



**ПРОЕКТ**

# **ТЕОРЕМА ПИФАГОРА**

*(вчера, сегодня, завтра...)*

«Геометрия владеет  
двумя сокровищами:  
одно из них -  
это теорема Пифагора»

Иоганн Кеплер

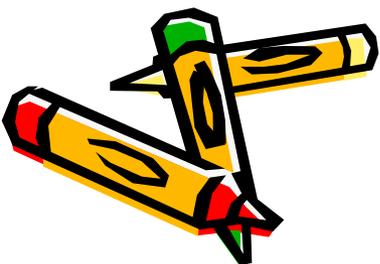
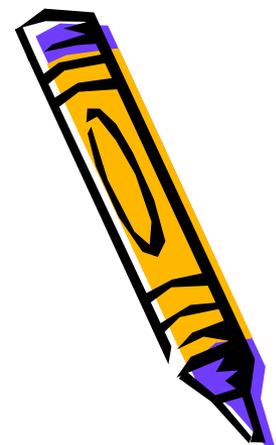


**Руководитель  
проекта:**

*Дюбо Н.В.*

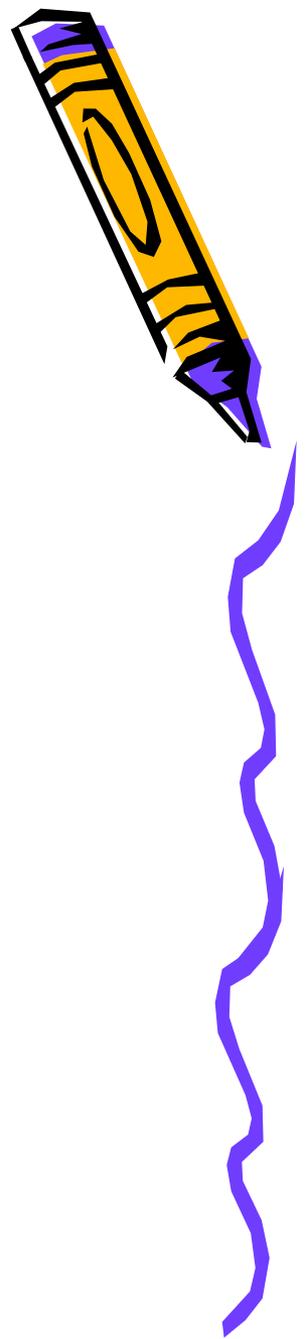
**Выполнили:**

*Семенова К.  
Карпинская М.  
Соловьев И.*



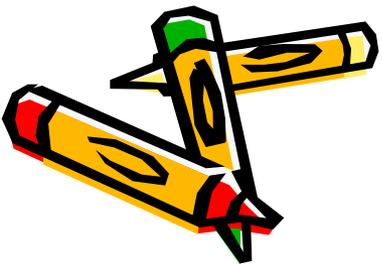
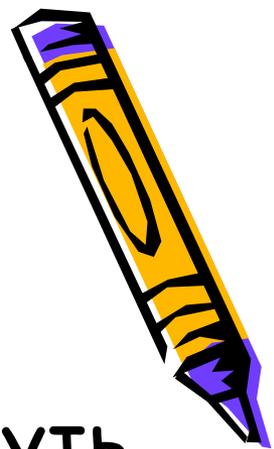
## Цель проекта:

Показать применение  
теоремы Пифагора в  
практической  
деятельности людей.

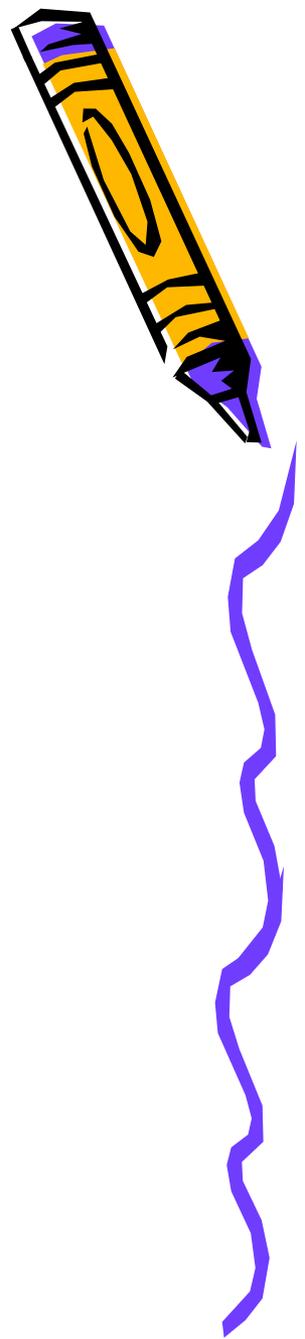


# Гипотеза:

Теорема Пифагора открывает путь с прямой на плоскость, с плоскости в трёхмерное пространство и дальше - в многомерные пространства. Этим определяется её исключительная важность для геометрии и математики в целом.



# Задачи проекта:

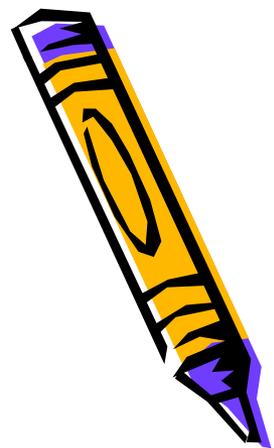


- Получить информацию по данному вопросу из разных источников;
- Проанализировать информацию;
- Рассмотреть различные способы доказательства теоремы Пифагора;
- Показать применение теоремы Пифагора
- Оформить результаты работы в виде презентации;
- Сделать выводы.



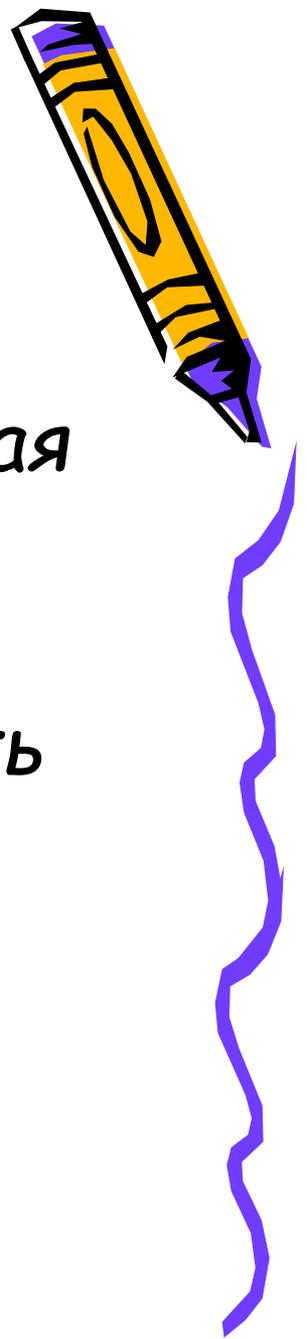
# Методы работы

- Изучение различных источников:  
книги, статьи, материалы в интернете;
- Опрос учащихся и учителей школы;
- Отбор необходимой информации;
- Компьютерное моделирование.

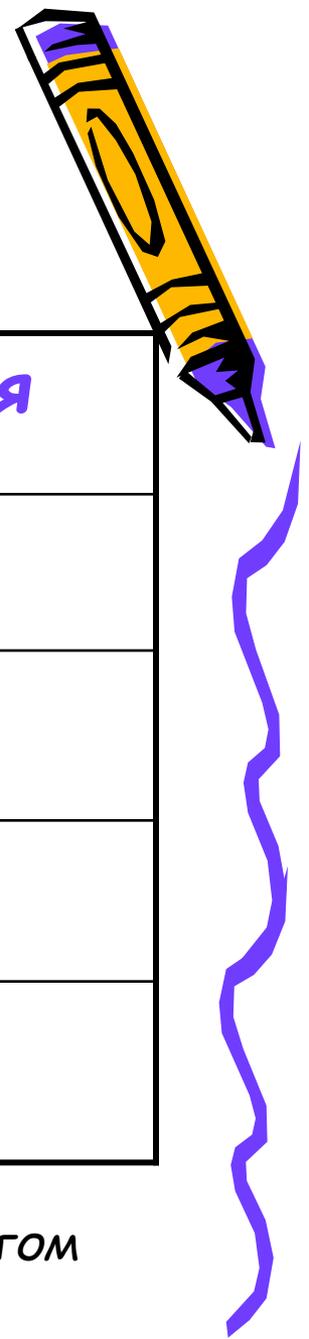


# По данным интернет-опросов

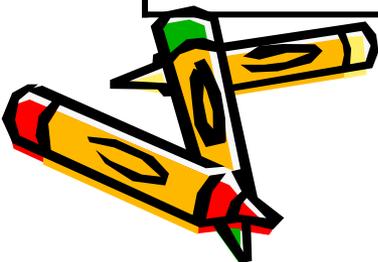
Теорема Пифагора самая известная теорема геометрии, о ней знает подавляющее большинство населения планеты, хотя доказать ее способна лишь очень незначительная его часть.



# Опрос общественного мнения



Вопросы	Учащиеся	Учителя
Формулировка теоремы Пифагора	76%	90%
Существует более 100 доказательств теоремы	49%	90%
Можете доказать теорему Пифагора	49%	30%
Применяли теорему в практической деятельности	50%	80%



**Вывод:** Данные, полученные при опросе, во многом совпадают с данными Интернет - опросов.

# Формулировка теоремы

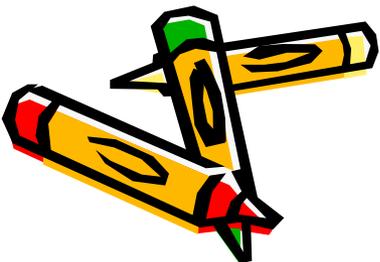


**Во времена Пифагора :**

« Площадь квадрата, построенного на гипотенузе прямоугольного треугольника, равна сумме площадей квадратов, построенных на его катетах».

**Современная формулировка:**

« В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов».



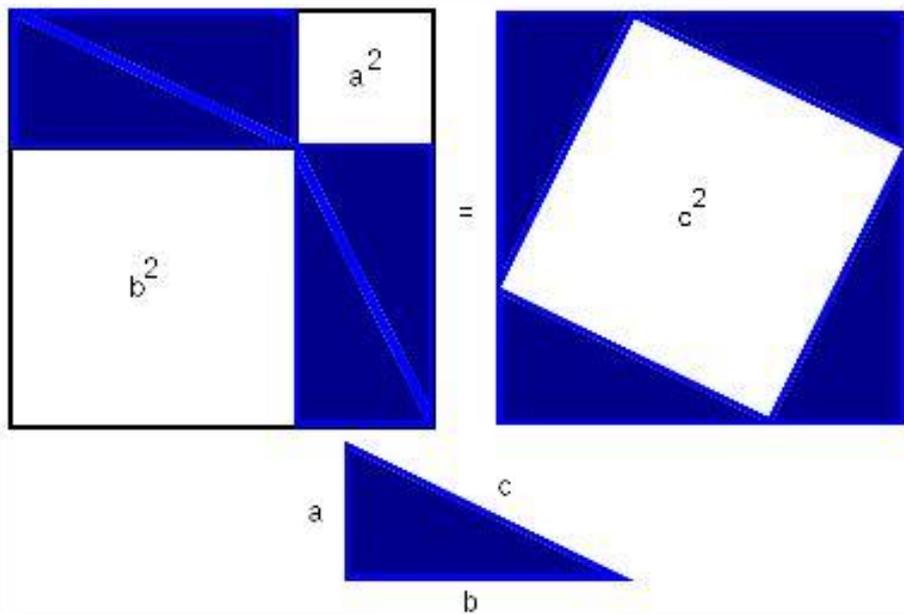
# Доказательства теоремы



Существует около 500 различных доказательств этой теоремы (геометрических, алгебраических, механических и т.д.).



# Самое простое доказательство



Дано: прямоугольный  
треугольник,  
 $a, b$  - катеты,  
 $c$  - гипотенуза

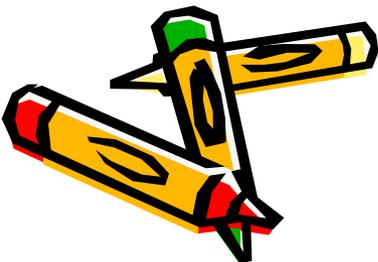
Доказать:  $c^2 = a^2 + b^2$

Доказательство:

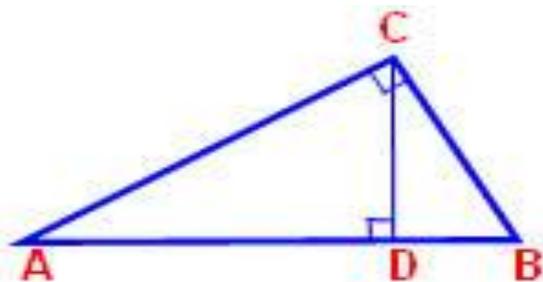
$$(a+b)^2 = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot ab + c^2$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = 2ab + c^2$$

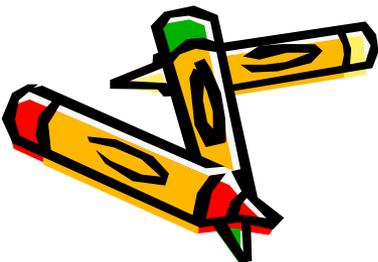
$$c^2 = a^2 + b^2$$



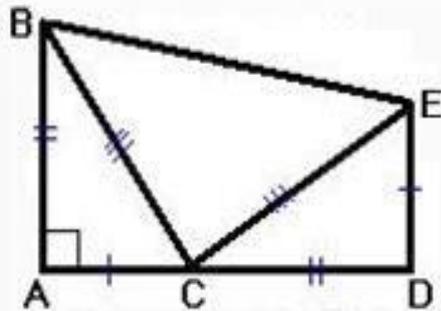
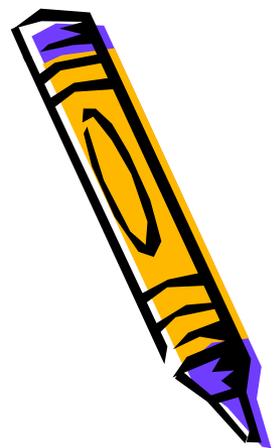
# Алгебраическое доказательство



- 1) Проведем высоту  $CD$  из вершины прямого угла  $C$ .
- 2) По определению косинуса угла  $\cos A = AD/AC = AC/AB$ , отсюда следует  $AB \cdot AD = AC^2$ .
- 3) Аналогично  $\cos B = BD/BC = BC/AB$ , значит  $AB \cdot BD = BC^2$ .
- 4) Сложив полученные равенства почленно, получим:  
 $AC^2 + BC^2 = AB \cdot (AD + DB)$   
 $AB^2 = AC^2 + BC^2$ .



# Геометрическое доказательство



1) Построим отрезок  $CD$  равный отрезку  $AB$  на продолжении катета  $AC$  прямоугольного треугольника  $ABC$ . Затем опустим перпендикуляр  $ED$  к отрезку  $AD$ , равный отрезку  $AC$ , соединим точки  $B$  и  $E$ .

2) Площадь фигуры  $ABED$  можно найти, если рассматривать её как сумму площадей трёх треугольников:

$$S_{ABED} = 2 \cdot AB \cdot AC / 2 + BC^2 / 2$$

3) Фигура  $ABED$  является трапецией, значит, её площадь равна:

$$S_{ABED} = (DE + AB) \cdot AD / 2.$$

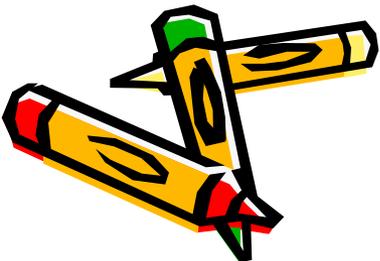
4) Если приравнять левые части найденных выражений, то получим:

$$AB \cdot AC + BC^2 / 2 = (DE + AB)(CD + AC) / 2$$

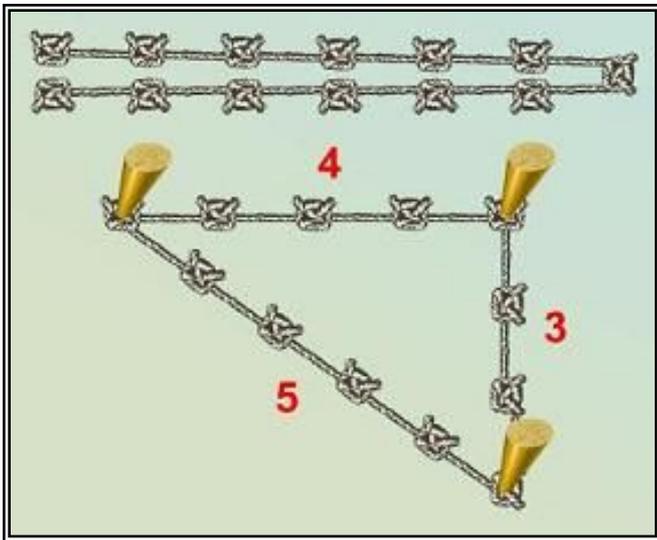
$$AB \cdot AC + BC^2 / 2 = (AC + AB)^2 / 2$$

$$AB \cdot AC + BC^2 / 2 = AC^2 / 2 + AB^2 / 2 + AB \cdot AC$$

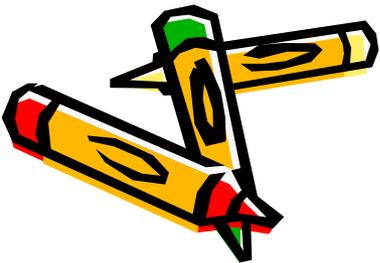
$$BC^2 = AB^2 + AC^2.$$



# Теорема Пифагора (вчера...)

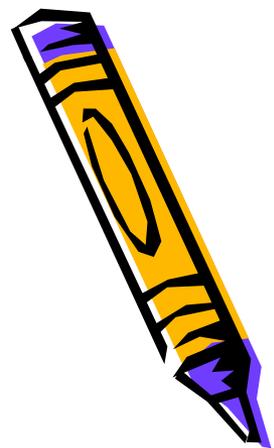
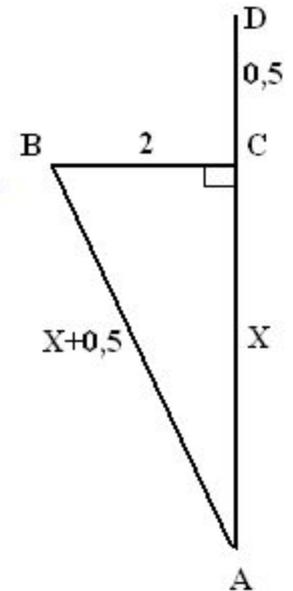
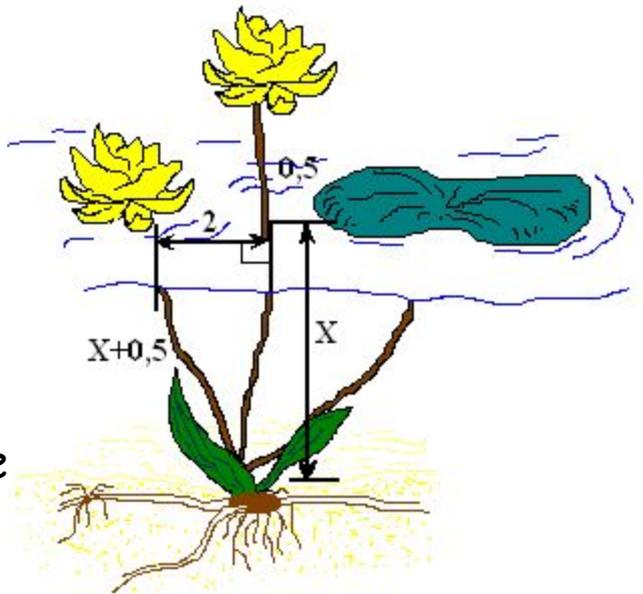


Египетский треугольник - это прямоугольный треугольник со сторонами 3, 4 и 5. Он известен и широко применялся еще древними египтянами. Они с помощью такого треугольника строили прямые углы на местности, что имело для них огромное значение, так как каждый год разливы Нила размывали границы между полями, и приходилось заново размечать их. Это делалось очень просто: на веревке узлами отмечалось 12 равных отрезков, а потом из этой веревки складывали треугольник, и угол, оказавшийся напротив стороны 5, являлся прямым.

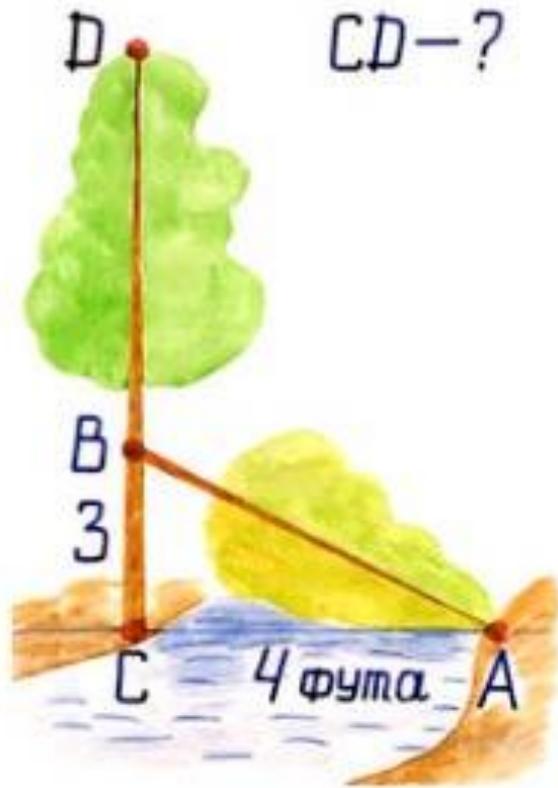


# Задача древних ИНДУСОВ

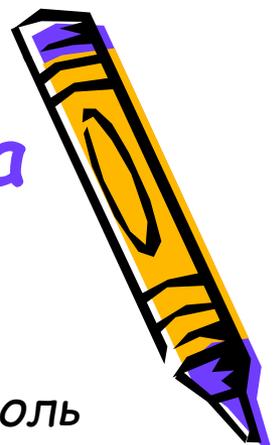
Над озером тихим  
С полф ута размером  
Высился лотоса цвет.  
Он рос одиноко,  
И ветер порывом  
Отнёс его в сторону. Нет  
Боле цветка над водой.  
Нашёл же рыбак его  
Ранней весною  
В двух ф утах от места, где  
рос.  
Итак, предложу я вопрос:  
"Как озера вода здесь  
глубока?"



# Задача индийского математика XII века Бхаскары

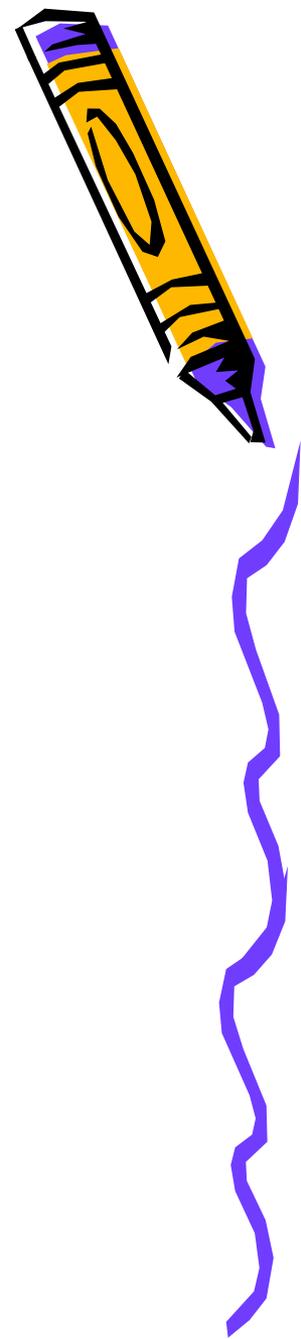
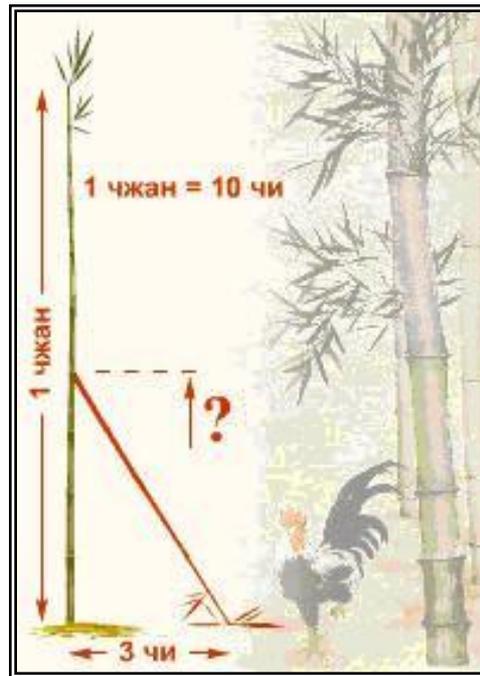


"На берегу реки рос тополь  
одинокий.  
Вдруг ветра порыв его ствол  
надломал.  
Бедный тополь упал. И угол  
прямой  
С течением реки его ствол  
составлял.  
Запомни теперь, что в этом  
месте река  
В четыре лишь фута была  
широка  
Верхушка склонилась у края  
реки.  
Осталось три фута всего от  
ствола,  
Прошу тебя, скоро теперь мне  
скажи:  
У тополя как велика высота?"

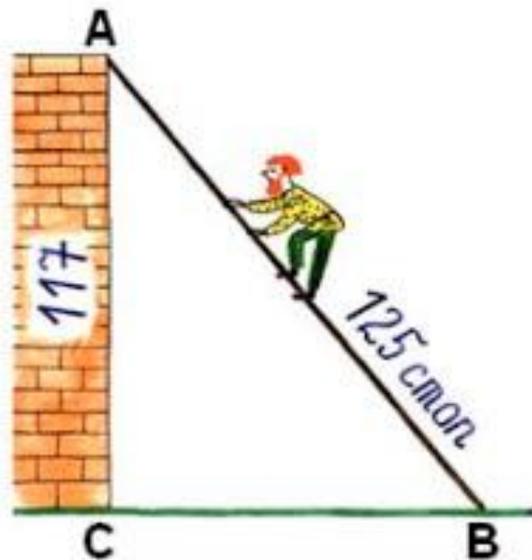


# Задача о бамбуке из древнекитайского трактата "Гоу-гу"

Имеется бамбук  
высотой в 1 чжан.  
Вершину его  
согнули так, что она  
касается земли на  
расстоянии 3 чи от  
корня (1 чжан = 10  
чи). Какова высота  
бамбука после  
сгибания?



# Задача из учебника "Арифметика" Леонтия Магницкого (18 век)



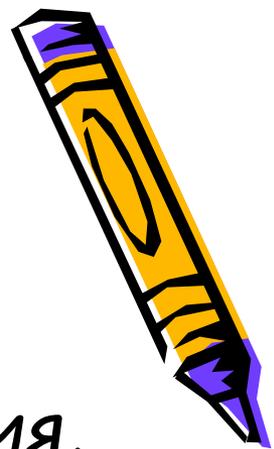
Случися некому человеку к стене лестницу прибрати, стены же тоя высота есть 117 стоп. И обрете лестницу долготью 125 стоп. И ведати хочет, колико стоп сея лестницы нижний конец от стены отстояти иматъ."



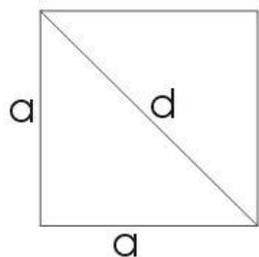
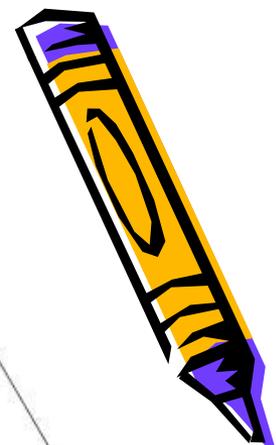
# Теорема Пифагора (сегодня, завтра...)

При строительстве любого сооружения, рассчитывают расстояния, центры тяжести, размещение опор, балок и т.д.

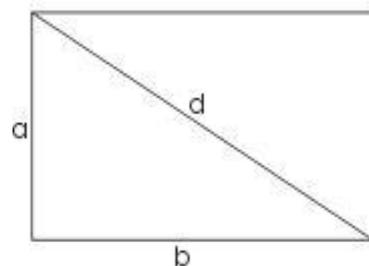
Теорема Пифагора применяется практически во всех современных технологиях, а также открывает простор для создания и придумывания новых.



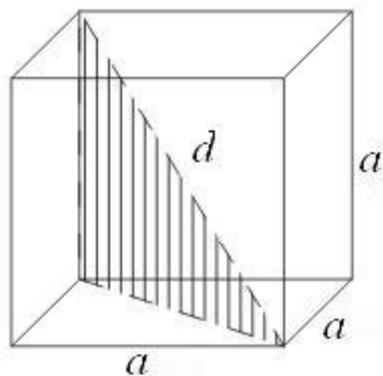
# На плоскости и в пространстве



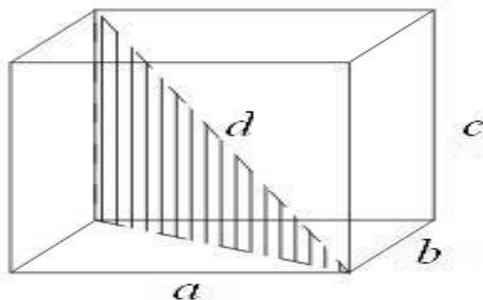
$$d = a\sqrt{2}$$



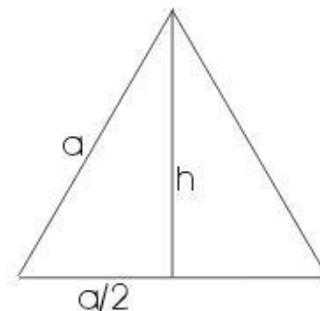
$$d = \sqrt{a^2 + b^2}$$



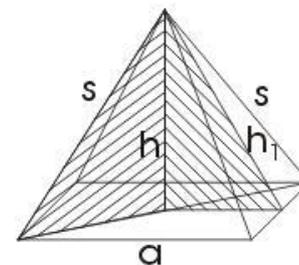
$$d = a\sqrt{3}$$



$$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

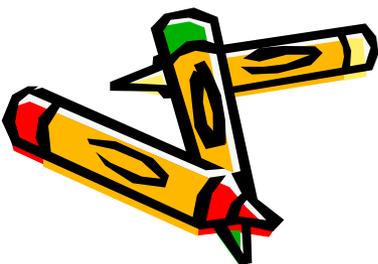


$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

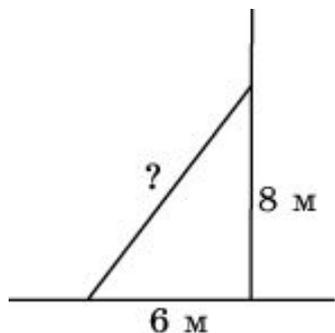
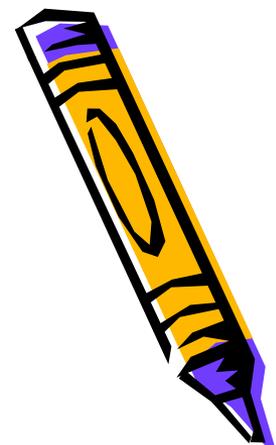


$$s^2 = h^2 + \frac{a^2}{2}$$

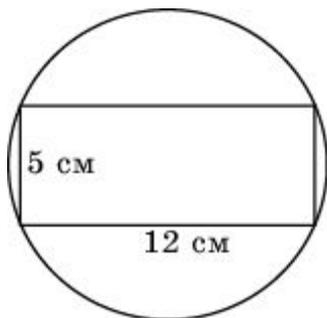
$$h_1^2 = h^2 + \frac{a^2}{4}$$



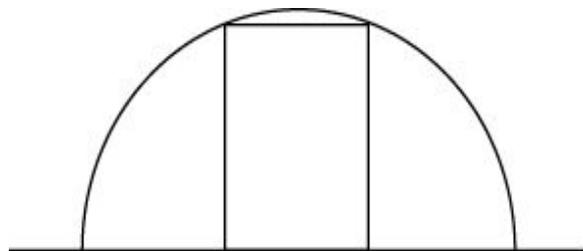
# В строительстве



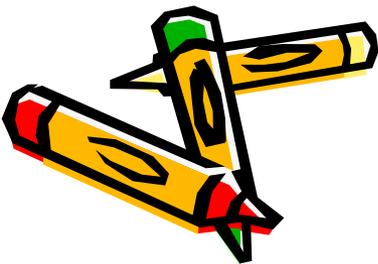
Какой длины должна быть лестница, чтобы она достала до окна дома на высоте 8 метров, если ее нижний конец отстоит от дома на 6 м?



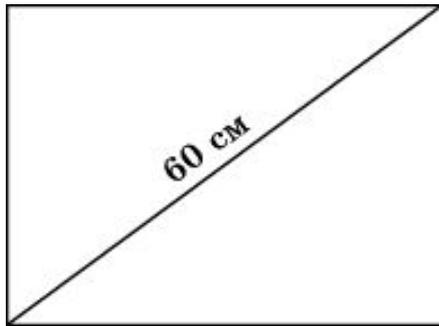
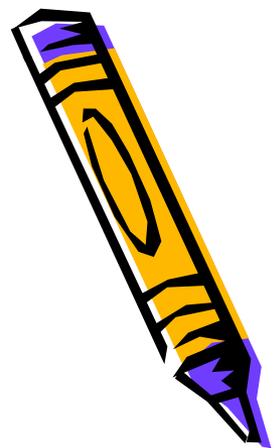
Из круглого бревна нужно вырезать брус с поперечным сечением 5x12 (см). Какой наименьший диаметр должно иметь бревно?



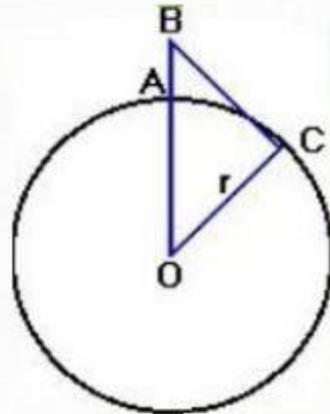
Туннель имеет форму полукруга радиуса 3 м. Какой наибольшей высоты должна быть машина, шириной 2 м, чтобы она могла проехать по этому туннелю?



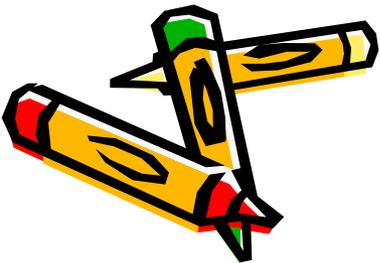
# В технике



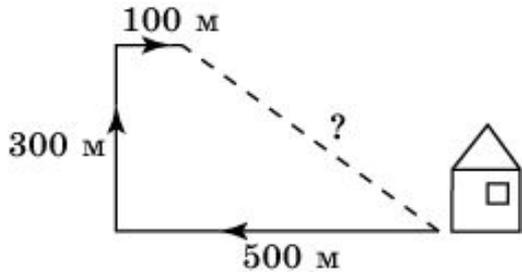
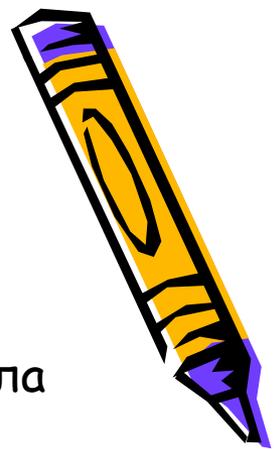
Отношение высоты к ширине экрана телевизора равно 0,75. Диагональ равна 60 см. Найдите ширину экрана.



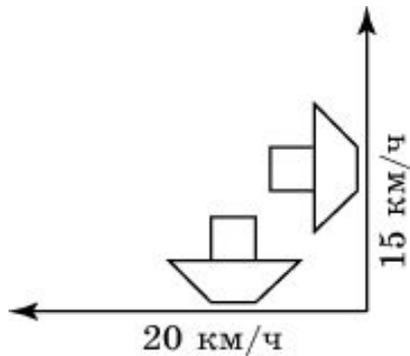
Какую наибольшую высоту должна иметь антенна мобильного оператора, чтобы передачу можно было принимать в радиусе  $R=200$  км? (радиус Земли равен 6380 км.)



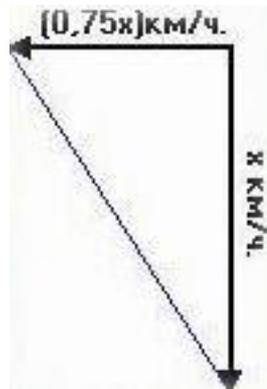
# В навигации



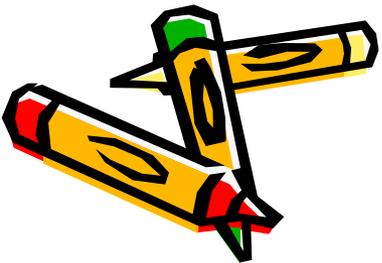
Девочка прошла от дома по направлению на запад 500 м. Затем повернула на север и прошла 300 м. После этого она повернула на восток и прошла еще 100 м. На каком расстоянии от дома оказалась девочка?



Два парохода вышли из порта, следуя один на север, другой на запад. Скорости их равны 15 км/ч и 20 км/ч. Какое расстояние будет между ними через 2 ч?

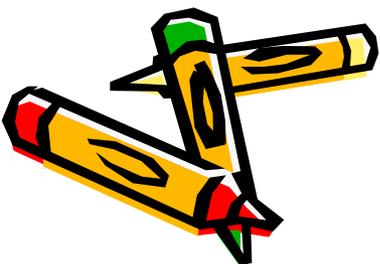


С аэродрома вылетели два самолета: один - на запад, другой - на юг. Через два часа расстояние между ними было 2000 км. Найдите скорости самолетов, Если скорость одного составляла 75% скорости другого.



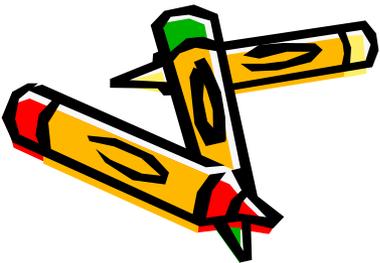
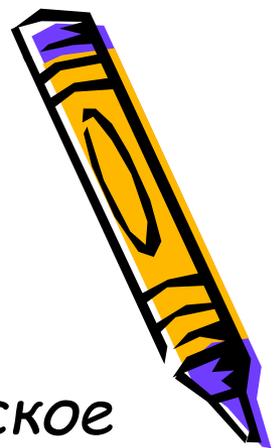
# Многомерные пространства

Существуют кинотеатры где показывают кино в шести измерениях: первые три даже перечислять не стоит, а также время, запах и вкус. Вы спросите: а как связаны между собой теорема Пифагора и запахи, вкусы? А все очень "просто": ведь при показе кино надо рассчитать куда и какие запахи направлять и т.д.

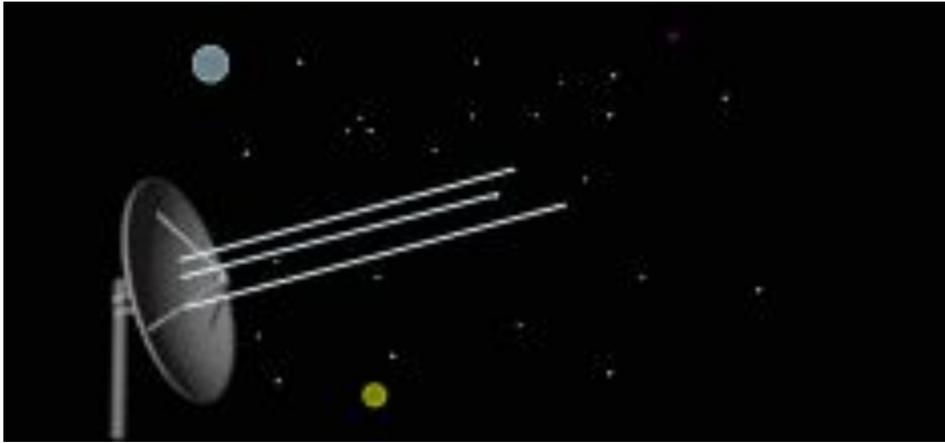


# Значение теоремы Пифагора

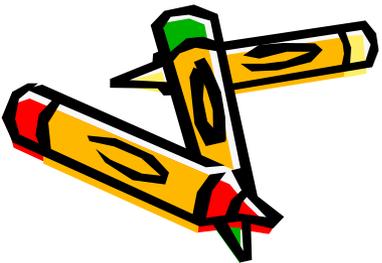
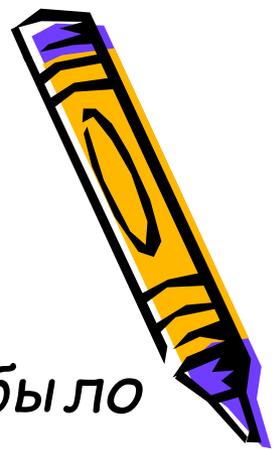
Теорема Пифагора имеет огромное практическое значение: она применяется в нашей жизни буквально на каждом шагу. С помощью теоремы можно найти длины отрезков, не измеряя самих отрезков. Это как бы открывает путь от прямой к плоскости, от плоскости к объемному пространству и дальше. Именно по этой причине теорема Пифагора так важна для человечества, которое стремится открывать все больше измерений и создавать технологии в этих измерениях.



# Послание внеземным цивилизациям



В прошлом веке было решено передать обитателям вселенной сигнал в виде теоремы Пифагора. Неизвестно, как это сделать, но для всех очевидно, что факт, выражаемый теоремой Пифагора имеет место всюду и поэтому похожие на нас обитатели другого мира должны понять такой сигнал.



Пребудет вечной истина,  
как скоро  
Её познает слабый  
человек!

И ныне теорема Пифагора  
Верна, как и в его далёкий  
век.

