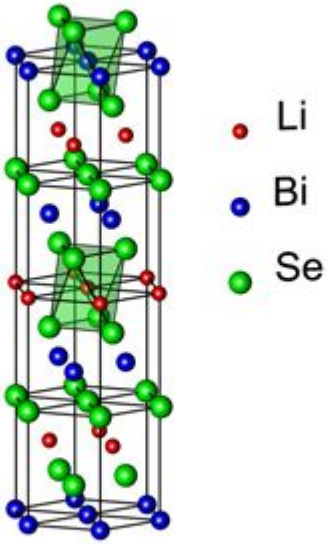
Модели и моделирование

Тема 1. Модели и их типы

Модели в нашей жизни

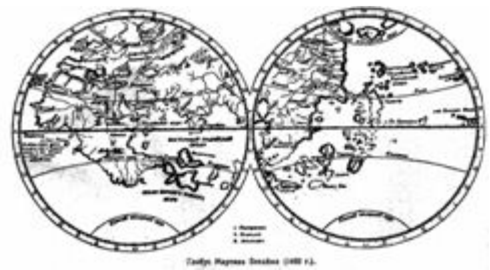


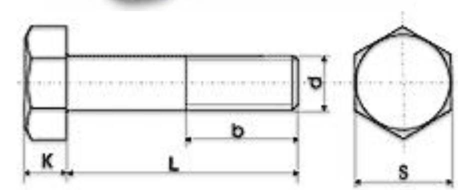
Что такое модель?

Модель – это объект, который обладает некоторыми свойствами другого объекта (*оригинала*) и используется вместо него.

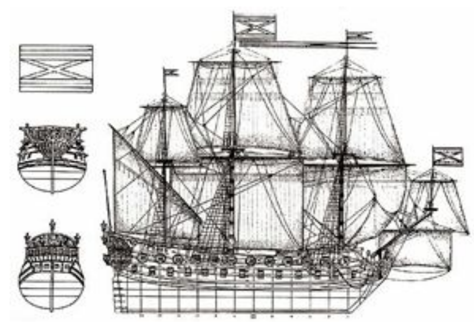
Оригиналы и модели











Первый линейный русский корабль «Гото Предестинация»

Что можно моделировать?

Модели объектов:

- уменьшенные копии зданий, кораблей, самолетов, …
- модели ядра атома, кристаллических решеток
- чертежи
- …

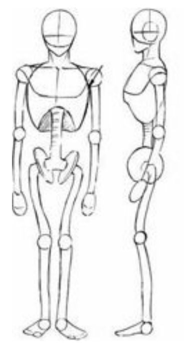
Модели процессов:

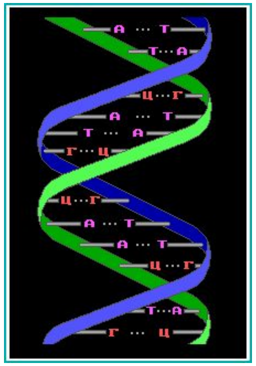
- изменение экологической обстановки
- экономические модели
- исторические модели
- …

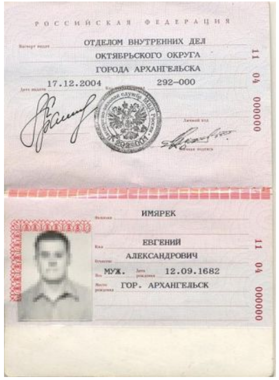
Модели явлений:

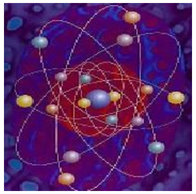
- землетрясение
- солнечное затмение
- цунами
- …

Один оригинал – одна модель?







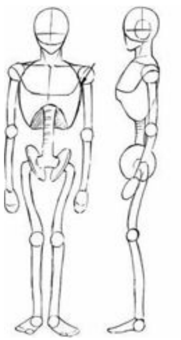



- **материальная точка**

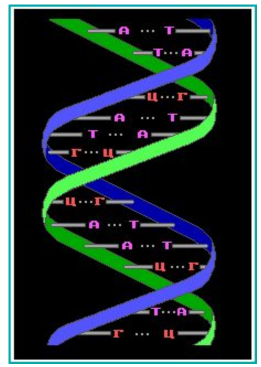
! **Оригиналу может соответствовать несколько разных моделей и наоборот!**

Зачем нужно много моделей?

! Тип модели определяется целями моделирования!



изучение строения тела



изучение наследственности

учет граждан страны

примерка одежды

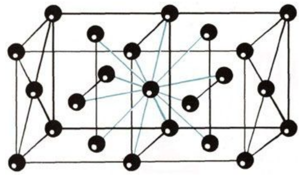
тренировка спасателей

Природа моделей

- **материальные (физические, предметные) модели:**



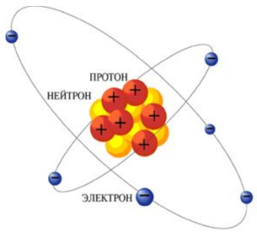


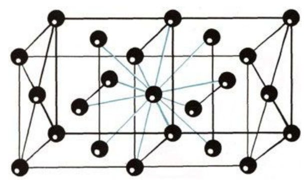


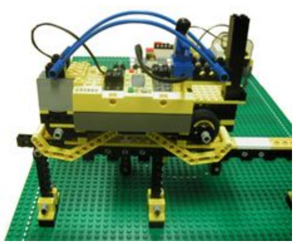
- **информационные модели** представляют собой информацию о свойствах и состоянии объекта, процесса, явления, и его взаимосвязи с внешним миром:
  - **вербальные** – словесные или мысленные
  - **знаковые** – выраженные с помощью формального языка
    - **графические** (рисунки, схемы, карты, …)
    - **табличные**
    - **математические** (формулы)
    - **логические** (различные варианты выбора действий на основе анализа условий)
    - **специальные** (ноты, химические формулы)

Модели по области применения

- **учебные** (в т.ч. тренажеры)







- **опытные** – при создании новых технических средств

аэродинамическая труба

испытания в опытовом бассейне

- **научно-технические**

имитатор солнечного излучения

вакуумная камера в Институте космических исследований

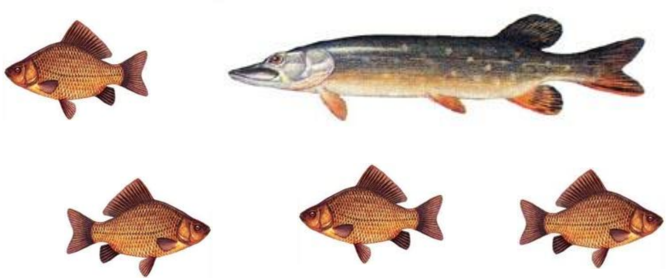
вибростенд НПО «Энергия»

Системный подход

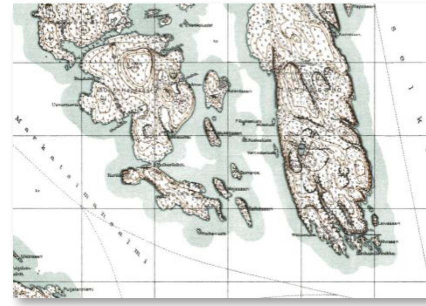
Модель-не-система:

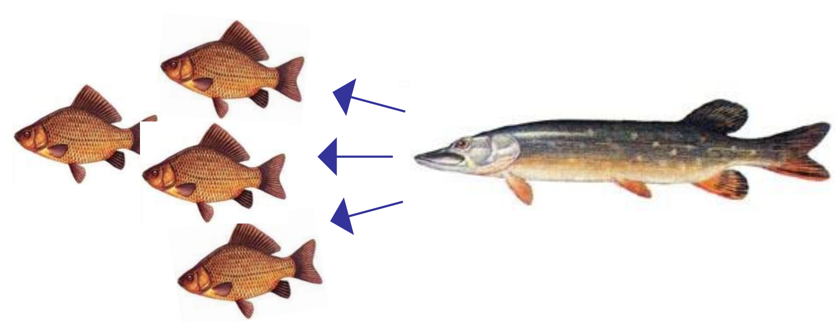

1-я линия:
Пр. Ветеранов
Ленинский пр.
Автово
Кировский завод
Нарвская
...

2-я линия:
Купчино
Звездная
Московская
Парк Победы
Электросила
...



Модель-система:



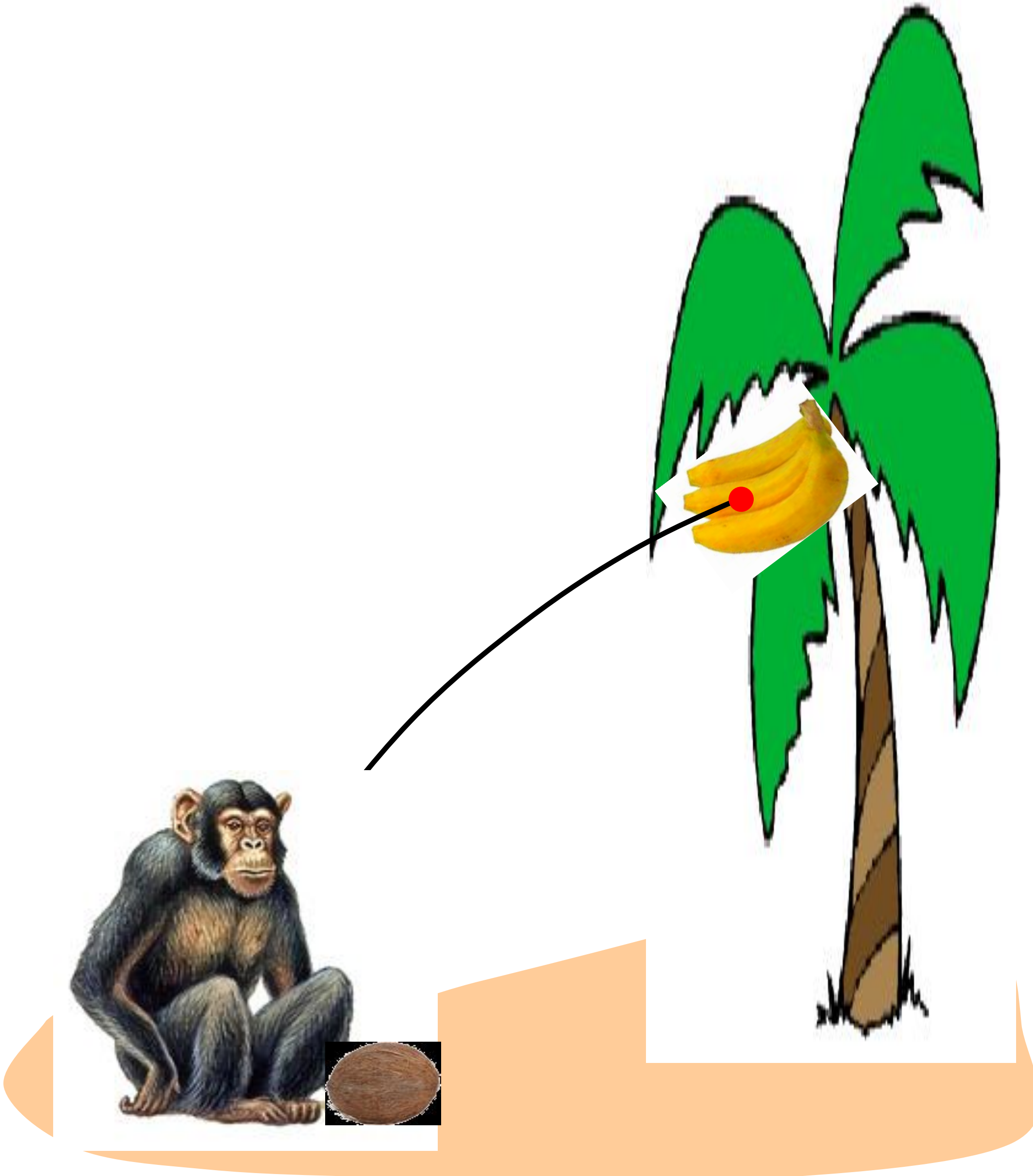


V. Проверка практикой, анализ результатов

Возможные выводы:

- задача решена, модель адекватна
- необходимо изменить алгоритм или условия моделирования
- необходимо изменить модель (например, учесть дополнительные свойства)
- необходимо изменить постановку задачи

Пример.



Задача. Обезьяна хочет сбить бананы на пальме. Как ей надо кинуть кокос, чтобы попасть им в бананы.

Анализ задачи:

- все ли исходные данные известны?
- есть ли решение?
- единственно ли решение?

I. Постановка задачи

Допущения:

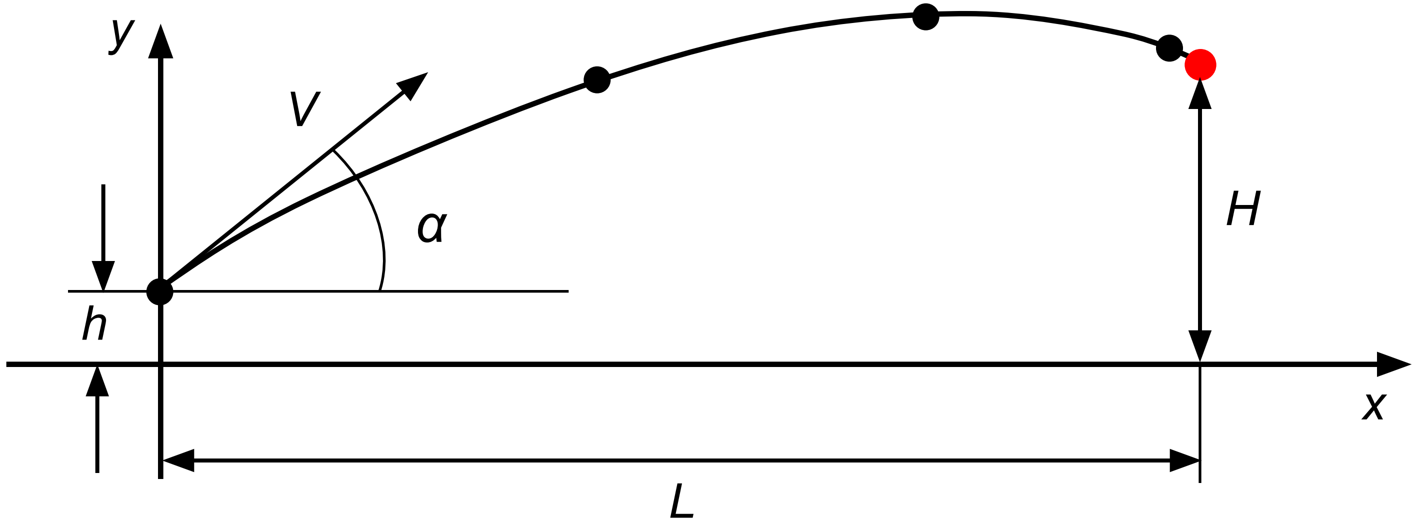
- кокос и банан считаем материальными точками
- расстояние до пальмы известно
- рост обезьяны известен
- высота, на которой висит банан, известна
- обезьяна бросает кокос с известной начальной скоростью
- сопротивление воздуха не учитываем

При этих условиях требуется найти начальный угол, под которым надо бросить кокос.

? **Всегда ли есть решение?**

II. Разработка модели

Графическая модель



Формальная (математическая) модель

$$x = V\cos\alpha \cdot t, \qquad y = h + V\sin\alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}$$

Задача: найти *t*, *α*, при которых

$$V\cos\alpha \cdot t = L, \qquad h + V\sin\alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2} = H$$

III. Тестирование модели

Математическая модель

$$x = V\cos\alpha \cdot t$$

$$y = h + V\sin\alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}$$

- при нулевой скорости кокос падает вертикально вниз
- при $t=0$ координаты равны $(0,h)$
- при броске вертикально вверх (α=90°) координата x не меняется
- при некотором t координата y начинает уменьшаться (ветви параболы вниз)

! **Противоречий не обнаружено!**

IV. Эксперимент

Метод I.

Меняем угол α. Для выбранного угла α строим траекторию полета ореха. Если она проходит выше банана, уменьшаем угол, если ниже – увеличиваем.

Метод II.

Из первого равенства выражаем время полета:

$$V\cos\alpha \cdot t = L \quad \Rightarrow \quad t = \frac{L}{V\cos\alpha}$$

Меняем угол α. Для выбранного угла α считаем t, а затем – значение y при этом t. Если оно больше H, уменьшаем угол, если меньше – увеличиваем.

➕ не надо строить всю траекторию для каждого α

V. Анализ результатов

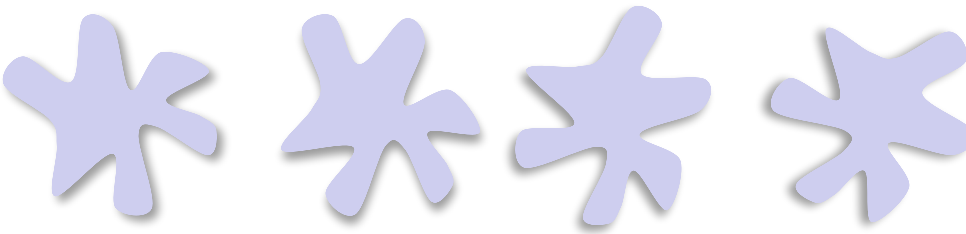
1. Всегда ли обезьяна может сбить банан?
2. Что изменится, если обезьяна может бросать кокос с разной силой (с разной начальной скоростью)?
3. Что изменится, если кокос и бананы не считать материальными точками?
4. Что изменится, если требуется учесть сопротивление воздуха?
5. Что изменится, если дерево качается?

Модели и моделирование

Тема 3. Модели биологических систем

(по мотивам учебника А.Г. Гейна и др., Информатика и ИКТ, 10 класс, М.: Просвещение, 2008)

Модель деления

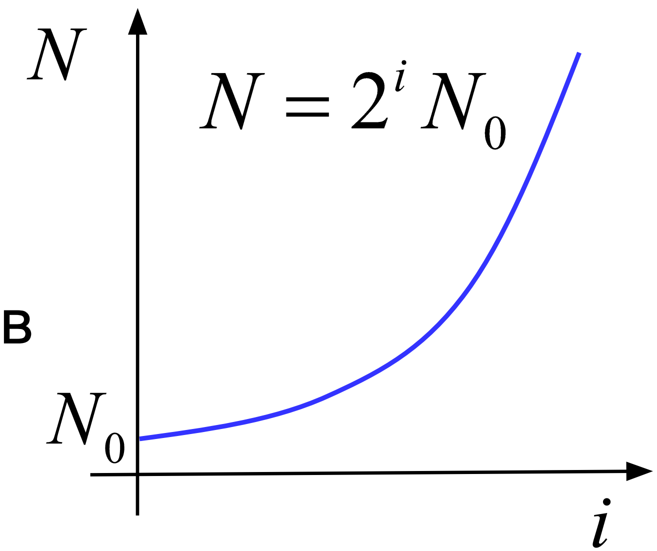


N_0 – начальная численность

$N_1 = 2N_0$ – после 1 цикла деления

$N_2 = 2N_1 = 4N_0$ – после 2-х циклов

$N_i = 2N_{i-1} = 2^i N_0$



Особенности модели:

1) не учитывается смертность
2) не учитывается влияние внешней среды
3) не учитывается влияние других видов

Модель неограниченного роста (Т. Мальтус)

$$N_i = N_{i-1} + K_p \cdot N_{i-1} - K_c \cdot N_{i-1}$$

K_p – коэффициент рождаемости

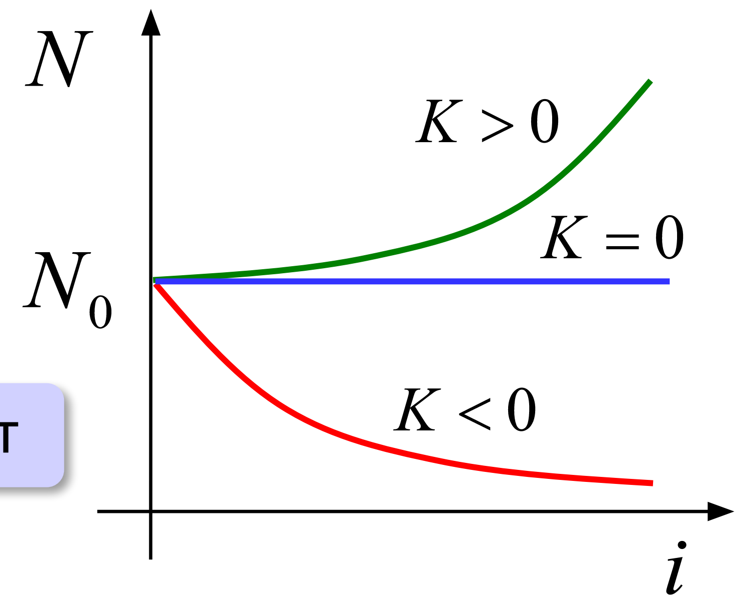
K_c – коэффициент смертности

Коэффициент прироста $K = K_p - K_c$

$$\boxed{N_i = (1+K) \cdot N_{i-1}}$$

$$N_i = N_{i-1} + K \cdot N_{i-1}$$

прирост



Особенности модели:

1) не учитывается влияние численности N и внешней среды на K
2) не учитывается влияние других видов на K

Модель ограниченного роста (П. Ферхюльст)

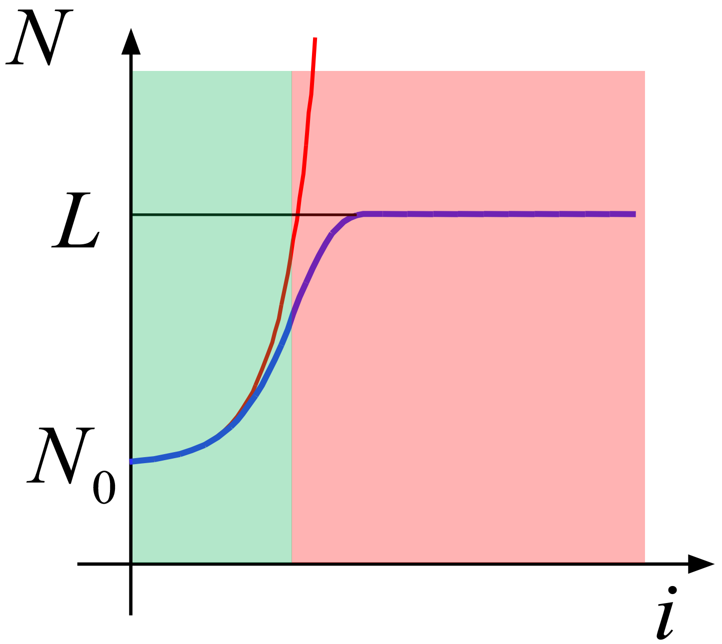
L – предельная численность животных

$$N_i = (1 + K_L) \cdot N_{i-1}$$

Идеи:

1) коэффициент прироста K_L зависит от численности N
2) при $N=0$ должно быть $K_L=K$ (начальное значение)
3) при $N=L$ должно быть $K_L=0$ (достигнут предел)

$$\boxed{N_i = \left(1 + K\frac{L - N_{i-1}}{L}\right) \cdot N_{i-1}}$$



Модель адекватна, если ошибка < 10%!

Модель с отловом

Примеры: рыбоводческое хозяйство, разведение пушных зверей и т.п.

$$N_i = \left(1 + K\frac{L - N_{i-1}}{L}\right) \cdot N_{i-1} \boxed{- R}$$

отлов

? Какая будет численность?

$N_i = N_{i-1}$, прирост = отлову

$$N = N + K\frac{L - N}{L}N - R \quad \Rightarrow \frac{K}{L} \cdot N^2 - K \cdot N + R = 0$$

? Сколько можно отловить?

Модель эпидемии гриппа

L – всего жителей
N_i – больных в i-ый день
Z_i – заболевших в i-ый день
V_i – выздоровевших
W_i – всего выздоровевших за i дней

Основное уравнение:

$$N_i = N_{i-1} + Z_i - V_i$$

Ограниченный рост:

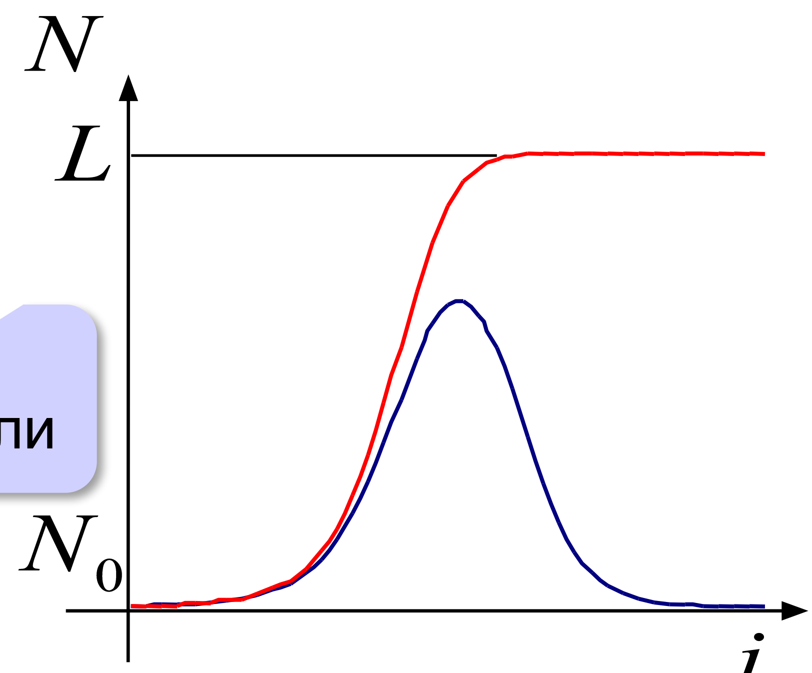
$$Z_i = K\,\frac{L - N_{i-1} \boxed{- W_{i-1}}}{L} \cdot N_{i-1}$$

болели и выздоровели

Выздоровление (через 7 дней):

$$V_i = Z_{i-7}$$

$$W_i = W_{i-1} + V_i$$



Модель системы «хищник-жертва»

Модель – не-система:

караси

щуки

$$N_i = \left(1 + K\frac{L - N_{i-1}}{L}\right)\cdot N_{i-1}$$

$$Z_i = \left(1 \boxed{- d}\right)\cdot Z_{i-1}$$

вымирают без еды

Модель – система:

1) число встреч пропорционально $N_i \cdot Z_i$
2) «эффект» пропорционален числу встреч

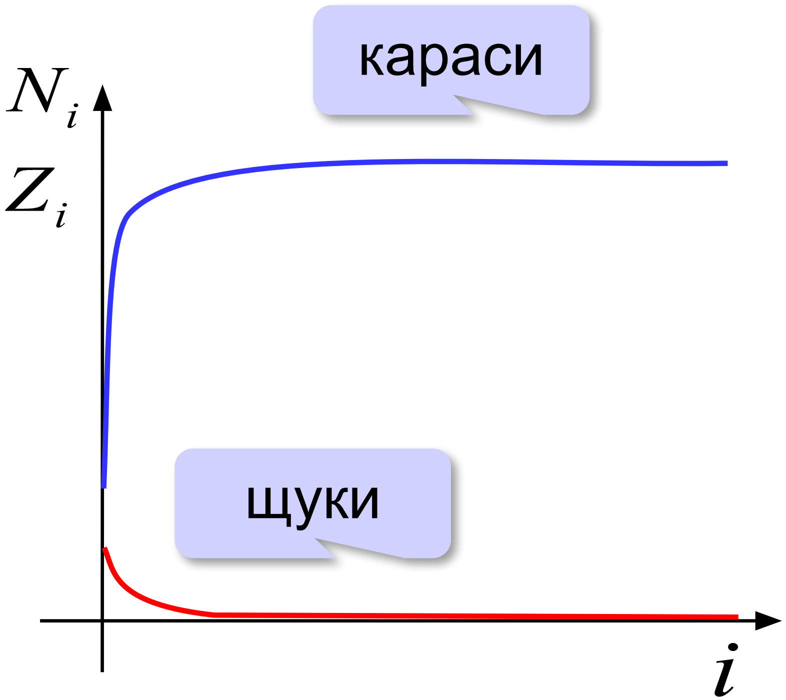
$$\boxed{\begin{aligned} N_i &= \left(1 + K\frac{L - N_{i-1}}{L}\right)\cdot N_{i-1} \boxed{- b_1 \cdot N_{i-1} \cdot Z_{i-1}} \\ Z_i &= (1-d)\cdot Z_{i-1} \boxed{+ b_2 \cdot N_{i-1} \cdot Z_{i-1}} \end{aligned}}$$

численность уменьшается

численность увеличивается

Модель системы «хищник-жертва»

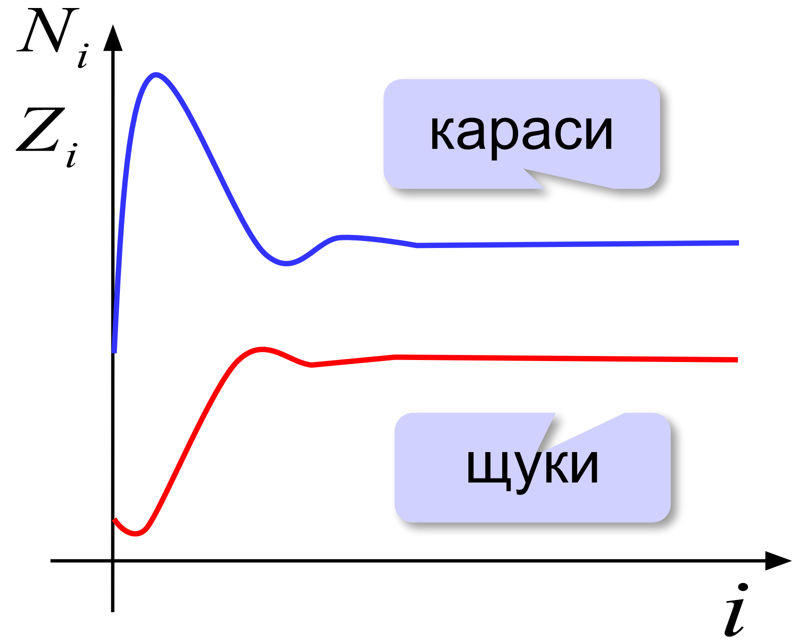
Хищники вымирают:



$$d = 0{,}8$$

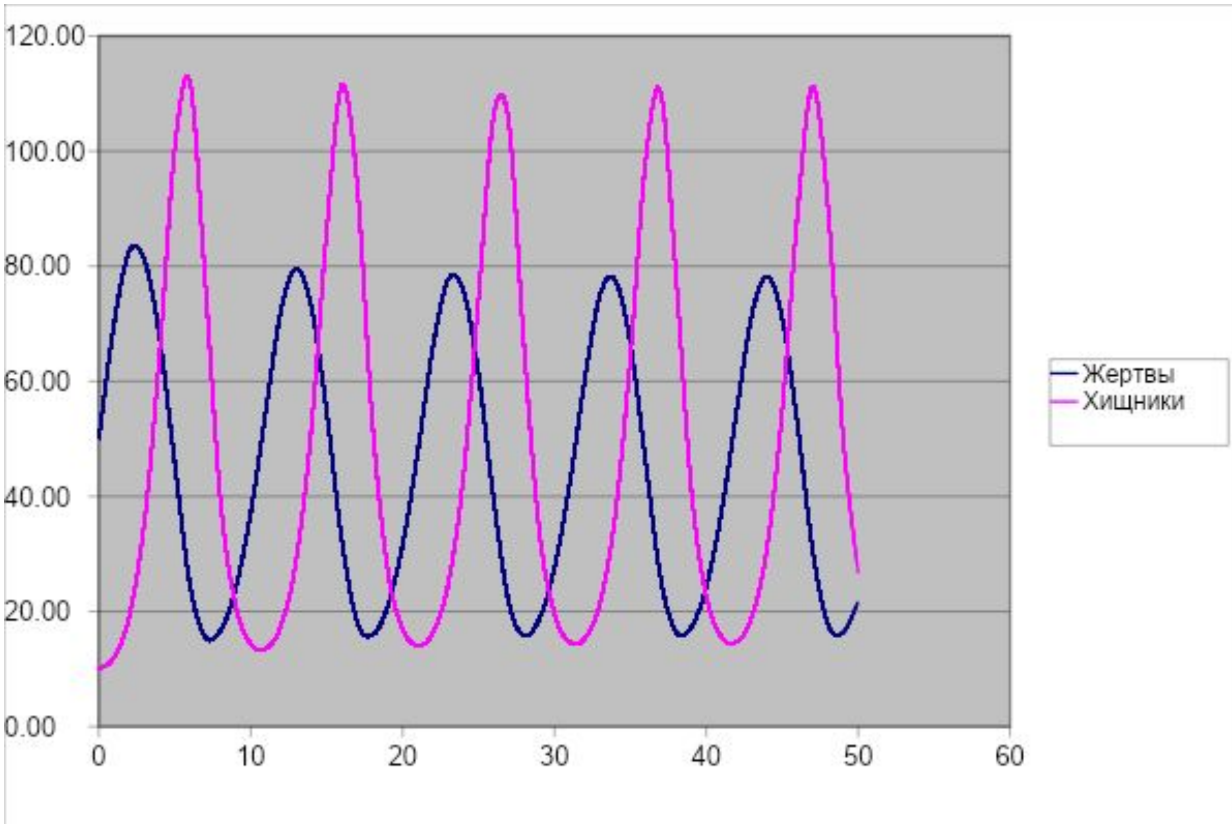
$$b_1 = b_2 = 0{,}005$$

Равновесие:



$$d = 0{,}8$$

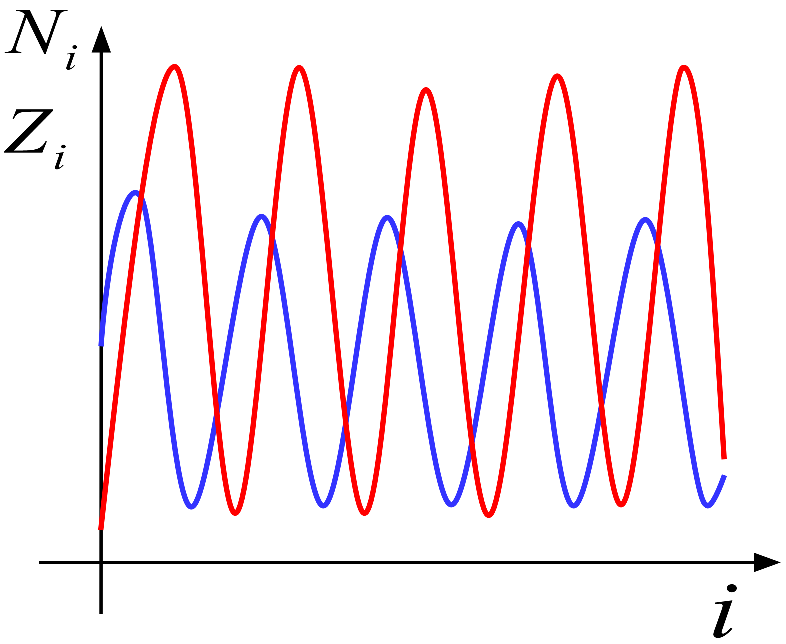
$$b_1 = 0{,}01; \quad b_2 = 0{,}012$$



120.00
100.00
80.00
60.00
40.00
20.00
0.00
0
10
20
30
40
50
60
Жертвы
Хищники

Модель системы «хищник-жертва»

Колебания:



$$d = 0{,}8$$

$$b_1 = 0{,}01;\ \ b_2 = 0{,}015$$

Конец фильма