

Урок

«Средняя линия треугольника»

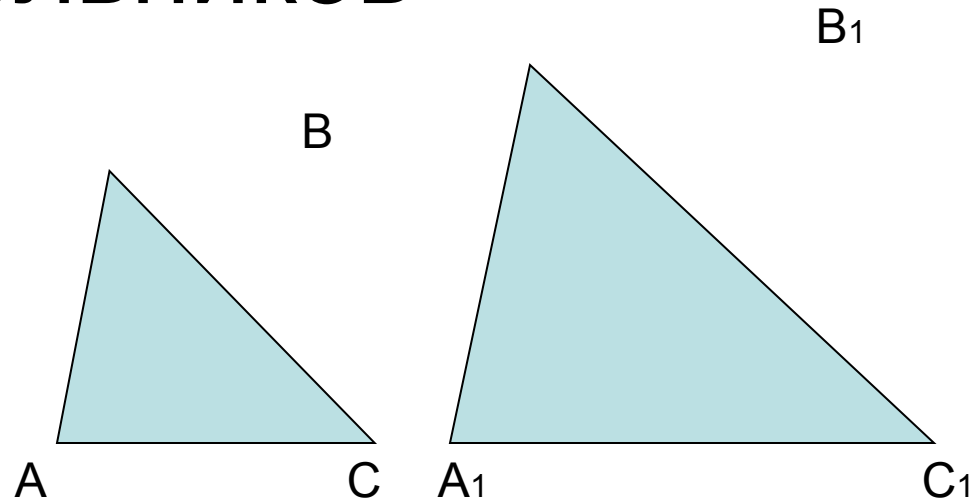
Тема: Применение подобия к
доказательству теорем и
решению задач

Определение подобных треугольников

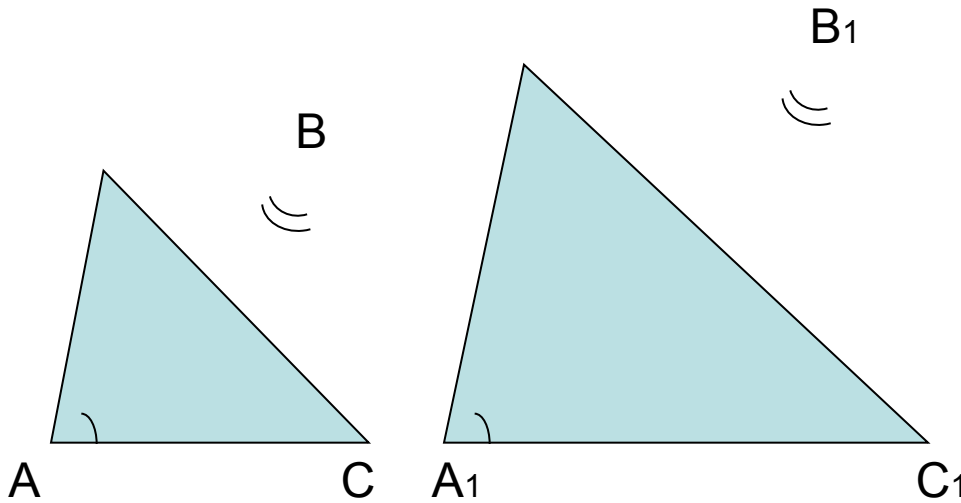
$$\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$$

$$\angle A = \angle A_1 \quad \angle B = \angle B_1 \quad \angle C = \angle C_1$$

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$$



I признак подобия треугольников



Дано:

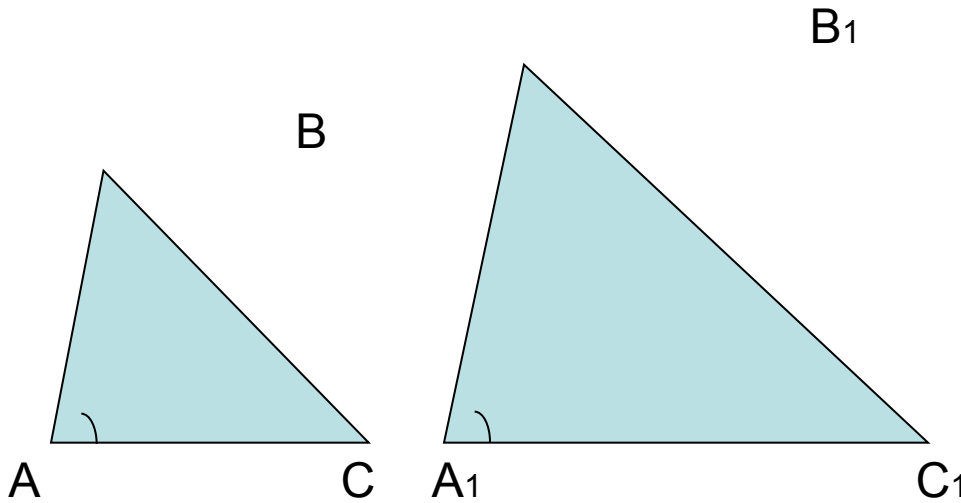
$$\triangle ABC \quad \triangle A_1B_1C_1$$

$$\angle A = \angle A_1 \quad \angle B = \angle B_1$$

Доказать:

$$\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$$

II признак подобия треугольников



Дано:

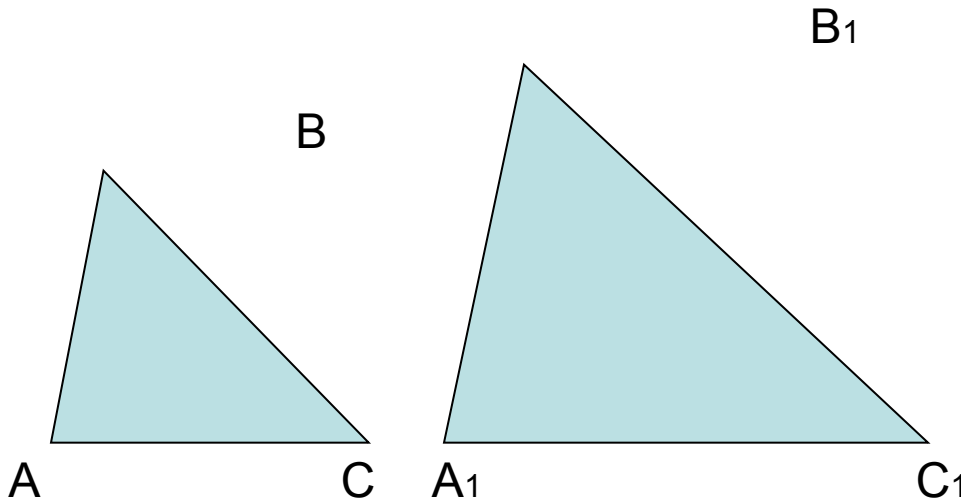
$$\triangle ABC \quad \triangle A_1B_1C_1$$

$$\angle A = \angle A_1 \quad \frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$$

Доказать:

$$\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$$

III признак подобия треугольников



Дано:

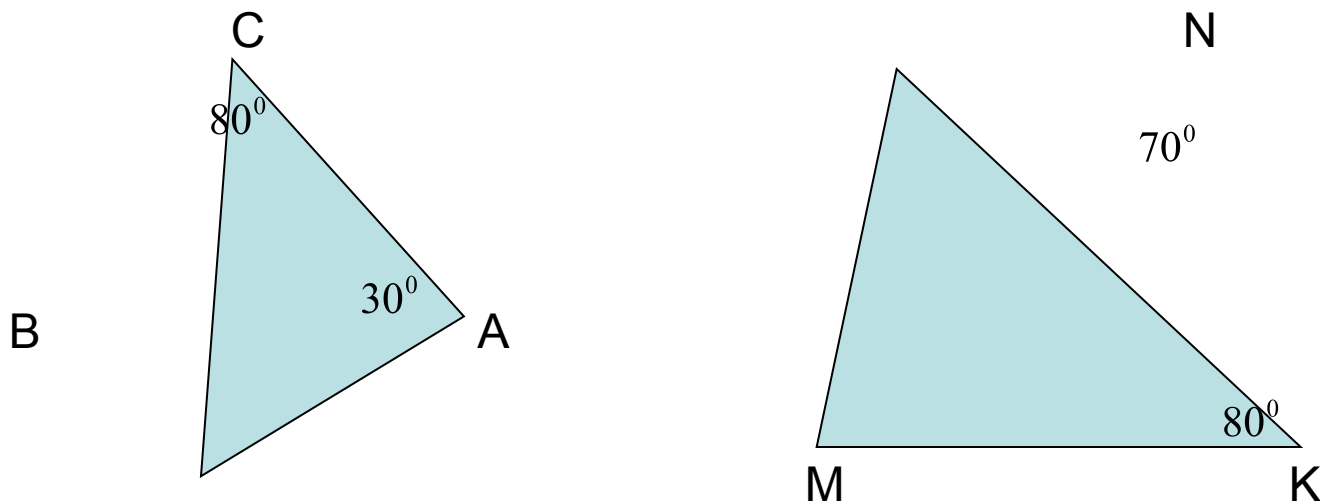
$$\triangle ABC \quad \triangle A_1B_1C_1$$

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$$

Доказать:

$$\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$$

Задача 1



Доказать: $\triangle ABC \sim \triangle MNK$

Доказательство:

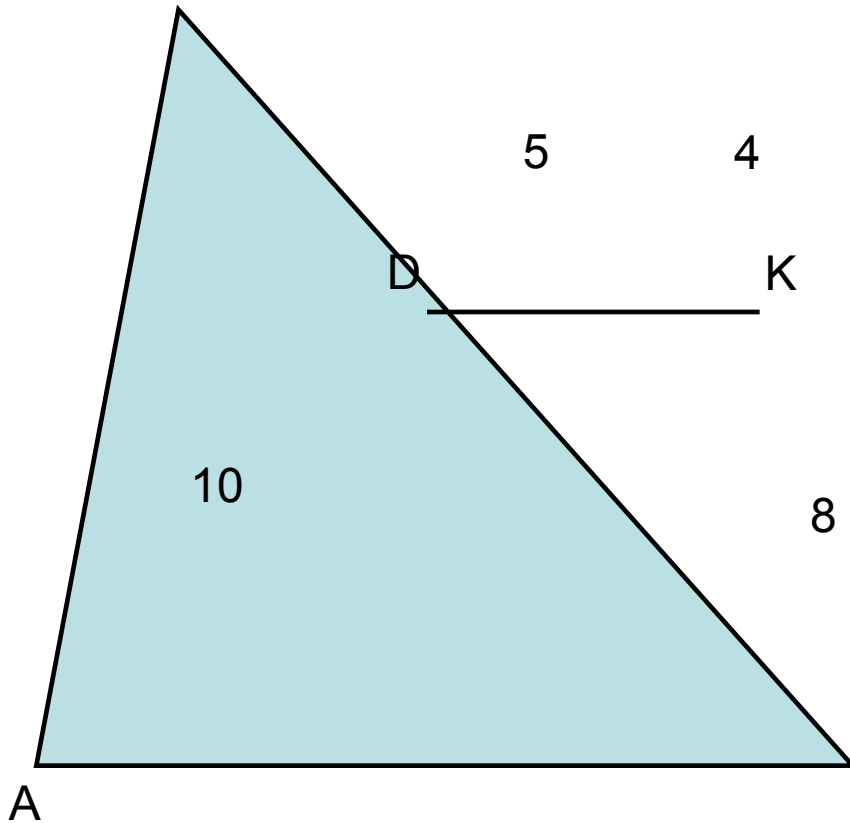
$$\angle B = 180^\circ - (\angle A + \angle C) = 180^\circ - (30^\circ + 80^\circ) = 70^\circ$$

$$\angle B = \angle N, \angle C = \angle K$$

$\triangle ABC \sim \triangle MNK$ (по I признаку подобия)

Задача 2

В



Доказать: $\triangle ABC \sim \triangle DBK$

Доказательство:

$\angle B$ – общий

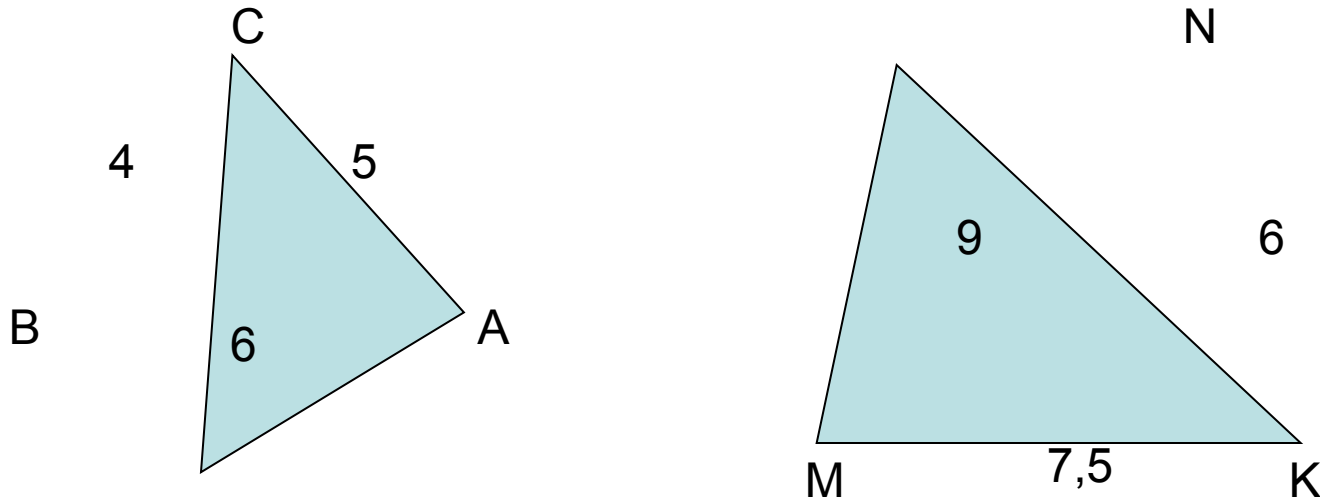
$$\frac{AB}{DB} = \frac{10}{5} = 2$$

$$\frac{CB}{KB} = \frac{12}{4} = 3$$

$$\frac{AB}{DB} = \frac{CB}{KB}$$

$\triangle ABC \sim \triangle DBK$ (по II признаку)

Задача 3



Доказать: $\triangle ABC \sim \triangle MNK$

Доказательство:

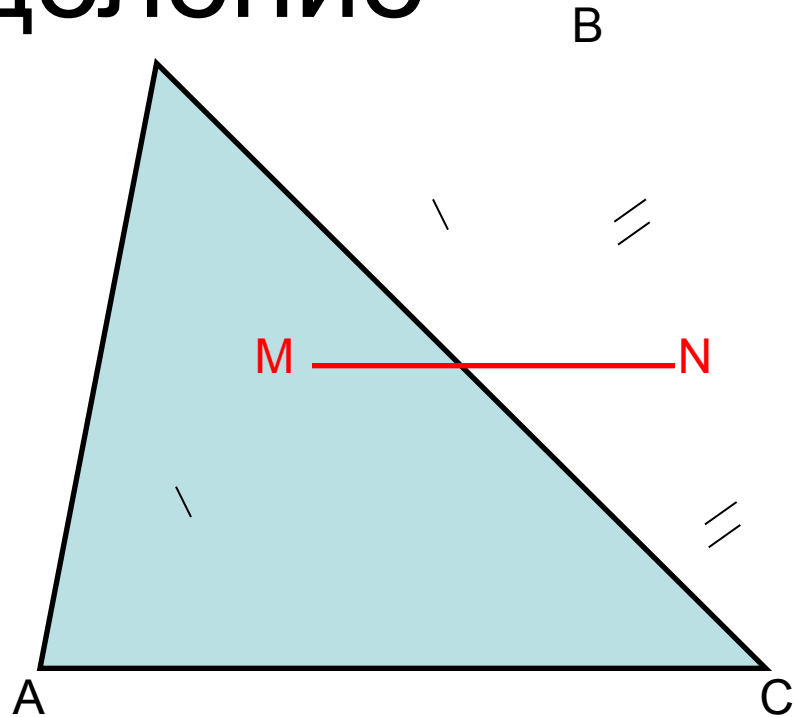
$$\frac{BC}{NK} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \quad \frac{AB}{MN} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3} \quad \frac{AC}{MK} = \frac{5}{7,5} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{BC}{NK} = \frac{AB}{MN} = \frac{AC}{MK}$$

$\triangle ABC \sim \triangle MNK$ (по III признаку подобия)

Определение

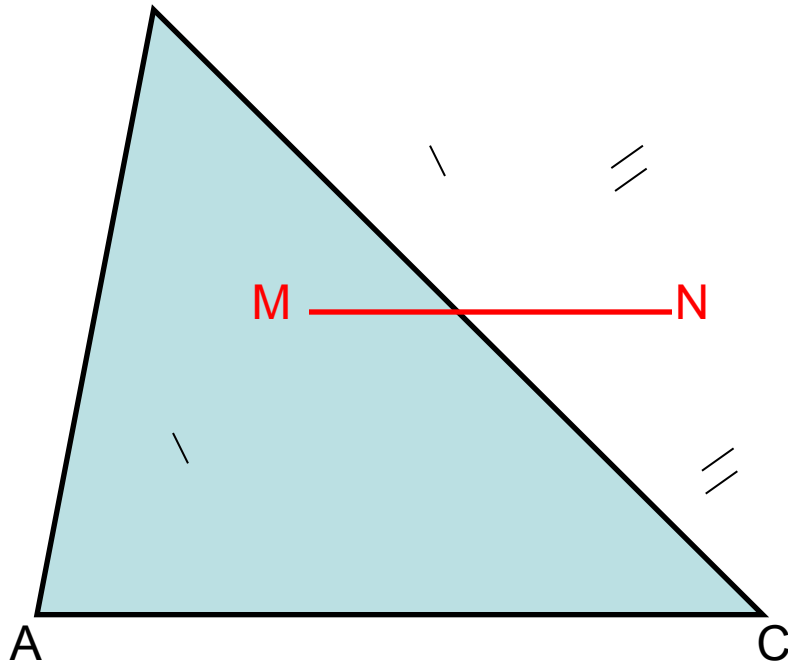
$$AM=MB, BN=NC$$

MN – средняя линия
треугольника



Средняя линия треугольника – это отрезок,
соединяющий середины двух его сторон.

Теорема о средней линии треугольника



Дано: $\triangle ABC$

MN – средняя линия

Доказать: $MN \parallel AC$,

$$MN = \frac{1}{2} AC$$

Доказательство:

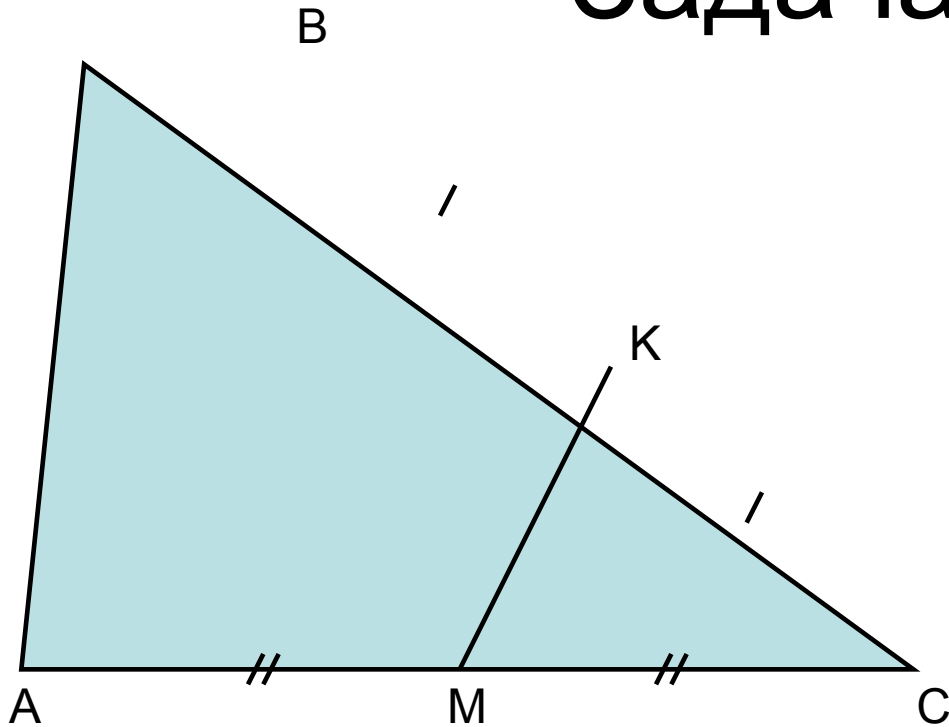
$$MN \text{ – средняя линия } \triangle ABC \Rightarrow AM=MB, BN=NC \Rightarrow \frac{MB}{AB} = \frac{NB}{CB} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{MB}{AB} = \frac{NB}{CB} = \frac{1}{2}, \angle B \text{ – общий} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle MBN \text{ (по II признаку подобия)} \Rightarrow$$

$$\frac{MN}{AC} = \frac{1}{2} \Rightarrow MN = \frac{1}{2} AC$$

$$\angle BMN = \angle BAC \text{ (соответственные)} \Rightarrow MN \parallel AC$$

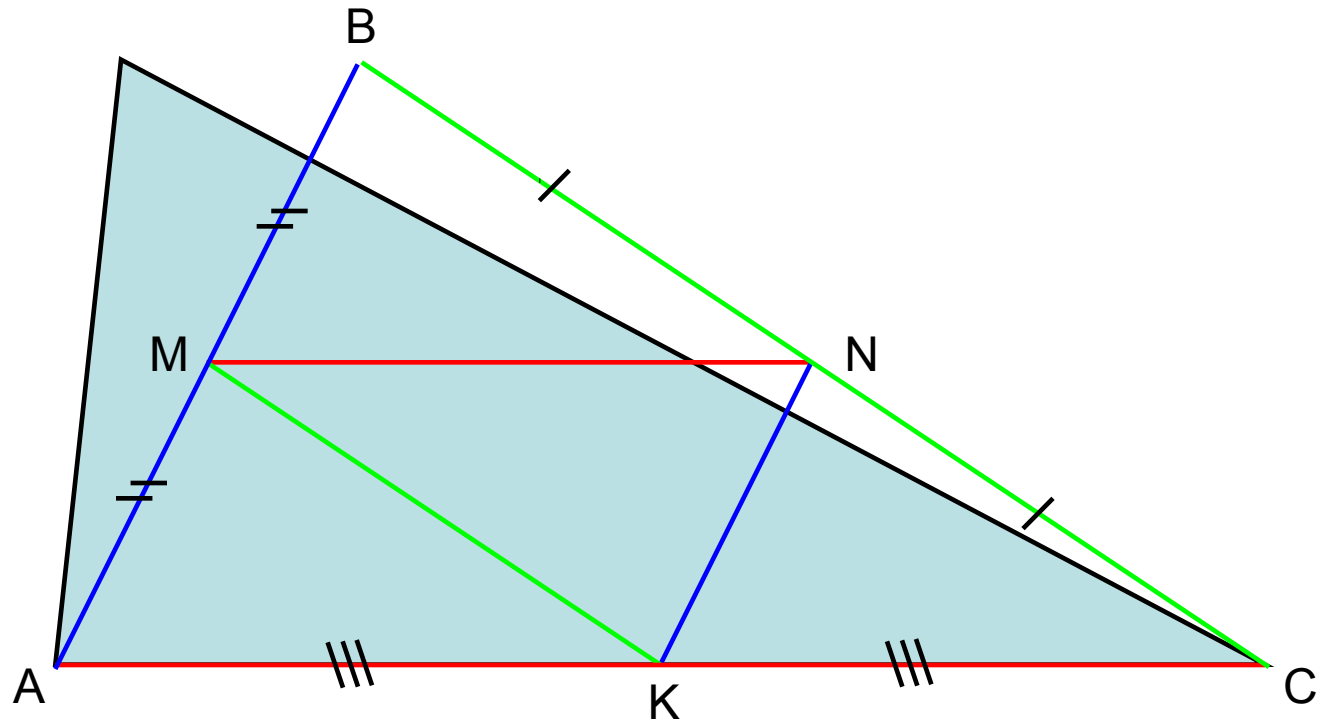
Задача А1



Дано: $MK=13\text{см}$

Найти: AB

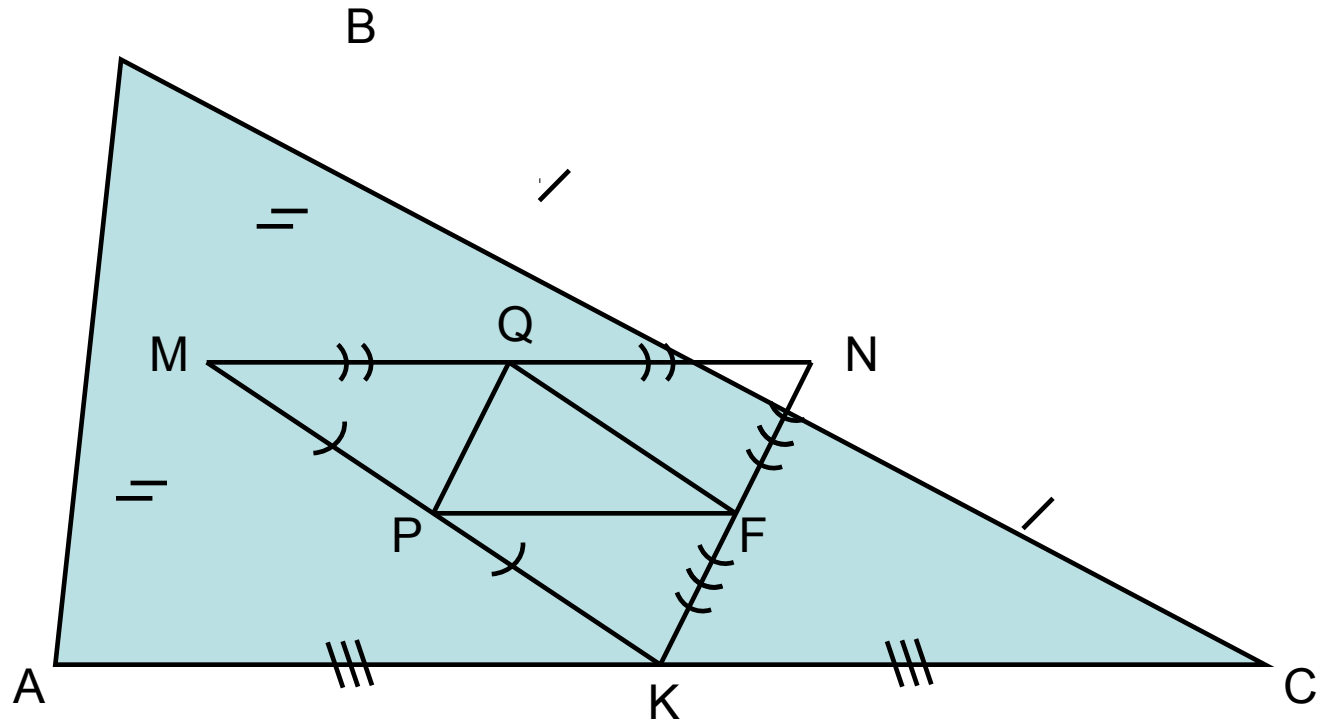
Задача А2



Дано: $AB=10\text{см}$, $BC=14\text{см}$, $AC=16\text{см}$

Найти: периметр $\triangle MNK$

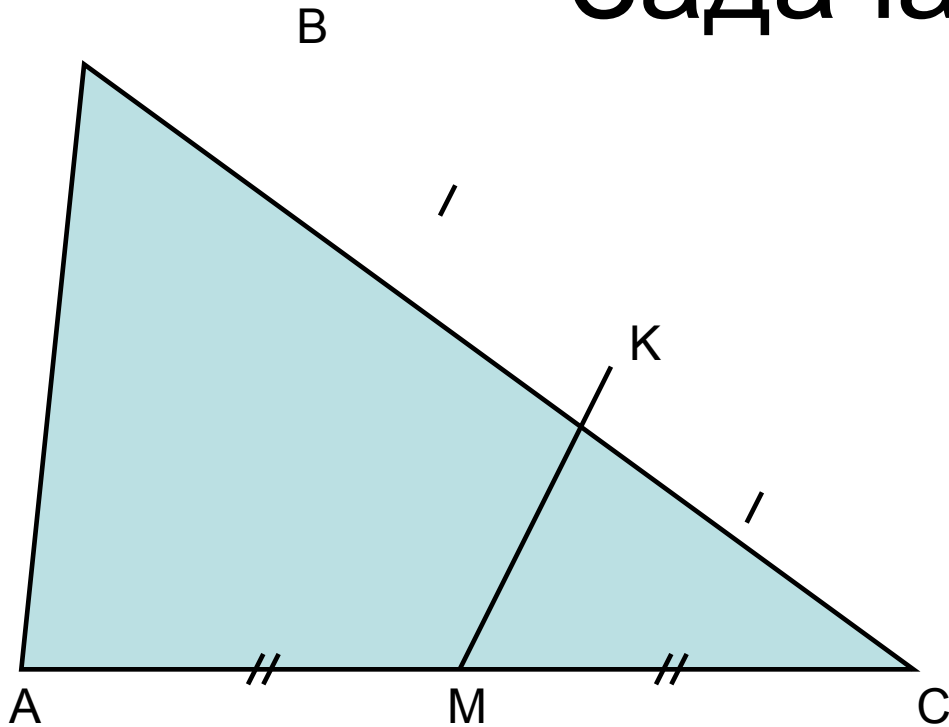
Задача А3



Дано: $AB=10\text{см}$, $BC=14\text{см}$, $AC=16\text{см}$

Найти: периметр ΔPQF

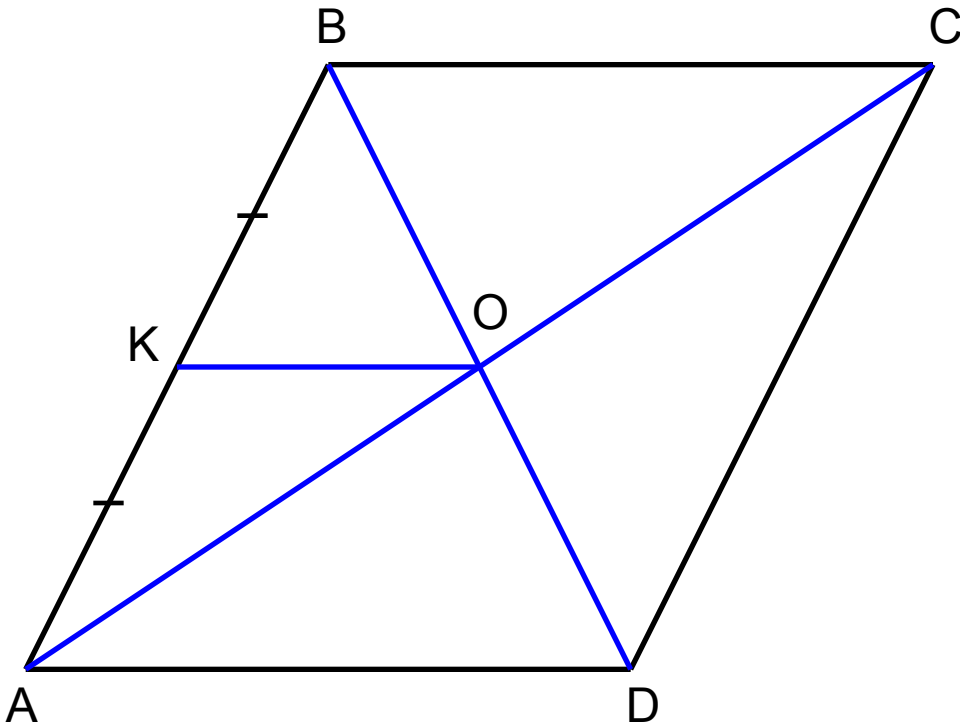
Задача В1



Дано: $P_{\triangle MKC} = 35$ см

Найти: $P_{\triangle ABC}$

Задача В2



Дано: ABCD –
параллелограмм

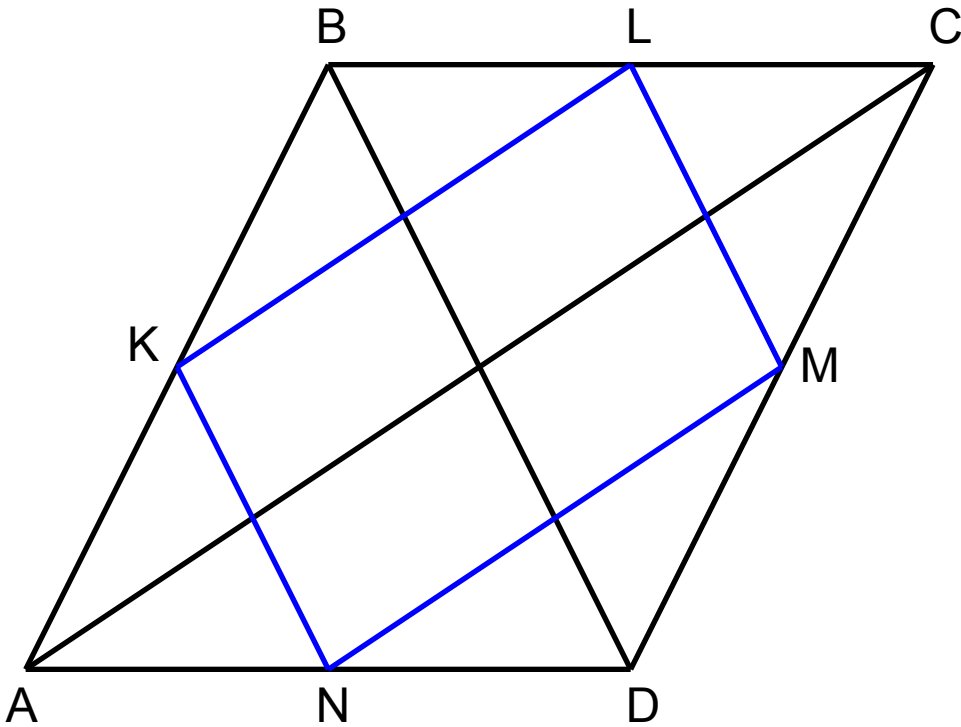
$$AK=KB$$

$$AK=3\text{см.}$$

$$KO=4\text{см.}$$

Найти: периметр ABCD

Задача С1



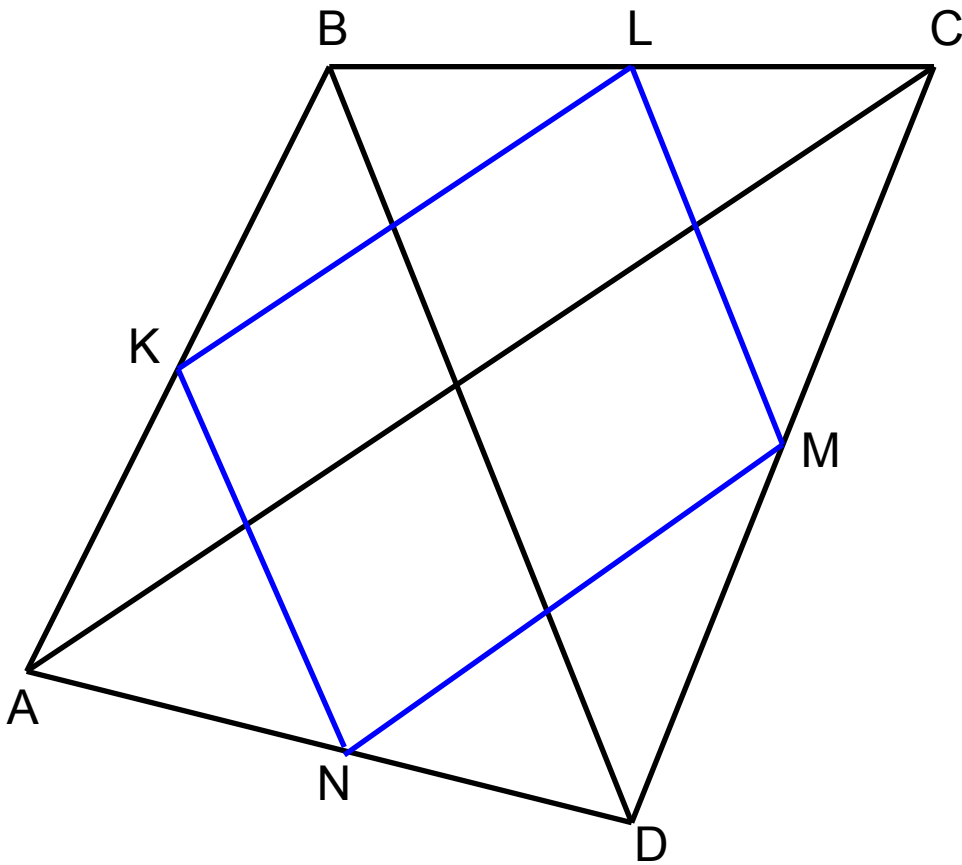
Дано: $ABCD$ –
параллелограмм

$AC=10$ см, $BD=6$ см

K , L , M , N – середины
сторон AB , BC , CD и AD

Найти: периметр $KLMN$

Задача С2



Дано: $ABCD$ –
четырёхугольник

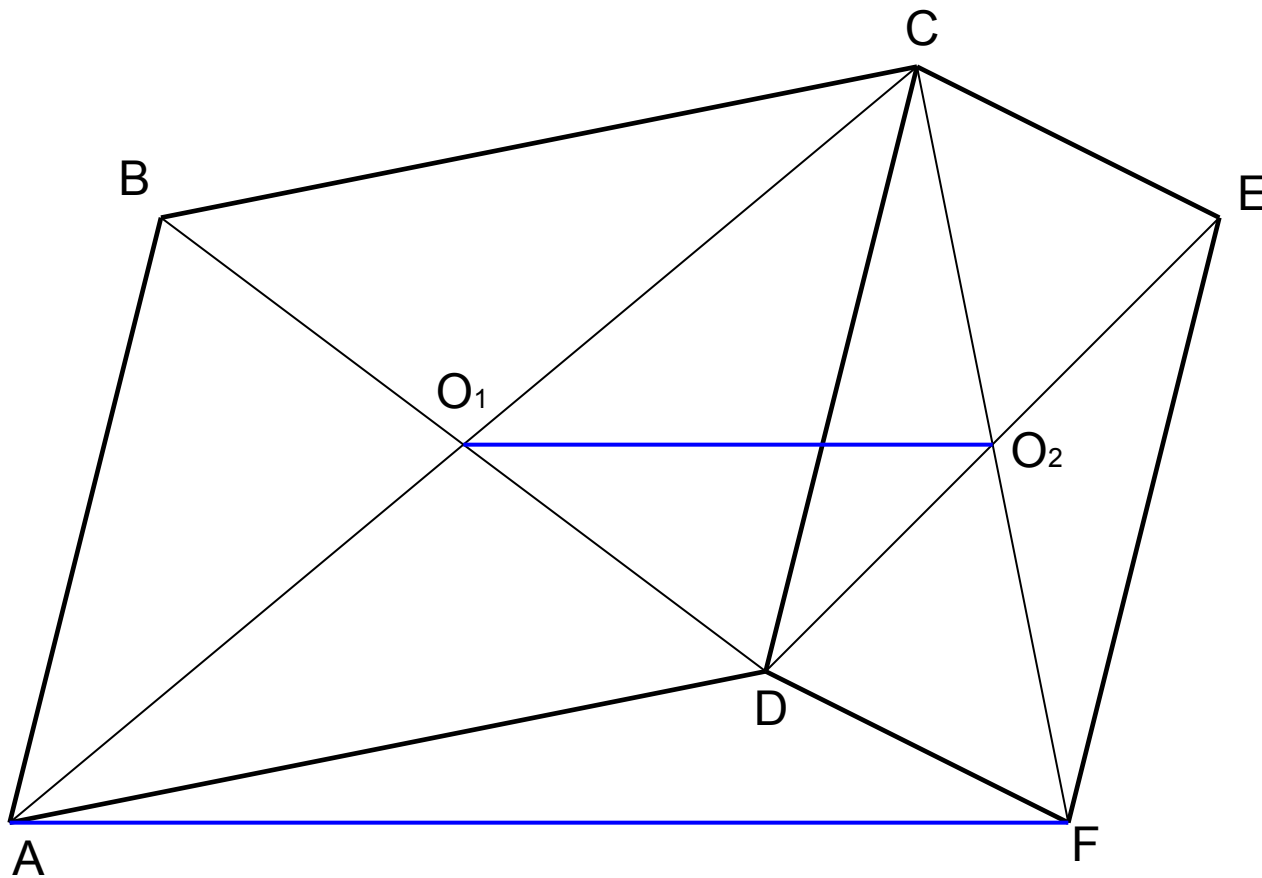
K , L , M , N – середины
сторон AB , BC , CD и AD

Доказать: $KLMN$ -
параллелограмм

Вариньон Пьер
(1654-1722)



Задача С3



Дано: ABCD, DCEF -
четырёхугольники
 $AB=CD=EF$
 $AB \parallel CD \parallel EF$

Доказать: $O_1O_2 \parallel AF$
 $AF=2 O_1O_2$

ЖЕЛАЮ УДАЧИ!