Общие методы решения уравнений

Учитель: Протопопова Д.Х.

Эпиграф:

«Метод решения хорош, если с самого начала мы можем предвидеть – и в последствии подтвердить это, - что, следуя этому методу, мы достигнем цели».

Готфрид Лейбниц.

Номер задания	А1	А2	А3	А4	А5	А6
Вариант 1	1	2	1	2	1	1
Вариант 2	4	4	2	3	2	1

I метод

Замена уравнения
h(f(x)) = h(g(x)) уравнением f(x) = g(x)

ПРИМЕР. Решить уравнение

$$5^{x^2-3x}=5^{3x-8}$$

Решение:

$$5^{x^2-3x}=5^{3x-8}$$

$$x^2-3x=3x-8$$

$$x^2-6x+8=0$$

$X_1=2$, $X_2=4$.

Ответ: 2; 4.

II метод

Метод разложения на множители

$$f(x)\ g(x)\ h(x) = 0$$

$$\downarrow$$

$$f(x)=0;\ g(x)=0;\ h(x) = 0.$$

ПРИМЕР. Решить уравнение

$$(\sqrt{x+2}-3)\left(2^{x^2+6x+5}-1\right)\ln(x-8)=0$$

Решение:

ОДЗ: $\begin{cases} x+2 \geq 0 \\ x-8 > 0 \end{cases}$

$\sqrt{x+2}-3=0$; $2^{x^2+6x+5}-1=0$; $\ln(x-8)=0$

$X_1=7$ $X_2= -1;$ $X_3= -5$ $X_4= 9$

Проверка найденных корней.

Ответ: 9.

III метод

Метод введения новой переменной

$$f(x) = 0 \rightarrow p(g(x)) = 0 \rightarrow p(u) = 0, \text{ (где } u=g(x)) \rightarrow$$

$$\rightarrow g(x) = u_1 \ ; \ g(x) = u_2 \ ; \ \ldots \ g(x) = u_n$$

ПРИМЕР. Решить уравнение

$$\sqrt{x^2 - x + 2} + \sqrt{x^2 - x + 7} = \sqrt{2x^2 - 2x + 21}$$

Решение. Пусть $x^2 - x = u$, тогда

$$\sqrt{u+2} + \sqrt{u+7} = \sqrt{2u-21}$$

$u_1=2$; $u_2= - 11$.

Проверить корни подставкой. $u_1= 2$ – корень , $u_2 = -11$ – посторонний корень.

$x^2 – x = 2$; $x_1 = 2$; $x_2 = -1$.

Ответ: 2; -1.

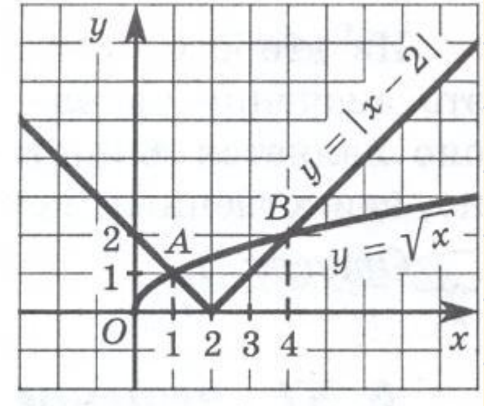
Функционально-графический метод

ПРИМЕР 1. Решить уравнение $\sqrt{x} = |x - 2|$

Решение.

1) $y = \sqrt{x}$

$y = |x - 2|$



2) A(1;1), B(4;2)

3) $x_1 = 1$; $x_2 = 4$.

Ответ: 1; 4.

ПРИМЕР 2. Решить уравнение $x^5 + 5x - 42 = 0$

Решение.

1) Подбором находим корень x = 2 .

2) $x^5 = 5x - 42$

3) $y = x^5$ - возрастающая функция

$y = 5x - 42$ - убывающая функция

Значит, x = 2 – единственный корень. **Ответ: 2.**

Решите уравнения

1. $5^x = 6 - x$
2. $\log_{0,8}(9x - 4x^2) = \log_{0,8}(x^3 + 4x^2)$
3. $\sqrt{\dfrac{5x+1}{x+3}} + 5\sqrt{\dfrac{x+3}{5x+1}} = 6$
4. $3^{x+1} - 29 = -18 \cdot 3^{-x}$
5. $(x^2 - 6x)^5 = (2x - 7)^5$
6. $(7^{2(x-1)} - 50 \cdot 7^{x-1} + 49 \cdot \sqrt[4]{17 - 8x} = 0$
7. $\sqrt{x^2 - 3x + 3} + \sqrt{x^2 - 3x + 6} = 3$
8. $2x^2 \cdot \cos x + 9 = 18\cos x + x^2$
9. $-\cos 7\pi x = x^2 - 6x + 10$
10. $cos^2(\pi - x) + sin\, 2x = 0$
11. $\log_5 x - 1 + (x - 5)^3 = 0$
12. $\sqrt{x^2 + 2x - 8} = 2x - 4$

Номер уравнения	1	2	3	4	5	6
Вариант 1	1	3	2	2	4	1
Вариант 2	1	2	4	1	3	4
Вариант 3	4	1	4	3	1	2
Вариант 4	4	1	1	2	3	2

Номер задания	1а (3 балла)	1б (3 балла)	2 (4 балла)
Вариант 1	$-\frac{\pi}{3}+\pi n, n \in Z$	$-\frac{4}{3}; \frac{1}{3}$	4
Вариант 2	$\frac{\pi}{4}+\frac{\pi n}{2}, n \in Z$	$\frac{4}{3}$	-1
Вариант 3	$\frac{\pi k}{4}; \pm\frac{\pi}{3}+2\pi n,$ $k, n \in Z$	2;-5	1
Вариант 4	$\frac{\pi}{10}+\frac{\pi k}{5}; \pm\frac{\pi}{3}+2\pi n,$ $k, n \in Z$	$-1 \pm\sqrt{2}$	1