

Физические основы получения информации

ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ И МАГНИТНЫЕ СВОЙСТВА МАТЕРИАЛОВ

Электромагнитное поле – форма существования материи, посредством которой осуществляется взаимодействие между электрически заряженными частицами.

Между частицами и их полем точной границы нет.

Однако электрический заряд имеет лишь частица материи, сосредоточенная в весьма малой области пространства, а вне этой области материя существует в виде электромагнитного поля и объемная плотность заряда равна нулю.

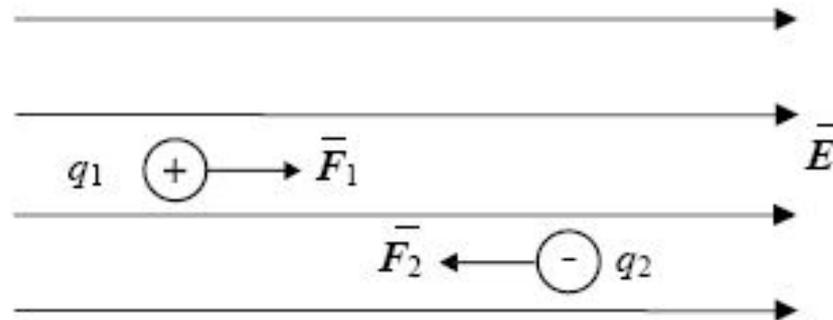
Электрическое поле. Характеристики материалов в электрическом поле

Электрическое поле — электромагнитное поле, характеризующееся воздействием на электрически заряженную частицу с силой, пропорциональной заряду частицы.

Электрические заряды в электрическом поле

Основной характеристикой электрического поля является вектор напряженности электрического поля E , который может быть определен по силе F , с которой поле действует на заряд q , находящийся в поле. Направление вектора напряженности электрического поля E совпадает с направлением силы F , действующей на положительный заряд

$$\vec{F} = q \vec{E}.$$



Единицей измерения напряженности электрического поля является вольт на метр (В/м). Энергетической характеристикой электрического поля является разность электрических потенциалов (электрическое напряжение) между двумя точками поля, численно равная работе, совершаемой силами электрического поля при перенесении положительного единичного заряда из одной точки в другую:

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A}{q},$$

где A – работа по перемещению положительного заряда q из точки 1 в точку 2.

Единицей измерения разности электрических потенциалов (электрического напряжения) является вольт (В). Поскольку работа A обусловлена действием на заряд силы F , пропорциональной напряженности электрического поля E , то очевидна взаимосвязь электрического напряжения и напряженности электрического поля.

$$\bar{E} = -\frac{d\varphi}{dl} = -\text{grad}(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Основными электрическими свойствами материалов физических объектов, проявляющимися при взаимодействии объектов с электрическим полем, являются электрическая проводимость и поляризуемость. Оба свойства определяются наличием или отсутствием в материале свободных носителей электрических зарядов – электронов или ионов.

По электрическим свойствам вещества разделяют на проводники и изоляторы.

Плотность электрического тока j в проводнике прямо пропорциональна напряженности электрического поля (закон Ома):

$$j = \sigma E,$$

где σ – удельная электрическая проводимость

Величина, обратная удельной электрической проводимости:

$$\rho = 1/\sigma,$$

называется удельным электрическим сопротивлением. Единицей измерения электрической проводимости σ является сименс на метр (См/м), а удельного электрического сопротивления ρ – Ом-метр (Ом·м).

Удельное электрическое сопротивление металлов и сплавов составляет

$$0,015 \dots 1,3 \text{ мкОм} \cdot \text{м}$$

Сопротивление металлов электрическому току связано с процессом рассеяния проводимости электронов в результате их столкновений с локальными неподвижными центрами – примесями, дефектами, а также тепловыми колебаниями решетки – фононами.

Другим фактором, влияющим на сопротивление, является концентрация в материале свободных электронов, определяемая количеством свободных уровней энергии зонной диаграммы. Последнее объясняет тот факт, что одновалентные металлы (медь, серебро, золото, щелочные металлы) имеют наиболее высокую электропроводность

В проводниках не может существовать статического электрического поля, поскольку приложенное электрическое поле всегда компенсируется в проводящем объекте полем свободно перемещающихся зарядов. Электрическое поле существует только во время движения зарядов. В изоляторах же электростатическое поле может существовать длительное время. Наибольший интерес среди изоляторов представляют материалы, обладающие свойством ослаблять взаимодействие зарядов по сравнению с вакуумом, которые получили название диэлектриков.

Если в вакууме сила взаимодействия зарядов по модулю равна:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2},$$

в диэлектрике ее значение уменьшается в ϵ_r раз:

$$F_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \frac{q_1 q_2}{r^2}.$$

ϵ_0 - *электрическая постоянная*

$$\epsilon_0 = \frac{10^{-9}}{36\pi} \text{ Ф/м}$$

ϵ_r — *относительная диэлектрическая проницаемость, основная электрическая характеристика диэлектриков*

Проводники обладают электропроводностью, диэлектрики - поляризуемостью, вещества при воздействии на которые электрического поля имеют место как протекание по ним электрического тока, так и их поляризация (вещества можно рассматривать либо как плохие проводники, либо как несовершенные изоляторы) образуют класс полупроводников. Электрическая проводимость полупроводников мала ($\sigma = 10^{-3} \dots 10^{-8}$ См/м), но все же значительно превышает проводимость хороших изоляторов. Проводимость полупроводника может быть значительно увеличена введением в кристаллическую решетку атомов других химических элементов.

Магнитное поле. Характеристики материалов в магнитном поле

Магнитное поле – электромагнитное поле, характеризующееся его воздействием на движущуюся электрически заряженную частицу с силой, пропорциональной заряду частицы и ее скорости.

Основной характеристикой магнитного поля является вектор магнитной индукции B , который может быть определен по силе F , с которой поле действует на заряд q , перемещающийся со скоростью V

$$\vec{F} = q [\vec{V} \times \vec{B}]$$

Единица измерения магнитной индукции - тесла (Тл). Способность электрического тока возбуждать магнитное поле, пространственное распределение которого определяется силой тока и геометрической структурой контура, характеризуется векторной величиной магнитным моментом электрического тока M . Модуль вектора M в простейшем случае равен произведению тока на площадь контура, а направление совпадает с нормалью к плоскости контура:

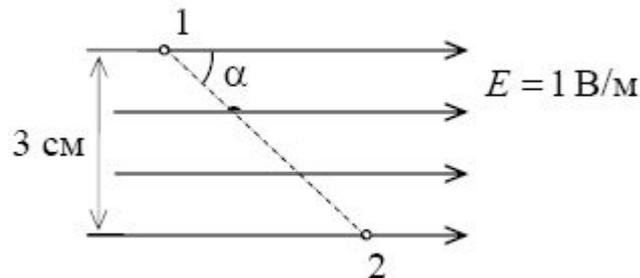
$$\vec{M} = I \times \vec{S}.$$

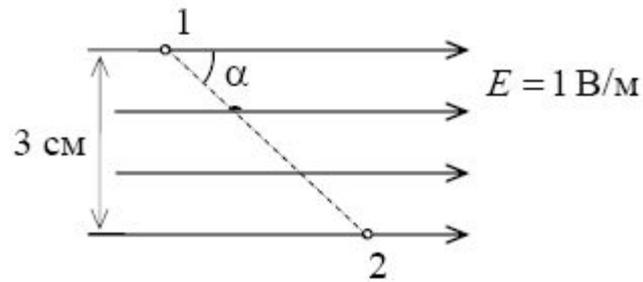
Единица измерения магнитного момента является ампер-квадратный метр ($A \cdot m^2$).

Важное значение в теории электромагнетизма имеет величина Φ , называемая магнитным потоком. Единицей измерения магнитного потока является вебер (Вб). Сила взаимодействия магнитного поля и движущегося заряда зависит от среды. Для характеристики магнитного свойства среды усиливать или ослаблять это взаимодействие, а также для характеристики магнитного эффекта тока вне зависимости от среды используются, соответственно, величины магнитной проницаемости материала μ и напряженности магнитного поля H : $\bar{B} = \mu \cdot \bar{H}$. [А/м]

Задача

Определить разность потенциалов между точками 1 и 2 в однородном электрическом поле напряженностью $E=1$ В/м при расстоянии между точками $l = 5$ см и расстоянии между проходящими через эти точки силовыми линиями $a = 3$ см





В однородном электрическом поле

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 \bar{E} d\bar{l} = El \cos \alpha,$$

где α – угол между прямой, соединяющей точки, и направлением силовых линий. Нетрудно заметить, что

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - \left(\frac{a}{l}\right)^2} = \sqrt{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2} = \frac{4}{5}.$$

Отсюда

$$\varphi_1 - \varphi_2 = El \cos \alpha = 1 \cdot 5 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{4}{5} = 0,04 \text{ В.}$$

Определить точку кривой первоначального намагничивания $B(H)$, для которой имеет место равенство значений относительных нормальной μ_r и дифференциальной μ_d магнитных проницаемостей.

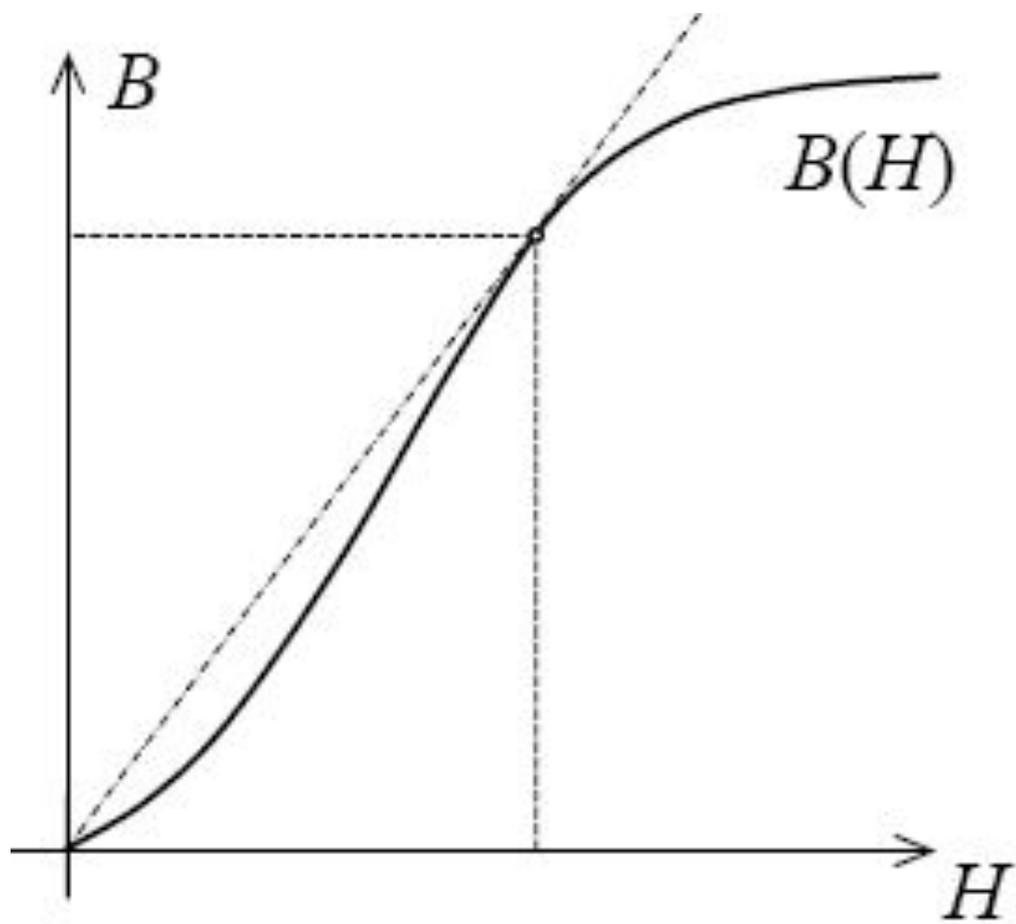
Решение

Относительные нормальная и дифференциальная магнитные проницаемости связаны с величинами магнитной индукции B и напряженности магнитного поля H следующим образом:

$$\mu_r = \frac{1}{\mu_0} \frac{B}{H}, \quad \mu_d = \frac{1}{\mu_0} \frac{dB}{dH}.$$

Геометрический смысл нормальной магнитной проницаемости в некоторой точке кривой намагничивания заключается в равенстве ее значения тангенсу угла наклона прямой, соединяющей рассматриваемую точку с началом координат, а геометрический смысл дифференциальной магнитной проницаемости заключается в равенстве ее значения тангенсу угла наклона касательной в рассматриваемой точке кривой намагничивания. Отсюда вытекает, что при равенстве значений относительно нормальной и дифференциальной магнитной проницаемости μ_r и μ_d должно иметь место совпадение прямой, соединяющей точку кривой намагничивания с началом координат, и касательной к кривой намагничивания.

Данному условию помимо точки, совпадающей с началом координат, удовлетворяет точка кривой первоначального намагничивания, которой соответствует максимальное значение угла наклона прямой, соединяющей эту точку с началом координат, и, соответственно, максимальное значение относительной нормальной магнитной проницаемости.



Задача 3

Определить мгновенное значение ЭДС e в момент времени $t = 0,2\text{с}$, наводимой в контуре прямоугольной формы с размерами 4×6 см, находящемся в однородном магнитном поле, силовые линии которого составляют с плоскостью контура угол $\beta = 30^\circ$, а индукция изменяется во времени по закону

$$B(t) = B_m e^{-t} = 0,1e^{-t}.$$

Согласно закону электромагнитной индукции ЭДС, наводимая в контуре,

$$e(t) = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

Магнитный поток Φ индукции B однородного магнитного поля через площадь S контура при величине угла α между направлениями силовых линий и нормали к плоскости контура определяется следующим образом:

$$\Phi = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = B \cdot S \cdot \cos \alpha.$$

Решение

Дифференцированием величины Φ по времени получаем:

$$e(t) = -\frac{d(BS \cos \alpha)}{dt} = -S \cos \alpha \frac{d(B_m e^{-t})}{dt} = S \cos \alpha B_m e^{-t}.$$

Площадь контура $S = 4 \cdot 10^{-2} \cdot 6 \cdot 10^{-2} = 24 \cdot 10^{-4}$, угол $\alpha = 90^\circ - \beta = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$, следовательно

$$\begin{aligned} e(0,2) &= S \cos \alpha B_m e^{-t} = 24 \cdot 10^{-4} \cdot \cos 60^\circ \cdot 0,1 \cdot e^{-0,2} = \\ &= 24 \cdot 10^{-4} \cdot 0,5 \cdot 0,1 \cdot 0,819 = 9,828 \cdot 10^{-5} \text{ В.} \end{aligned}$$

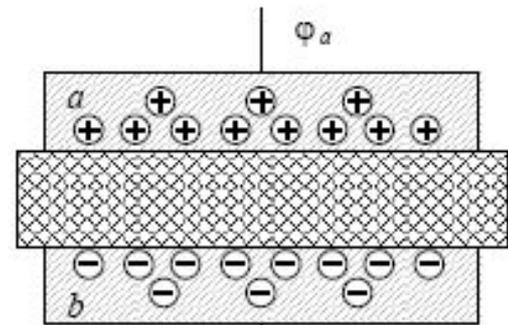
ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЯХ

Эти измерительные преобразования основаны на физических эффектах, результатом которых является преобразование в электрический сигнал характеристик электрических полей или электрических характеристик материалов и изделий. Обычно при данном виде измерительных преобразований объект измерения или его часть помещается в постоянное или переменное электрическое поле, создаваемое между электродами, контактирующими с электропроводящим объектом измерения (электропотенциальное и электрохимическое измерительные преобразования), либо между обкладками электрического конденсатора (электроемкостное измерительное преобразование).

Электроемкостное измерительное преобразование

Электроемкостное измерительное преобразование основано на зависимости комплексного электрического сопротивления конденсатора от различных факторов.

Проводники заряжаются равными и противоположными по знаку зарядами q



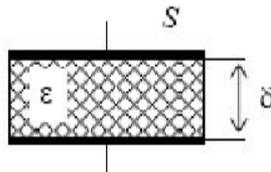
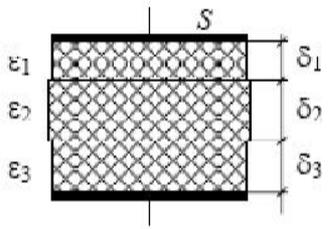
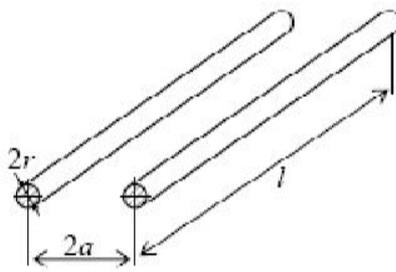
*a, b – проводники;
 c – диэлектрик*

Между проводниками должна существовать разность потенциалов $U = \Phi_a - \Phi_b$

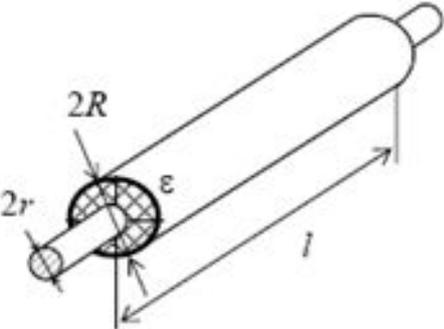
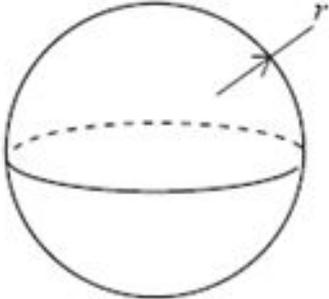
Величина электрической емкости

$$C = \frac{q}{U}$$

Емкость конденсаторов простейшей формы

Тип конденсатора	Конструктивные особенности	Функция преобразования
Плоскопараллельный с однослойным диэлектриком		$C = \frac{\epsilon S}{\delta},$ <p>где ϵ – диэлектрическая проницаемость диэлектрика; S – площадь перекрытия пластин; δ – расстояние между пластинами</p>
Плоскопараллельный с многослойным диэлектриком		$C = \frac{S}{\delta_1 / \epsilon_1 + \delta_2 / \epsilon_2 + \delta_3 / \epsilon_3},$ <p>где $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$ – диэлектрические проницаемости отдельных слоев; S – площадь перекрытия пластин; δ – толщина отдельных слоев</p>
Двухпроводная линия		$C = \frac{\pi \epsilon l}{\ln \frac{a + \sqrt{a^2 - r^2}}{r}},$ <p>где ϵ – диэлектрическая проницаемость среды; l – длина линии; $2a$ – расстояние между проводниками; r – радиус проводников</p>

Емкость конденсаторов простейшей формы

Тип конденсатора	Конструктивные особенности	Функция преобразования
Коаксиальная линия		$C = \frac{2\pi\epsilon l}{\ln \frac{R}{r}}, \text{ где}$ <p> ϵ – диэлектрическая проницаемость диэлектрика; l – длина линии; R – внутренний радиус проводящей оболочки; r – радиус центральной жилы </p>
Проводящая сфера		$C = 4\pi\epsilon r,$ <p> где ϵ – диэлектрическая проницаемость среды; r – радиус сферы </p>

Физический смысл емкости

Предположим, что заряд емкости осуществляется от источника постоянного фиксированного напряжения U . *Значение накапливаемого при этом электрического заряда пропорционально емкости конденсатора: $q=C \cdot U$.* чем больше емкость конденсатора, тем больший заряд можно в нем накопить от одного и того же источника. Соответственно при фиксированном значении заряда конденсатора разность потенциалов между проводниками обратно пропорциональна значению емкости:

$$U=q/C.$$

Чем больше емкость конденсатора, тем меньшая работа требуется для заряда конденсатора до фиксированного значения.

Добротность конденсатора Q :

$$Q = \omega r C.$$

Угол потерь δ (обычно вместо угла рассматривается $\operatorname{tg}\delta$)

$$\operatorname{tg}\delta = \frac{1}{\omega r C},$$

ω – угловая частота переменного тока, r – активное сопротивление

Значение угла потерь зависит также от действия на диэлектрик внешних факторов: температуры и влажности окружающей среды, частоты и амплитуды подаваемого напряжения, интенсивности воздействия ионизирующими излучениями. Благодаря этому существует возможность путем измерения угла потерь получать измерительную информацию о перечисленных выше параметрах.

Энергия электростатического поля конденсатора.

Силы, развиваемые в электростатическом поле

Емкостной преобразователь является обратимым и может быть использован для преобразования электрической величины, напряжения между обкладками U , в механические величины – силу притяжения между обкладками F или момент вращения $M_{вр}$.

При перемещении обкладок на малые значения dx или $d\alpha$ силами электростатического взаимодействия совершается элементарная механическая работа dA , которая определяется в зависимости от вида взаимного перемещения по одной из формул:

$$dA = F \cdot dx \text{ или } dA = M_{вр} \cdot d\alpha.$$

Энергия электростатического поля конденсатора. Силы, развиваемые в электростатическом поле

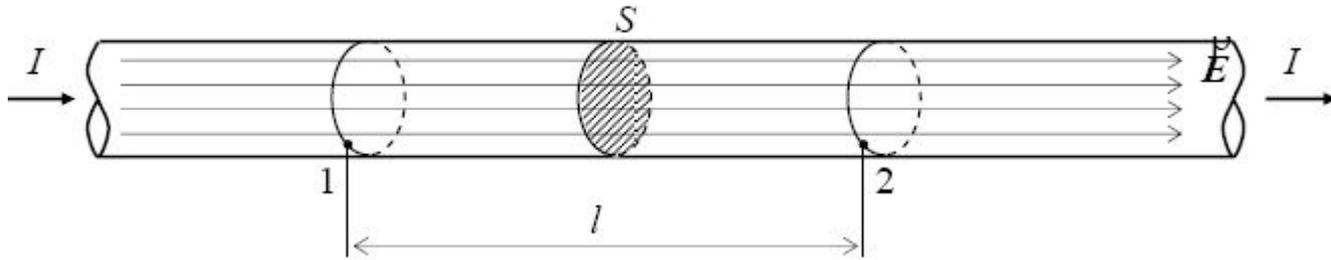
Работа совершается за счет энергии $W_{\text{э}}$ электрического поля конденсатора. С учетом этого получаем:

$$M_{\text{вр}} = \frac{dW_{\text{э}}}{d\alpha}, \quad F = \frac{dW_{\text{э}}}{dx}.$$

$$M_{\text{вр}} = \frac{U^2}{2} \frac{dC}{d\alpha}, \quad F = \frac{U^2}{2} \frac{dC}{dx}.$$

Электропотенциальное измерительное преобразование

Электропотенциальное измерительное преобразование основано на зависимости распределения электрического потенциала на поверхности объекта, по которому протекает электрический ток, от свойств этого объекта.

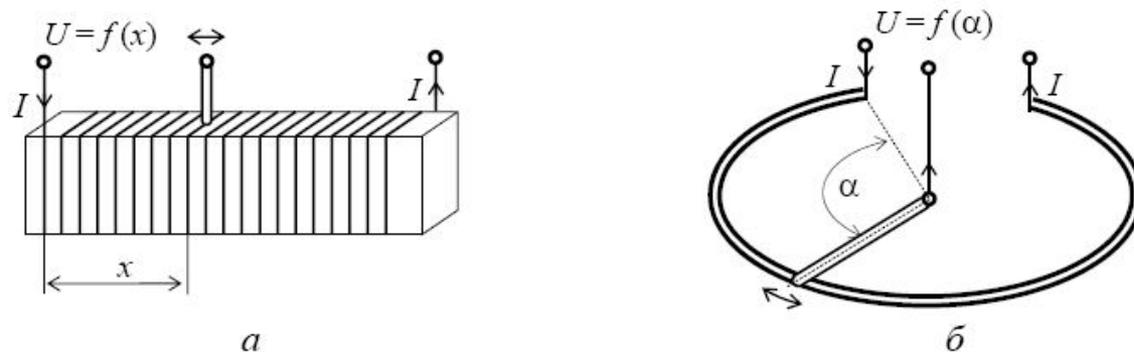


Зависимость разности потенциалов между двумя точками 1 и 2 на поверхности проводника от параметров проводника :

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_1^2 \frac{\vec{j}}{\sigma} \cdot d\vec{l} = \frac{Il}{S\sigma}.$$

σ - удельная электрическая проводимость материала проводника

Данный вариант электропотенциального измерительного преобразования нашел использование главным образом для измерения удельной электрической проводимости материалов и построения так называемых реостатных измерительных преобразователей перемещений, в которых используется пропорциональная зависимость разности потенциалов или связанного с ней пропорциональной зависимостью электрического сопротивления от расстояния l .



Пьезоэлектрическое измерительное преобразование

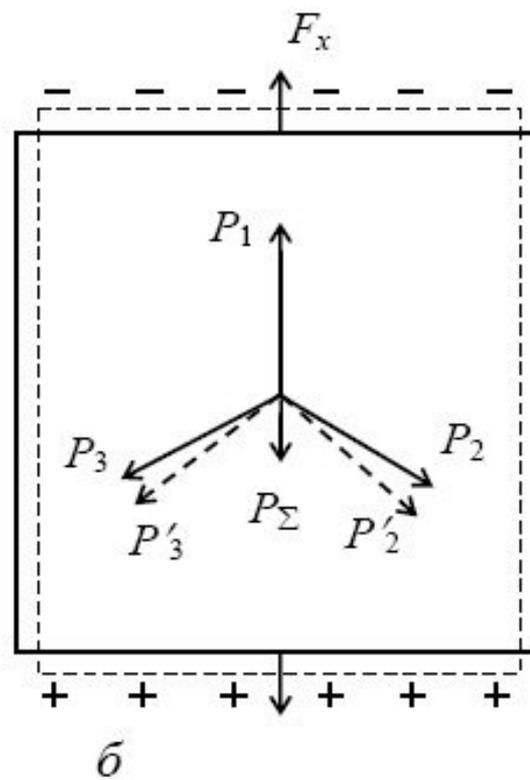
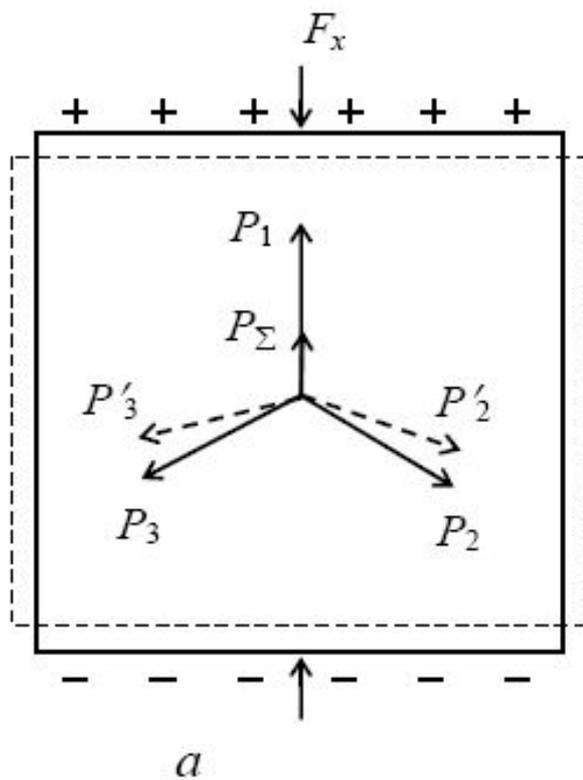
Пьезоэлектрическое измерительное преобразование основано на использовании прямого и обратного пьезоэлектрических эффектов (пьезоэффектов). Эти эффекты наблюдаются в ряде диэлектриков: природных кристаллах, таких как кварц (химическая формула SiO_2), поляризованных керамических материалах и некоторых полимерах. Материалы, обладающие пьезоэлектрическими свойствами, называются пьезоэлектриками. Сущность прямого пьезоэффекта заключается в электрической поляризации пьезоэлектриков, проявляющейся появлением электрических зарядов на их поверхности, под действием механической деформации.

Пьезоэффект является обратимым физическим явлением. Обратный пьезоэффект заключается в возникновении в пьезоэлектриках механического напряжения или деформации под действием электрической поляризации.

В недеформированном состоянии пьезоэлемент в целом, как и составляющие его отдельные элементарные ячейки, является электрически нейтральным. Электрические поля всех его зарядов уравновешивают друг друга, проявлением чего является отсутствие зарядов на электродах пьезоэлемента.

Если к пьезоэлементу приложить механическое усилие в направлении оси x , то в результате деформации элементарных ячеек их нейтральность нарушается.

Деформация сжатия (а) и растяжения (б) пьезоэлемента



Наличие при деформации обуславливает возникновение на электродах пьезоэлемента поляризационных зарядов, имеющих при различных направлениях деформации различные знаки. Значение поляризационного заряда q связано со значением действующей силы F прямопропорциональной зависимостью:

$$q = d F$$

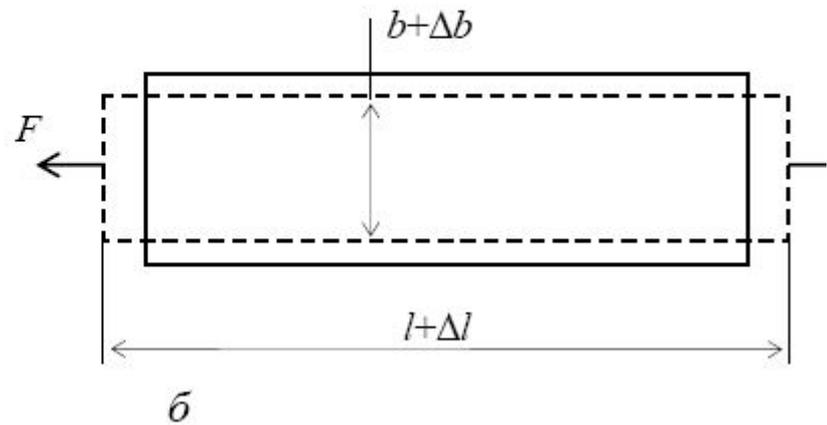
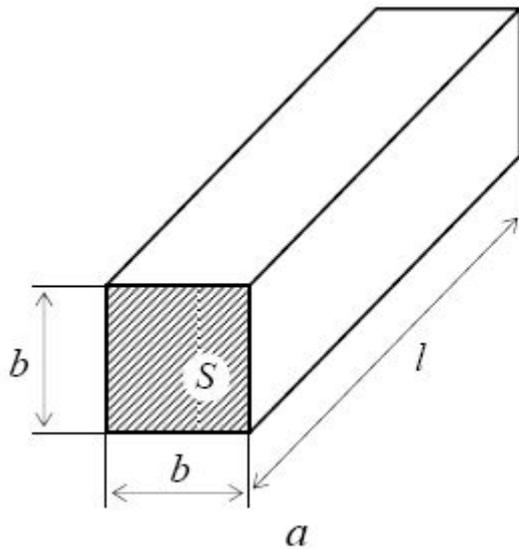
d – пьезоэлектрический модуль

Тензорезистивное измерительное преобразование

Основано на использовании тензоэффекта, заключающегося в изменении активного электрического сопротивления проводников или полупроводников при их механической деформации. Характеристикой тензоэффекта материала является коэффициент относительной тензочувствительности k , определяемый как отношение относительного изменения сопротивления R к относительному изменению длины проводника l :

$$k = \frac{\Delta R/R}{\Delta l/l}.$$

Деформация растяжения проводника



Электрическое сопротивление стержня длиной l , с площадью поперечного сечения S и удельным электрическим сопротивлением материала ρ определяется выражением:

$$R = \frac{\rho l}{S}.$$

Изменение сопротивления в результате деформации

$$\Delta R = \frac{\partial R}{\partial \rho} \Delta \rho + \frac{\partial R}{\partial l} \Delta l + \frac{\partial R}{\partial S} \Delta S = R \left(\frac{\Delta \rho}{\rho} + \frac{\Delta l}{l} - \frac{\Delta S}{S} \right).$$

Для стержня квадратного сечения:

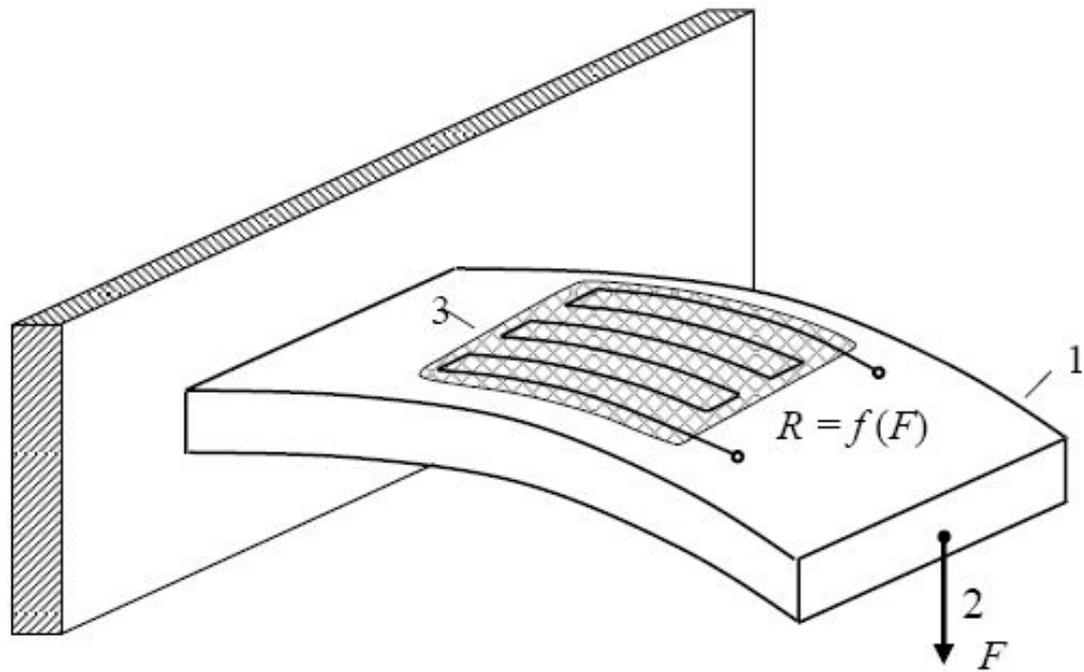
$$S = b^2; \quad \frac{\Delta S}{S} = \frac{1}{b^2} \frac{\partial S}{\partial b} \Delta b = 2 \frac{\Delta b}{b} \quad \text{и} \quad \Delta R = R \left(\frac{\Delta \rho}{\rho} + \frac{\Delta l}{l} - 2 \frac{\Delta b}{b} \right).$$

В диапазоне упругих деформаций изменение поперечного размера стержня связано с изменением его продольного размера соотношением:

$$\frac{\Delta b}{b} = -\mu \frac{\Delta l}{l},$$

μ – коэффициент Пуассона, связывающий продольные и поперечные деформации.

$$\Delta R = R \left[\frac{\Delta \rho}{\rho} + \frac{\Delta l}{l} (1 + 2\mu) \right].$$



Электрохимическое измерительное преобразование

Основано на физико-химических процессах, протекающих в проводящих электрический ток растворах.

Электрохимический преобразователь представляет собой электролитическую ячейку, заполненную проводящим электрический ток раствором и имеющую два или более электродов. В общем случае электроды непосредственно участвуют в физико-химических процессах, протекающих в ячейке.

Электропроводность

растворов

Высокой электрической проводимостью обладают водные растворы солей, кислот и оснований. Причиной этого являются диэлектрические свойства воды.

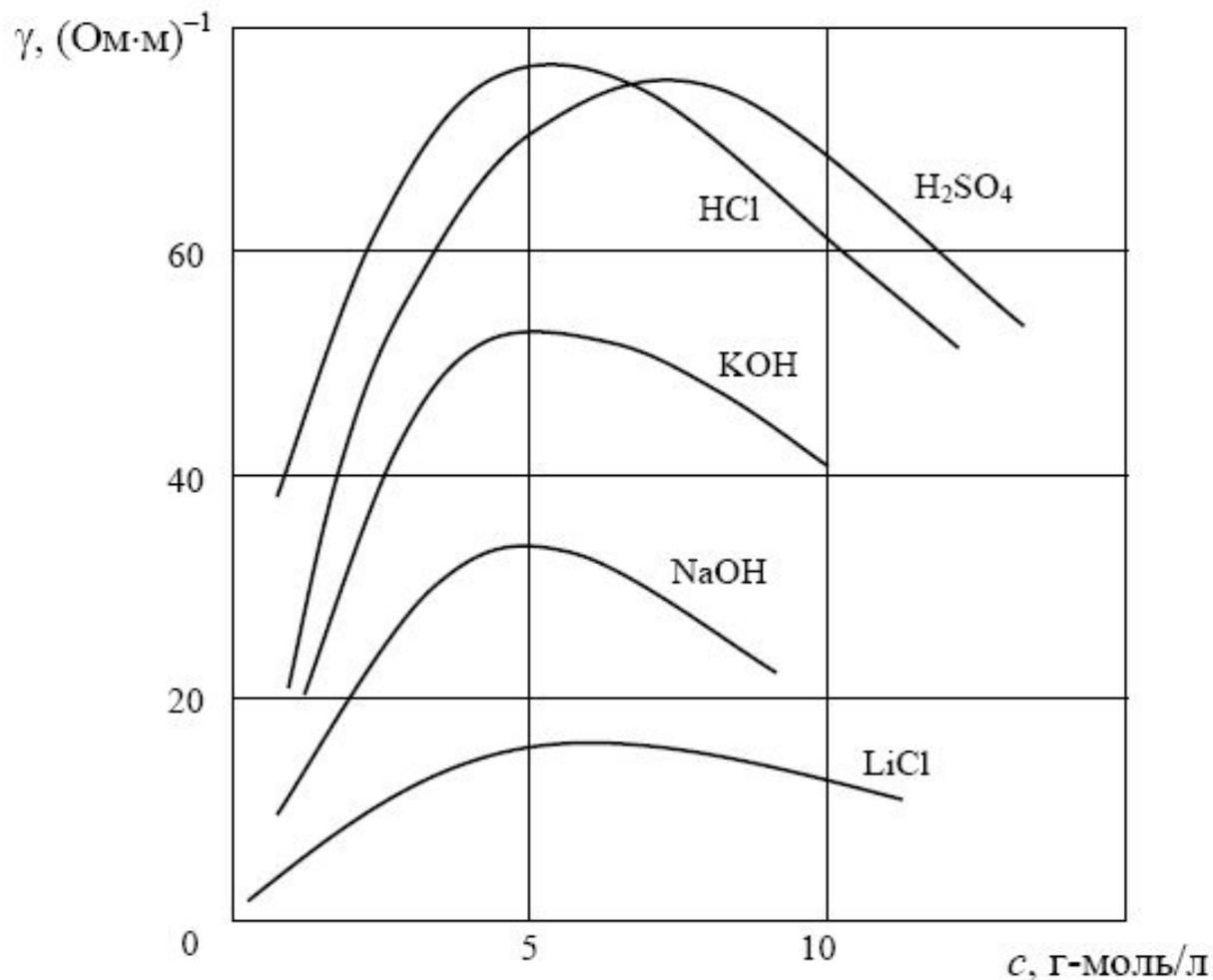
Являясь веществом с высокой диэлектрической проницаемостью вода, поляризуясь в электрическом поле ионов растворенного в воде вещества, ослабляет силы электрического взаимодействия между этими ионами. Последнее приводит к интенсивной диссоциации молекул растворенного вещества на свободные ионы (носители зарядов). Вещества, растворяющиеся в воде с образованием положительных и отрицательных свободных ионов, называются электролитами.

Удельная электрическая проводимость раствора γ зависит от его концентрации и пропорциональна химической активности раствора:

$$\gamma = \lambda f c = \lambda a,$$

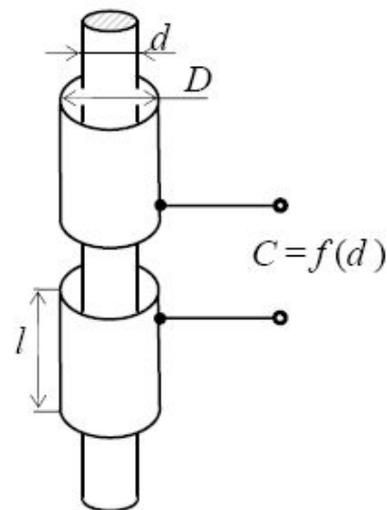
f — коэффициент активности; c — молярная концентрация раствора; a — химическая активность раствора; λ — эквивалентная электропроводность, соответствующая единичному значению химической активности раствора.

Зависимость удельной электрической проводимости раствора от концентрации



Задачи

Для электроемкостного измерительного преобразователя, имеющего цилиндрические обкладки с внутренним диаметром $D = 30$ мм и длиной $l = 60$ мм, построить график зависимости емкости C от диаметра d металлического прутка.



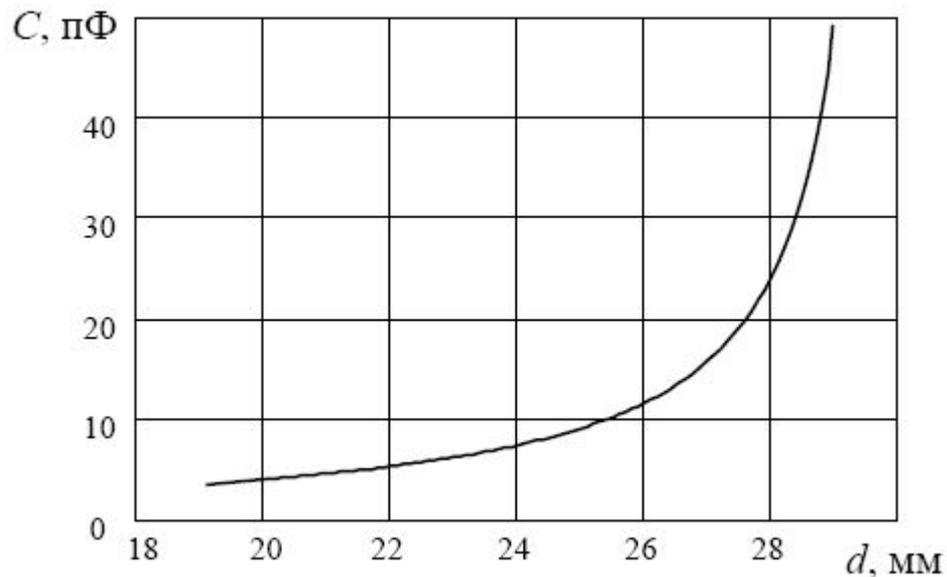
Решение

Рассматриваемый электроемкостной преобразователь представляет собой два последовательно соединенных одинаковых конденсатора. Одной из обкладок конденсатора является внутренняя цилиндрическая поверхность, а второй – поверхность прутка. Тип такого конденсатора - коаксиальная линия. Емкость коаксиальной линии в случае воздушного изолятора между обкладками определяется:

$$C_{\text{к}} = \frac{2\pi\epsilon_0 l}{\ln \frac{D}{d}}.$$

Решение

Емкость двух последовательно включенных одинаковых конденсаторов C в два раза меньше емкости каждого: $C = 0,5 C_k$.

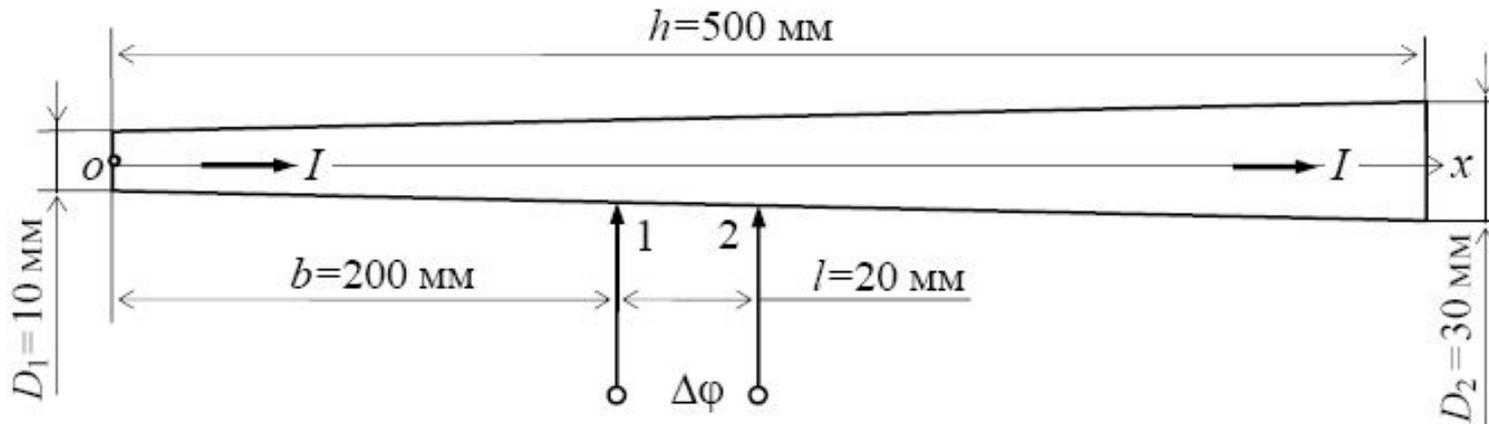


Задача

Определить разность потенциалов $\Delta\phi$ между электродами электропотенциального измерительного преобразователя, установленного на изделие, имеющее форму усеченного конуса (высота конуса $h = 500$ мм; диаметр вершины $D_1 = 10$ мм и основания $D_2 = 30$ мм), если удельная электрическая проводимость материала

$$\sigma = 5 \frac{\text{МСм}}{\text{м}}$$

значение постоянного электрического тока, пропускаемого через изделие в продольном направлении $I = 30$ А, расстояние между электродами $l = 20$ мм, а расстояние от вершины конуса до ближайшего электрода $b = 200$ мм. Построить график изменения плотности электрического тока вдоль продольной оси изделия, принимая его одинаковым по площади поперечного сечения.



Решение

Зависимость разности потенциалов между электродами при протекании постоянного электрического тока вдоль длинного проводника от параметров проводника может быть найдена с учетом непостоянства площади поперечного сечения проводника вдоль продольной оси ox :

$$\Delta\varphi = \int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_{x_1}^{x_2} \frac{I}{\sigma S(x)} \cdot dx.$$

Решение

Зависимость $S(x)$ площади поперечного сечения от координаты x (начало координат совпадает с вершиной усеченного конуса) может быть найдена из очевидной пропорциональной зависимости диаметра D поперечного сечения от координаты x :

$$D(x) = D_1 + \frac{D_2 - D_1}{h} x$$

$$S(x) = \frac{\pi D^2(x)}{4} = \frac{\pi}{4} \left(D_1 + \frac{D_2 - D_1}{h} x \right)^2$$

Решение

С учетом этого получаем искомое выражение для разности потенциалов:

$$\begin{aligned}\Delta\varphi &= \int_{x_1}^{x_2} \frac{I}{\sigma S(x)} \cdot dx = \int_{x_1}^{x_2} \frac{4I}{\pi \sigma \left(D_1 + \frac{D_2 - D_1}{h} x \right)^2} \cdot dx = \\ &= \frac{4hI}{\pi \sigma (D_2 - D_1)} \left(\frac{1}{D_1 + \frac{D_2 - D_1}{h} x_1} - \frac{1}{D_1 + \frac{D_2 - D_1}{h} x_2} \right).\end{aligned}$$

Решение

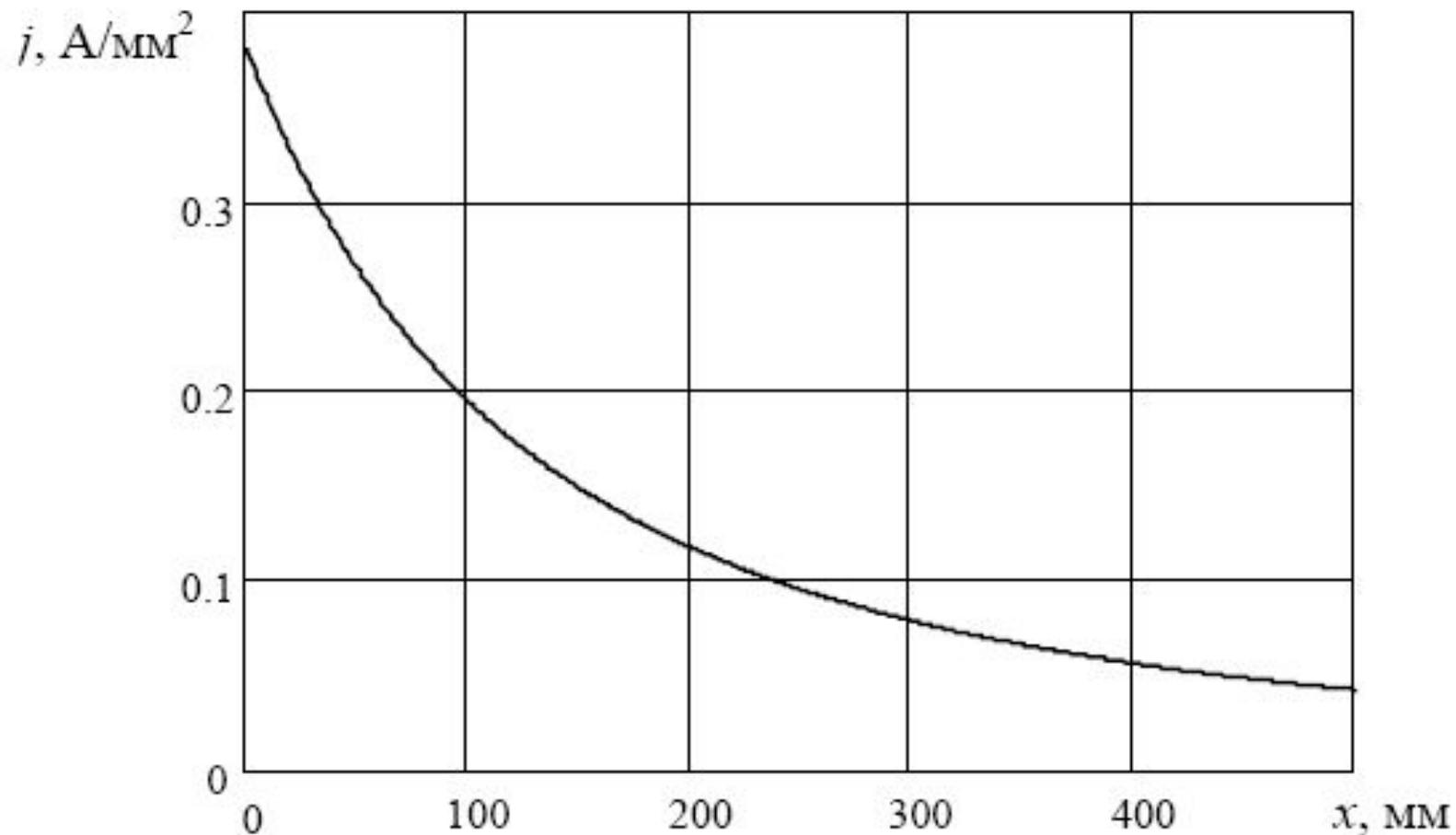
Подстановкой заданных условий задачи значений величин получаем:

$$\Delta\varphi = \frac{4 \cdot 500 \cdot 30}{\pi \cdot 5 \cdot 10^6 \cdot (30 - 10)} \cdot 10^3 \left(\frac{1}{10 + \frac{30 - 10}{500} 200} - \frac{1}{10 + \frac{30 - 10}{500} 220} \right) = 0,45 \text{ мВ}.$$

С учетом ранее полученных соотношений можно записать выражение, устанавливающее зависимость плотности электрического тока от координаты x :

$$j(x) = \frac{I}{S(x)} = \frac{4I}{\pi \left(D_1 + \frac{D_2 - D_1}{h} x \right)^2}.$$

*Распределение плотности электрического тока вдоль
продольной оси изделия*



Задача

Определить абсолютное и относительное изменения электрического сопротивления проводника длиной $l = 1$ м и диаметром $d = 0,2$ мм, один конец которого закреплен, а к другому подвешен груз весом 10 Н. Материал проводника – сталь (удельное электрическое сопротивление модуль $\rho = 0,1 \cdot 10^{-6}$ Ом·м; упругости коэффициент $E = 210$ кН/мм²; $\mu = 0,3$; предел упругости $\sigma_{II} = 400$ Н/мм²).

Решение

Площадь поперечного сечения проводника:

$$S = \pi \frac{d^2}{4} = \pi \frac{0,2^2}{4} = 0,031 \text{ мм}^2.$$

Сопротивление проводника в недеформированном состоянии

$$R = \rho \frac{l}{S} = 0,1 \cdot 10^{-6} \frac{1}{0,031 \cdot 10^{-6}} = 3,183 \text{ Ом}.$$

Механическое продольное напряжение, обусловленное весом тела:

$$\sigma = \frac{F}{S} = \frac{10}{0,031} = 318,31 \text{ Н/мм}^2.$$



Значение напряжения не превышает предела упругости материала, и следовательно деформация носит упругий характер. В этом случае относительная продольная деформация растяжения может быть определена с использованием уравнения Гука:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{318,31}{210 \cdot 10^3} = 1,516 \cdot 10^{-3}.$$

Значения абсолютного и относительного изменений электрического сопротивления находятся

$$\Delta R \approx R \varepsilon (1 + 2\mu) = 3,183 \cdot 1,516 \cdot 10^{-3} (1 + 2 \cdot 0,3) = 7,72 \cdot 10^{-3} \text{ Ом};$$

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{7,72 \cdot 10^{-3}}{3,183} = 2,425 \cdot 10^{-3}.$$