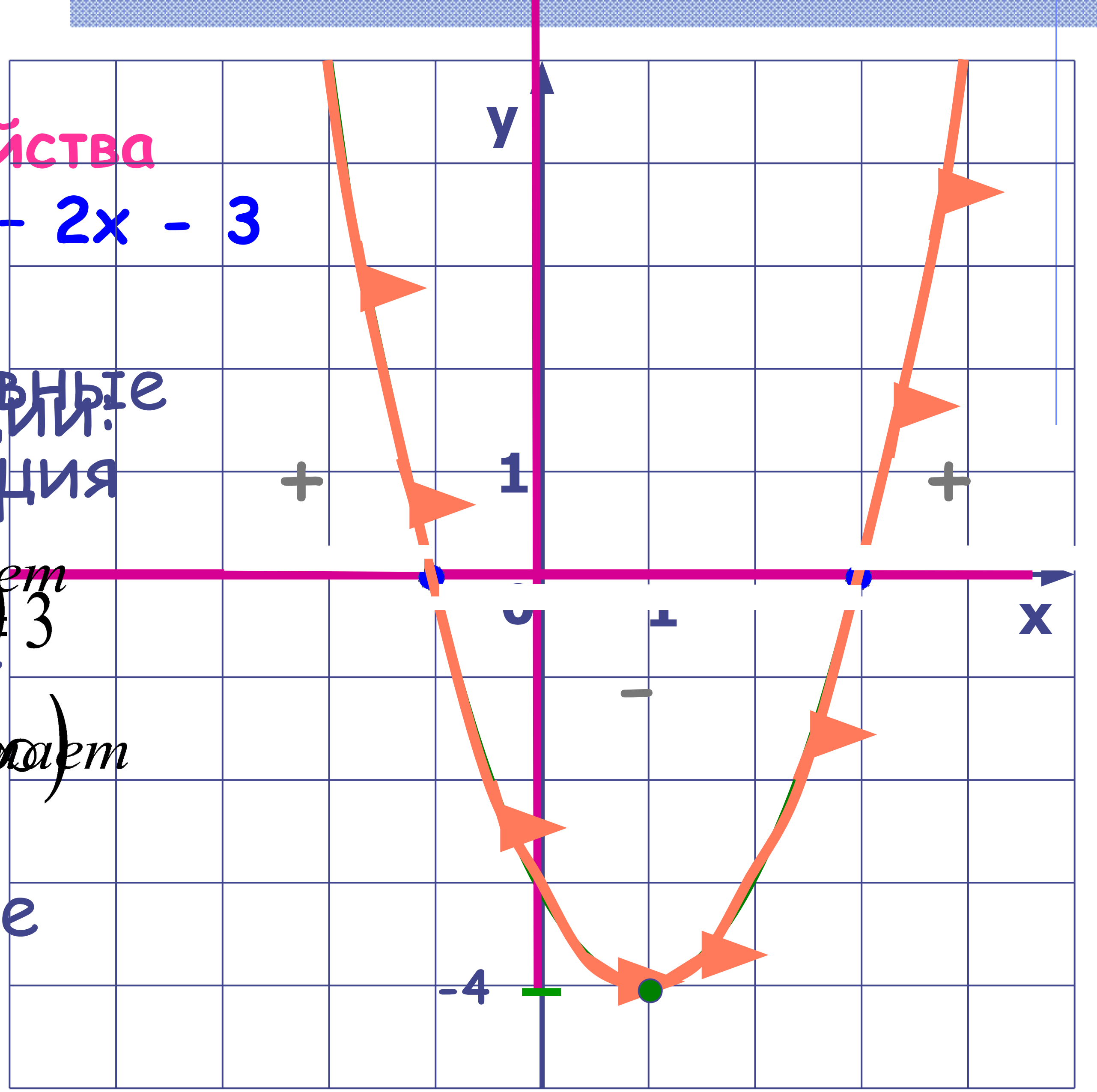
Пример:

Рассмотрим свойства функции $y = x^2 - 2x - 3$

5) Промежутки
3.) Нули функции:
Положительные значения функция
$x = -1;\ x = 3$
Область определения
функция принимает
Функция убывает
$D(f) = (-\infty;\infty)$
$E(f) = [-4;\infty)$
$x \in (-\infty;1]$
на промежутке
$x \in [1;\infty)$
$y_{наим} = -4$
$(-\infty;-1) \cup (3;\infty)$
функция возрастает

Отрицательные

$(-1;3)$



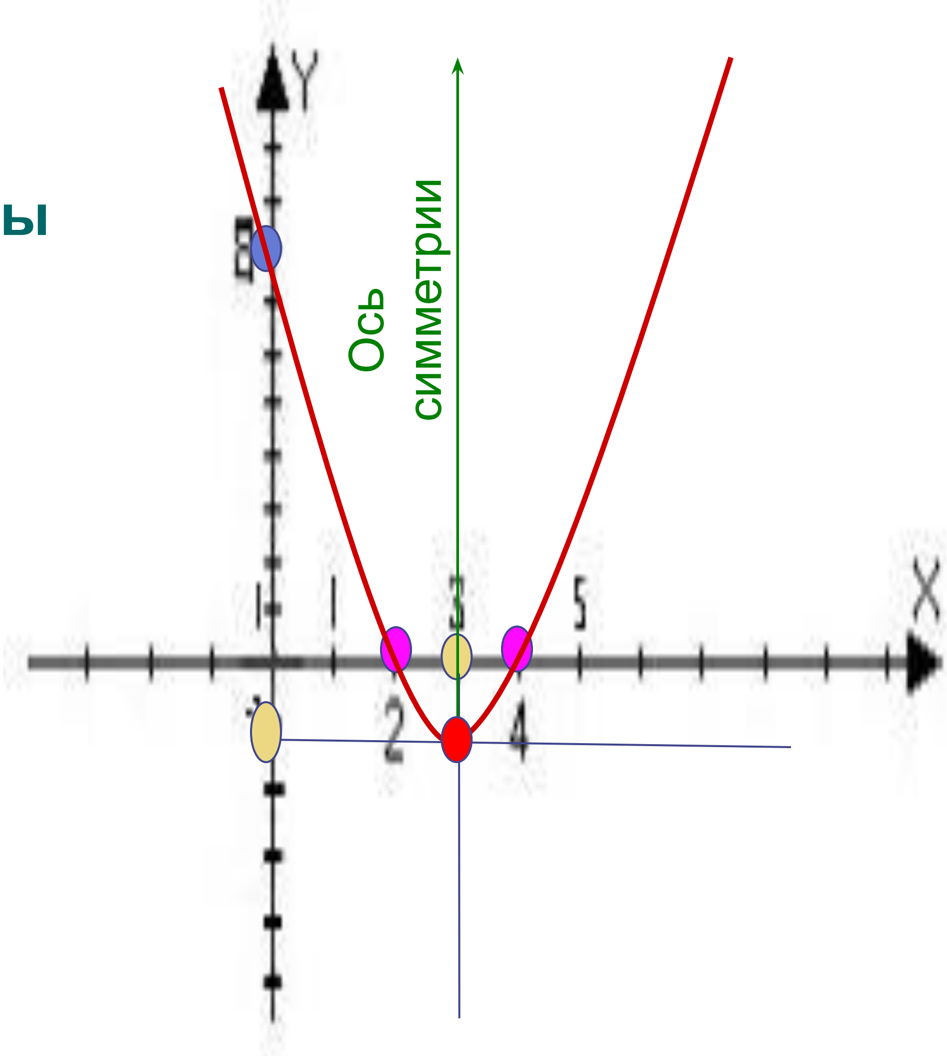
Построим график

$y = x^2 - 6x + 8$

$x = -(b/2a)$

$y=9-18+8=-1$

(3; -1)- вершина параболы



Решив квадратное уравнение $x^2 - 6x + 8 = 0$ определяем нули функции

X = 2 и X = 4

a > 0 (Ветви параболы направлены вверх)

Точка пересечения с осью ординат (0 ; 8)

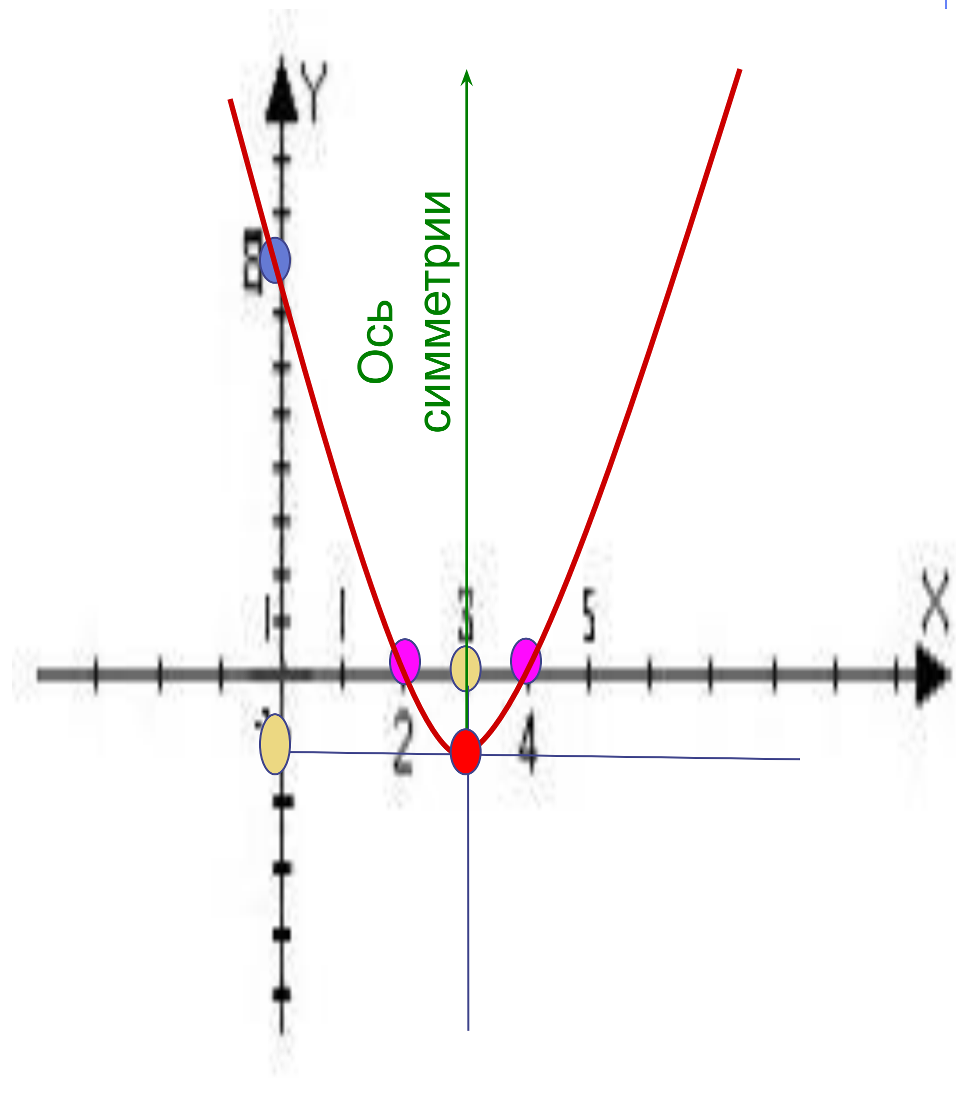
Область значений функции –
E (f) = [-1 ; + ∞)

Функция возрастает в промежутке [+3; +∞)

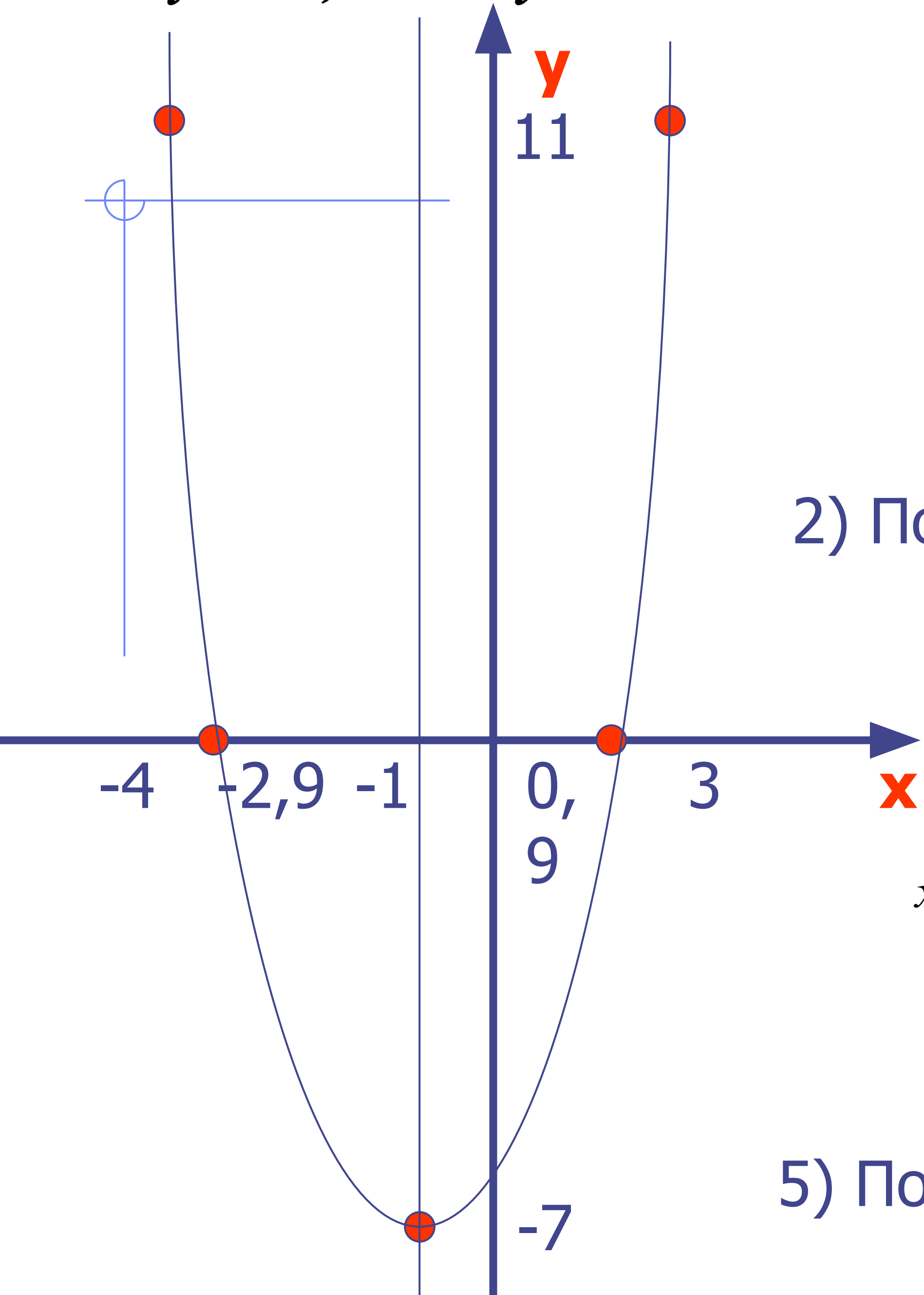
Функция убывает в промежутке (-∞ ;+3]

Наименьшее значение функции равно -1

Наибольшего значения функции не существует



Функция $y = 2x^2 + 4x - 5$



План построения

1) Построить вершину параболы

$$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2 \cdot 2} = -1$$

$$y_0 = y(x_0) = -7$$

2) Построить ось симметрии x=-1

3) Найти нули функции

$$(x_1; 0), (x_2; 0)$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad x_1 = -2{,}9; \quad x_2 = 0{,}9$$

4) Дополнительные точки

(-4; 11) ; (3;11)

5) Построить параболу по точкам

Спасибо

за

внимание!