



# МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

## Лекция № 18

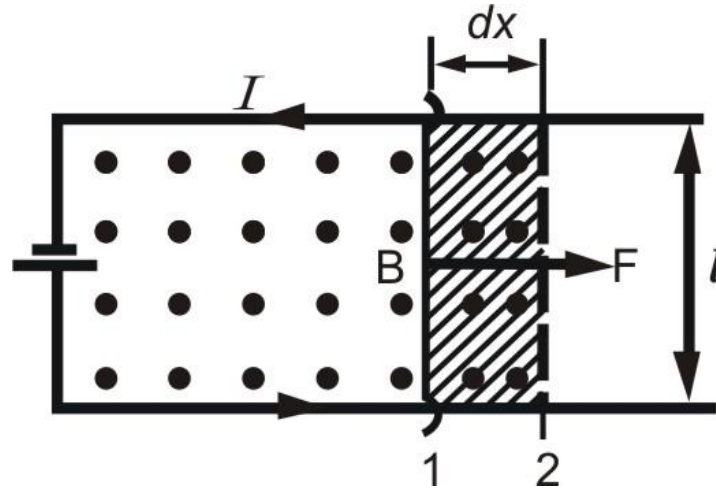
# Закон Фарадея

## и его связь с законом сохранения энергии

- *Всякий раз, когда происходит изменение сцепленного с контуром потока магнитной индукции, в контуре возникает индукционный ток.* Возникновение индукционного тока указывает на наличие в цепи электродвижущей силы, называемой **электродвижущей силой электромагнитной индукции**, которая определяется только скоростью изменения магнитного потока, т. е.

$$E_i = -d\Phi/dt.$$

- Знак минус показывает, что увеличение потока  $d\Phi/dt$  вызывает возникновение э. д. с.  $E_i < 0$ , т. е. **поле индукционного тока направлено навстречу потоку.**
- Правило Ленца: *индукционный ток в контуре имеет всегда такое направление, что создаваемое им магнитное поле препятствует изменению магнитного потока, вызвавшему этот индукционный ток.*



- Под действием силы Ампера  $F$  проводник перемещается на отрезок  $dx$ . Сила Ампера производит работу  $dA = I \cdot d\Phi$ , где  $d\Phi$  - пересеченный проводником магнитный поток.
- Согласно закону сохранения энергии, за время  $dt$  работа источника тока ( $E \cdot I \cdot dt$ ) будет расходоваться на джоулеву теплоту ( $I^2 R \cdot dt$ ) и работу по перемещению проводника в магнитном поле ( $I \cdot d\Phi$ ):

$$E \cdot I \cdot dt = I^2 R \cdot dt + I \cdot d\Phi,$$

где  $R$  - полное сопротивление контура.

- Тогда, поделив на  $I \cdot dt$ , получим

$$I = (E - d\Phi/dt)/R,$$

где  $-d\Phi/dt = E_i$  есть не что иное, как закон Фарадея.

- Закон Фарадея можно сформулировать таким образом: *э.д.с. электромагнитной индукции в контуре численно равна и противоположна по знаку скорости изменения магнитного потока сквозь поверхность, ограниченную этим контуром.*
- Если проводник движется в постоянном магнитном поле, то *сила Лоренца*, действующая на заряды внутри проводника, движущиеся вместе с проводником, будет направлена противоположно току, т. е. она *будет создавать в проводнике индукционный ток противоположного направления.*

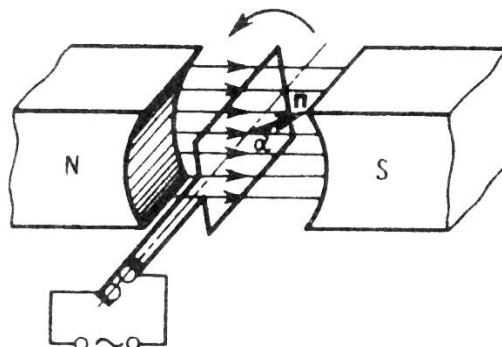
- Согласно закону Фарадея, возникновение э.д.с. электромагнитной индукции возможно и в случае неподвижного контура, находящегося в переменном магнитном поле.
- *Однако сила Лоренца на неподвижные заряды не действует*, поэтому в данном случае ею нельзя объяснить возникновение э.д.с. индукции.
- Максвелл для объяснения э.д.с. индукции в неподвижных проводниках предположил, что *всякое переменное магнитное поле возбуждает в окружающем пространстве электрическое поле, которое и является причиной возникновения индукционного тока в проводнике.*

## Вращение рамки в магнитном поле

- *Явление электромагнитной индукции применяется для преобразования механической энергии в энергию электрического тока с помощью генератора.*
- Предположим, что рамка вращается в однородном магнитном поле ( $B = \text{const}$ ) равномерно с угловой скоростью  $\omega = \text{const}$ . Магнитный поток, сцепленный с рамкой площадью  $S$ , в любой момент времени  $t$  равен

$$\Phi = B_n \cdot S = B \cdot S \cdot \cos a = B \cdot S \cdot \cos \omega t,$$

где  $a = \omega t$  - угол поворота рамки в момент времени  $t$  (начало отсчета выбрано так, чтобы при  $t = 0$  было  $a = 0$ ).



- При вращении рамки в ней будет возникать переменная э.д.с. индукции

$$E_i = -d\Phi/dt = B \cdot S \cdot \omega \cdot \sin\omega t,$$

- При  $\sin\omega t = 1$  э.д.с.  $E_i$  максимальна, т. е.  $E_{max} = B \cdot S \cdot \omega$ .
- Тогда выражение для э.д.с. самоиндукции можно записать в виде

$$E_i = E_{max} \cdot \sin\omega t,$$

- Таким образом, *если в однородном магнитном поле равномерно вращается рамка, то в ней возникает переменная э.д.с., изменяющаяся по гармоническому закону.*
- В России принята *стандартная частота тока*

$$f = \omega/(2\pi) = 50 \text{ Гц},$$

поэтому изменения  $E_{max}$  возможно лишь варьирование  $B$  и  $S$ .

- *Для увеличения магнитной индукции  $B$ :*
  - применяют мощные постоянные магниты;
  - через электромагниты пропускают значительный ток;
  - внутрь электромагнита помещают сердечники из материалов с большой магнитной проницаемостью  $\mu$ .
- *Если вращать не один, а ряд витков, соединенных последовательно, то тем самым увеличивается  $S$ .*
- *Процесс превращения механической энергии в электрическую обратим.*
- Если по рамке, помещенной в магнитное поле, пропускать электрический ток, то на нее будет действовать вращающий момент, и рамка начнет вращаться.
- *На этом принципе основана работа электродвигателей.*



## Индуктивность контура. Самоиндукция

- Электрический ток, текущий в замкнутом контуре, создает вокруг себя магнитное поле, индукция которого, по закону Био-Савара-Лапласа, пропорциональна току.
- Сцепленный с контуром магнитный поток  $\Phi$  поэтому пропорционален току  $I$  в контуре:

$$\Phi = L \cdot I, \quad (1)$$

где коэффициент пропорциональности  $L$  называется *индуктивностью контура*.

- При изменении силы тока в контуре будет изменяться также и сцепленный с ним магнитный поток; следовательно, в контуре будет индуцироваться э.д.с.
- *Возникновение э.д.с. индукции в проводящем контуре при изменении в нем силы тока называется самоиндукцией.*

- Из выражения (1) определяется единица индуктивности генри (Гн): 1 Гн - индуктивность такого контура, магнитный поток самоиндукции которого при токе в 1 А равен 1 Вб:

$$1 \text{ Гн} = 1 \text{ Вб/А} = 1 \text{ В} \cdot \text{с/А}.$$

- Рассчитаем индуктивность бесконечно длинного соленоида.
- Из предыдущей лекции известно, что полный магнитный поток сквозь соленоид (потокосцепление) равен

$$\Phi = \mu\mu_0 \frac{N^2 I}{l} S.$$

- Подставив это выражение в формулу (1), получим

$$L = \mu_0 \mu \frac{N^2 S}{l}, \quad (2)$$

т. е. *индуктивность соленоида зависит от числа витков соленоида  $N$ , его длины  $l$ , площади  $S$  и магнитной проницаемости  $\mu$  вещества, из которого изготовлен сердечник соленоида.*

- *Индуктивность контура в общем случае зависит только от геометрической формы контура, его размеров и магнитной проницаемости той среды, в которой он находится.* В этом смысле индуктивность контура - аналог электрической емкости уединенного проводника.
- Применяя к явлению самоиндукции закон Фарадея, получим, что э.д.с. самоиндукции

$$\varepsilon_s = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(LI) = -\left(L\frac{dI}{dt} + I\frac{dL}{dt}\right).$$

- Если контур не деформируется и магнитная проницаемость среды не изменяется, то  $L = \text{const}$  и

$$\varepsilon_s = -L\frac{dI}{dt}, \quad (3)$$

где знак минус, обусловленный правилом Ленца, показывает, что *наличие индуктивности в контуре приводит к замедлению изменения тока в нем.*

- Если ток со временем возрастает, то

$$dI/dt > 0 \text{ и } \varepsilon_s < 0,$$

т. е. ток самоиндукции направлен навстречу току, обусловленному внешним источником, и замедляет его возрастание.

- Если ток со временем убывает, то

$$dI/dt < 0 \text{ и } \varepsilon_s > 0,$$

т. е. индукционный ток имеет такое же направление, как и убывающий ток в контуре, и замедляет его убывание.

- Таким образом, контур, обладая определенной индуктивностью, приобретает электрическую инертность, заключающуюся в том, что *любое изменение тока тормозится тем сильнее, чем больше индуктивность контура.*

## Токи при размыкании и замыкании цепи

- При всяком изменении силы тока в проводящем контуре возникает э. д. с. самоиндукции, в результате чего в контуре появляются дополнительные токи, называемые *экстратоками самоиндукции*.
- *Экстратоки самоиндукции*, согласно правилу Ленца, *всегда направлены так, чтобы препятствовать изменениям тока в цепи*, т. е. направлены противоположно току, создаваемому источником. При выключении источника тока экстратоки совпадают по направлению с ослабевающим током.
- Рассмотрим процесс выключения тока в цепи, содержащей источник тока с э.д.с.  $E$ , резистор сопротивлением  $R$  и катушку индуктивностью  $L$ . Под действием внешней э. д. с. в цепи течет постоянный ток

$$I_0 = E / R.$$

- В момент времени  $t = 0$  отключим источник тока. Ток в катушке индуктивностью  $L$  начнет уменьшаться, что приведет к возникновению э.д.с. самоиндукции

$$E = -L \frac{dI}{dt},$$

- В каждый момент времени ток в цепи определяется законом Ома

$$I = E / R,$$

или

$$I \cdot R = -L \frac{dI}{dt}. \quad (4)$$

- Разделив переменные в выражении (4), получим

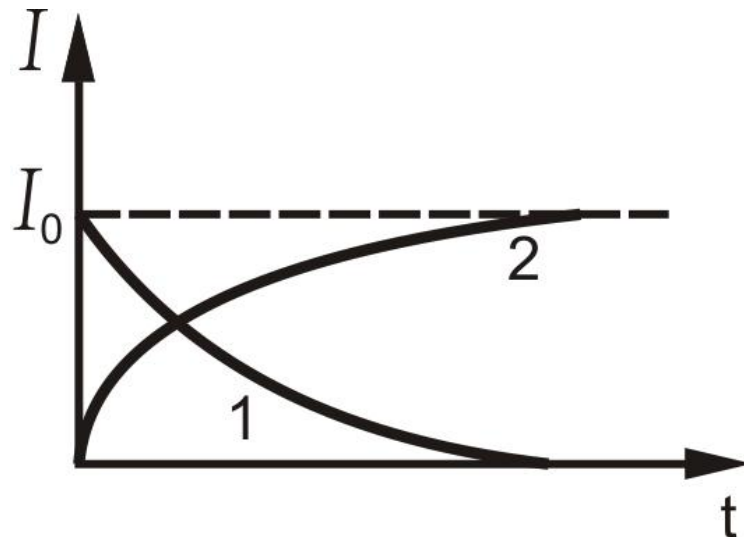
$$\frac{dI}{I} = -\frac{R}{L} dt.$$

- Интегрируя это уравнение, находим

$$I = I_0 e^{-t/\tau} \quad (5)$$

где  $\tau = L/R$  - постоянная, называемая **временем релаксации**.

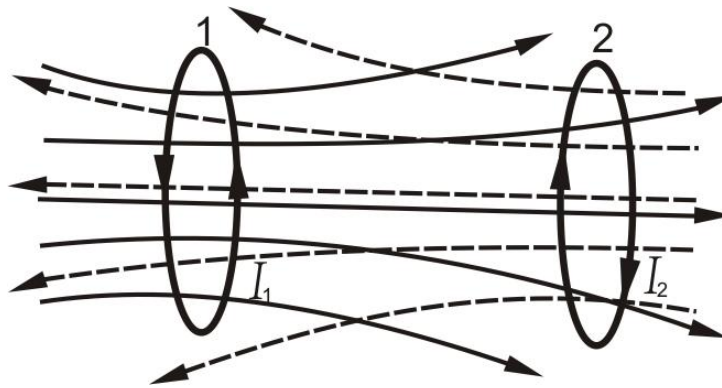
- *Переменная  $\tau$  есть время, в течение которого сила тока уменьшается в  $e$  раз.*
- Таким образом, в процессе отключения источника тока **сила тока убывает по экспоненциальному закону**.



- 1- изменение тока при размыкании цепи;
- 2- изменение тока при замыкании цепи.

## Взаимная индукция

- Рассмотрим два неподвижных контура (1 и 2), расположенных достаточно близко друг от друга.



- Если в контуре 1 течет ток  $I_1$ , то магнитный поток, создаваемый этим током (поле на рисунке изображено сплошными линиями), пропорционален  $I_1$ .
- Обозначим через  $\Phi_{21}$  ту часть потока, которая пронизывает контур 2. Тогда

$$\Phi_{21} = L_{21} \cdot I_1 \quad (6)$$

где  $L_{21}$  - коэффициент пропорциональности.



- Если ток  $I_1$  изменяется, то в контуре 2 индуцируется *э.д.с.  $E_{i2}$ , которая по закону Фарадея равна и противоположна по знаку скорости изменения магнитного потока  $\Phi_{21}$ , созданного током в первом контуре и пронизывающего второй.*

- Эта э.д.с. равна: 
$$E_{i2} = -\frac{d\Phi_{21}}{dt} = -L_{21} \frac{dI_1}{dt}.$$

- Аналогично, при протекании в контуре 2 тока  $I_2$  магнитный поток пронизывает первый контур. Если  $\Phi_{12}$  - часть этого потока, пронизывающего контур 1, то

$$\Phi_{12} = L_{12} I_2.$$

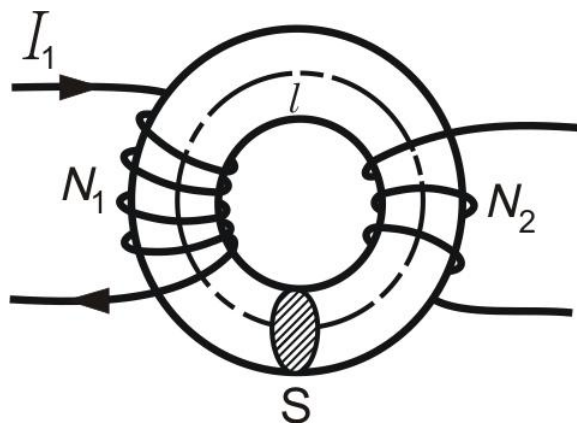
- Если ток  $I_2$  изменяется, то в контуре 1 индуцируется э.д.с.  $E_{i1}$ , которая равна и противоположна по знаку скорости изменения магнитного потока  $\Phi_{12}$ , созданного током во втором контуре и пронизывающего первый:

$$E_{i1} = -\frac{d\Phi_{12}}{dt} = -L_{12} \frac{dI_2}{dt}.$$

- **Явление возникновения э.д.с. в одном из контуров при изменении силы тока в другом называется взаимной индукцией.** Коэффициенты пропорциональности  $L_{12}$  и  $L_{21}$  называются **взаимной индуктивностью** контуров. Расчеты, подтверждаемые опытом, показывают, что  $L_{12}$  и  $L_{21}$  равны друг другу, т. е.

$$L_{12} = L_{21}. \quad (7)$$

- **Рассчитаем взаимную индуктивность двух катушек, намотанных на общий тороидальный сердечник.** Этот случай имеет большое практическое значение.



- **Магнитная индукция** поля, создаваемого первой катушкой с числом витков  $N_1$ , током  $I_1$  и магнитной проницаемостью  $\mu$  сердечника, равна

$$B = \mu\mu_0 \frac{N_1 I_1}{l},$$

где  $l$  - длина сердечника по средней линии.

- **Магнитный поток сквозь один виток второй катушки**

$$\Phi_2 = BS = \mu\mu_0 \frac{N_1 I_1}{l} S.$$

- Тогда **полный магнитный поток (потокосцепление)  $\Psi$**  сквозь вторичную обмотку, содержащую  $N_2$  витков,

$$\Psi = \Phi_2 N_2 = \mu_0 \mu \frac{N_1 N_2}{l} \cdot S \cdot I_1.$$

- Поток  $\Psi$  создается током  $I_1$ , поэтому, согласно (7), получаем

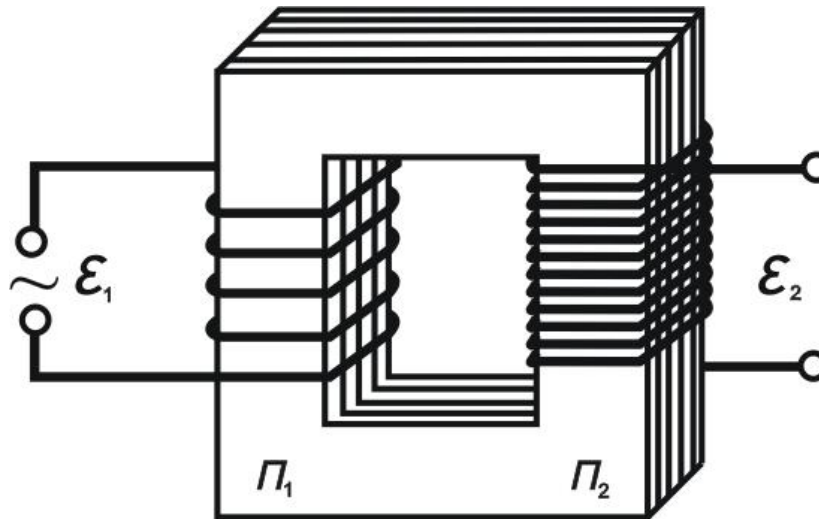
$$L_{21} = \frac{\Psi}{I_1} = \mu_0 \mu \frac{N_1 N_2}{l} S. \quad (8)$$

- Если вычислить магнитный поток, создаваемый катушкой 2 сквозь катушку 1, то для  $L_{12}$  получим выражение в соответствии с формулой (8).
- Таким образом, *взаимная индуктивность двух катушек, намотанных на общий тороидальный сердечник,*

$$L_{12} = L_{21} = \mu_0 \mu \frac{N_1 N_2}{l} S.$$

# Трансформаторы, основные соотношения

- Принципиальная схема трансформатора показана на рисунке.



- Первичная и вторичная катушки (обмотки), имеющие соответственно  $N_1$  и  $N_2$  витков, укреплены на замкнутом железном сердечнике. Так как концы первичной обмотки присоединены к источнику переменного напряжения с э.д.с.  $E_1$ , то в ней возникает переменный ток  $I_1$ , создающий в сердечнике трансформатора переменный магнитный поток  $\Phi$ .

- Этот поток практически полностью локализован в железном сердечнике и, следовательно, почти целиком пронизывает витки вторичной обмотки.
- *Изменение этого потока вызывает во вторичной обмотке появление э.д.с. взаимной индукции, а в первичной - э.д.с. самоиндукции.*
- Ток  $I_1$  первичной обмотки определяется согласно закону Ома:

$$\varepsilon_1 - \frac{d}{dt}(N_1\Phi) = I_1 R_1,$$

где  $R_1$  - сопротивление первичной обмотки.

- Падение напряжения  $I_1 R_1$  на сопротивлении  $R_1$  при быстропеременных полях мало по сравнению с каждой из двух э.д.с., поэтому

$$\varepsilon_1 \approx N_1 \frac{d\Phi}{dt}. \quad (9)$$

- Э.д.с. взаимной индукции, возникающая во вторичной обмотке,

$$\varepsilon_2 = -\frac{d(N_2\Phi)}{dt} = -N_2 \frac{d\Phi}{dt}. \quad (10)$$

- Сравнивая выражения (18.9) и (18.10), получим, что *э.д.с., возникающая во вторичной обмотке*, равна

$$\varepsilon_2 = -\frac{N_2}{N_1} \varepsilon_1, \quad (11)$$

где знак минус показывает, что э.д.с. в первичной и вторичной обмотках противоположны по фазе.

- *Отношение числа витков  $N_2/N_1$ , показывающее, во сколько раз э.д.с. во вторичной обмотке трансформатора больше (или меньше), чем в первичной, называется коэффициентом трансформации.*

- Пренебрегая потерями энергии, которые в современных трансформаторах не превышают 2 % и связаны в основном с выделением в обмотках джоулевой теплоты и появлением вихревых токов, и применяя закон сохранения энергии, можем записать, что мощности тока в обеих обмотках трансформатора практически одинаковы:

$$\varepsilon_2 I_2 \approx \varepsilon_1 I_1,$$

откуда, учитывая соотношение (11), найдем

$$\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = \frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1}, \quad (12)$$

т. е. *токи в обмотках обратно пропорциональны числу витков в этих обмотках.*



- Если  $N_2/N_1 > 1$ , то имеем дело с **повышающим трансформатором**, увеличивающим переменную э.д.с. и понижающим ток (применяются, например, для передачи электроэнергии на большие расстояния, так как в данном случае потери на джоулеву теплоту, пропорциональные квадрату силы тока, снижаются).
- Если  $N_2/N_1 < 1$ , то имеем дело с **понижающим трансформатором**, уменьшающим э.д.с. и повышающим ток (применяются, например, при электросварке, так как для нее требуется большой ток при низком напряжении).
- Трансформаторы, используемые в радиоустройствах, имеют 4-5 обмоток, обладающих разными рабочими напряжениями.
- Трансформатор, состоящий из одной обмотки, называется автотрансформатором. В случае повышающего автотрансформатора э.д.с. подводится к части обмотки, а вторичная э.д.с. снимается со всей обмотки.

## Энергия магнитного поля

- Проводник, по которому протекает электрический ток, всегда окружен магнитным полем. Магнитное поле, подобно электрическому, является носителем энергии. Естественно предположить, что *энергия магнитного поля равна работе, которая затрачивается током на создание этого поля.*
- Рассмотрим контур индуктивностью  $L$ , по которому течет ток  $I$ . С данным контуром сцеплен магнитный поток  $\Phi = L \cdot I$ , причем при изменении тока на  $dI$  магнитный поток изменяется на  $d\Phi = L \cdot dI$ .
- Однако для изменения магнитного потока на величину  $d\Phi$  необходимо совершить работу  $dA = I \cdot d\Phi = L \cdot I \cdot dI$ . Тогда работа по созданию магнитного потока  $\Phi$  равна

$$A = \int_0^I L \cdot I \cdot dI = L \frac{I^2}{2}. \quad (13)$$

- Следовательно, *энергия магнитного поля, связанного с контуром,*

$$W = \frac{L \cdot I^2}{2}. \quad (14)$$

- Энергию магнитного поля можно представить как функцию величин, характеризующих это поле в окружающем пространстве.
- Для этого рассмотрим частный случай - *однородное магнитное поле внутри длинного соленоида.*
- Подставив в формулу (14) выражение (2), получим

$$W = \frac{1}{2} \mu_0 \mu \frac{N^2 I^2}{l} S. \quad (15)$$

- Так как

$$I = \frac{Bl}{\mu_0 \mu N}$$

и

$$B = \mu_0 \mu H,$$

то

$$W = \frac{B^2}{2\mu_0 \mu} V = \frac{BH}{2} V, \quad (16)$$

где  $S \cdot l = V$  - объем соленоида.

- **Магнитное поле соленоида однородно и сосредоточено внутри него**, поэтому **энергия заключена в объеме соленоида и распределена в нем с постоянной объемной плотностью**

$$w = \frac{W}{V} = \frac{B^2}{2\mu_0 \mu} = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} = \frac{BH}{2}. \quad (17)$$

## Вопросы на семинар:

1. Закон Фарадея и его связь с законом сохранения энергии.
2. Вращение рамки в магнитном поле.
3. Индуктивность контура. Самоиндукция
4. Токи при размыкании и замыкании цепи.
5. Взаимная индукция.
6. Трансформаторы, основные соотношения.
7. Энергия магнитного поля.