



Ряды динамики

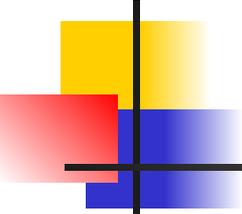
Занятие 9

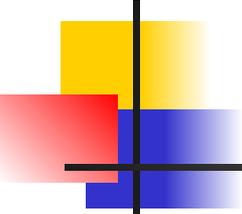


Понятие и классификация рядов динамики

- Динамика – это процесс развития, движения социально-экономических явлений во времени.
- Ряд динамики - ряд изменяющихся во времени значений статистического показателя, расположенных в хронологическом порядке.
- Составными элементами ряда динамики являются показатели уровней ряда и показатели времени (годы, кварталы, месяцы, сутки) или моменты (даты) времени.

Классификация рядов динамики

- 
- В зависимости от того, выражают уровни ряда состояние явления на определенные моменты времени или его величину за определенные интервалы времени, различают соответственно моментные и интервальные ряды динамики.
 - Моментный ряд – это ряд, в котором уровни показателей представлены на конкретный момент времени.
 - Интервальный ряд – это ряд, в котором показатели представлены за период (интервал) времени.



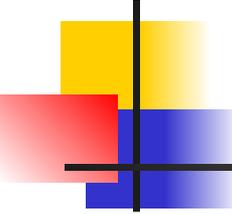
Для анализа рядов динамики применяют следующие аналитические показатели:

1. абсолютный прирост;
2. темп роста;
3. темп прироста.

Все выше перечисленные показатели
бывают:

1. цепными;
2. базисными

- 
-
- **Цепные показатели динамики** определяются путём оценки взаимосвязи каждого текущего уровня ряда с предыдущим уровнем.
 - **Базисные показатели динамики** – это показатели, которые определяются путём оценки взаимосвязи каждого текущего уровня с уровнем принятым за базу сравнения



Пример:

Год	Производство тракторов, ед.	Абсолютный прирост		Темп роста, %		Темп прироста, %	
		Ц	Б	Ц	Б	Ц	Б
2010	80	-	-	-	-	-	-
2011	95	15	15	118,8	118,8	18,8	18,8
2012	92	-3	12	96,8	115	-3,2	15
2013	105	13	25	114,1	131,3	14,1	31,3



Показатели изменения уровней ряда динамики

1. Абсолютные приросты:

а) цепные

$$\Delta y^u = y_i - y_{i-1}.$$

$$\Delta y_{2011}^u = y_{2011} - y_{2010}.$$

$$\Delta y_{2011}^u = 95 - 80 = 15 \text{ (ед.)}$$

$$\Delta y_{2012}^u = y_{2012} - y_{2011} = 92 - 95 = -3 \text{ (ед.)}$$



б) базисные «0» - базисный, начальный уровень

$$\Delta y^{\bar{0}} = y_i - y_0.$$

$$\Delta y_{2011}^{\bar{0}} = y_{2011} - y_{2010} = 95 - 80 = 15 \text{ (ед.)}$$

$$\Delta y_{2012}^{\bar{0}} = y_{2012} - y_{2010} = 92 - 80 = 12 \text{ (ед.)}$$

$$\Delta y_{2013}^{\bar{0}} = y_{2013} - y_{2010} = 105 - 80 = 25 \text{ (ед.)}$$

Показатели изменения уровней ряда динамики

Темп роста показывает, **во сколько раз** данный уровень ряда больше базисного уровня или какую часть базисного уровня составляет уровень текущего периода.

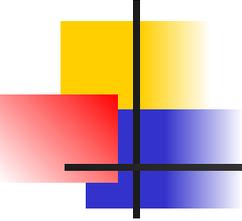
2. Темп роста

а) цепной (с переменной базой сравнения):

$$T^c = \frac{y_i}{y_{i-1}}. \quad T^c_{2011} = \frac{y_{2011}}{y_{2010}} = \frac{95}{80} = 1,188 \quad \text{или } 118,8\%$$

$$T^c_{2012} = \frac{y_{2012}}{y_{2011}} = \frac{92}{95} = 0,968 \quad \text{или } 96,8\%$$

$$T^c_{2013} = \frac{y_{2013}}{y_{2012}} = \frac{105}{92} = 1,141 \quad \text{или } 114,1\%$$

- 
- б) базисный (с постоянной базой сравнения):

$$T^{\bar{b}} = \frac{y_i}{y_{\bar{b}}}. \quad T_{2011}^{\bar{b}} = \frac{y_{2011}}{y_{2010}} = \frac{95}{80} = 1,188 \text{ или } 118,8\%$$

$$T_{2012}^{\bar{b}} = \frac{y_{2012}}{y_{2010}} = \frac{92}{80} = 1,15 \text{ или } 115\%$$

$$T_{2013}^{\bar{b}} = \frac{y_{2013}}{y_{2010}} = \frac{105}{80} = 1,313 \text{ или } 131,3\%$$



Показатели изменения уровней ряда динамики

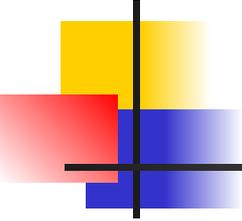
Темп прироста показывает, на какую долю (или процент) уровень данного периода или момента времени больше (или меньше) базисного уровня. Характеризует относительную скорость изменения уровня ряда в единицу времени.

3. Темп прироста

а) цепной (с переменной базой сравнения):

$$\Delta T^y = \frac{y_i - y_{i-1}}{y_{i-1}} = \frac{y_i}{y_{i-1}} - \frac{y_{i-1}}{y_{i-1}} = T^y - 1 \quad \text{или} \quad T^y - 100\%$$

$$\Delta T_{2011}^y = T_{2011}^y - 100 = 118,8 - 100 = 18,8\%$$



$$\Delta T_{2012}^u = 96,8 - 100 = -3,2\%$$

$$\Delta T_{2013}^u = 114,1 - 100 = 14,1\%$$

б) базисный (с постоянной базой сравнения):

$$\Delta T^{\bar{\sigma}} = \frac{y_i - y_0}{y_0} = \frac{y_i}{y_0} - \frac{y_0}{y_0} = T^{\bar{\sigma}} - 1 \text{ или } T^{\bar{\sigma}} - 100\%$$

$$\Delta T_{2011}^{\bar{\sigma}} = 118,8 - 100 = 18,8\%$$

$$\Delta T_{2012}^{\bar{\sigma}} = 115 - 100 = 15\%$$

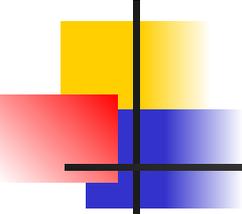
$$\Delta T_{2013}^{\bar{\sigma}} = 131,3 - 100 = 31,3\%$$

- 
-
- 1 свойство: сумма цепных абсолютных приростов даёт базисный абсолютный прирост за весь период времени:

$$\sum \Delta y^u = \Delta y^b$$

- 2 свойство: произведение цепных темпов роста даёт соответствующий базисный темп роста:

$$\Pi(T^u) = T^b$$

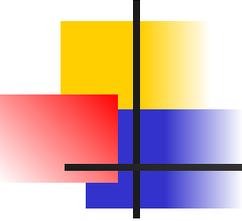


Определение среднего уровня ряда зависит от вида ряда динамики:

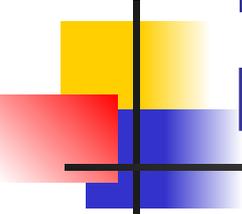
1. средний уровень интервального ряда динамики определяется по формуле:

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{80 + 95 + 92 + 105}{4} = 93 \text{ (ед. техники)}$$

Вывод: средний объём производства за 2010-2013 годы составил 93 ед. техники.

- 
-
2. средний уровень моментного ряда динамики определяется по формуле:
- уровни равностоящие друг от друга:

$$\bar{y} = \frac{\frac{1}{2} y_1 + y_2 + y_3 + \dots + y_{n-1} + \frac{1}{2} y_n}{n-1}$$



Пример. Списочная численность
работников фирмы составила:

1.01.15 г. = 1400,1 (тыс. чел.)

1.04.15 г. = 1401,1 (тыс. чел.)

1.07.15 г. = 1403,2 (тыс. чел.)

1.10.15 г. = 1404,0 (тыс. чел.)

1.01.16 г. = 1404,3 (тыс. чел.)

$$\bar{y} = \frac{\frac{1}{2}1400,1 + 1401,1 + 1403,2 + 1404,0 + \frac{1}{2}1404,3}{5-1} = 1402,7 \text{ (тыс. чел.)}$$

- уровни не равностоящие друг от друга:

$$\bar{y} = \frac{\sum \bar{y}_i \times t_i}{\sum t_i}$$

1.01.15 г. = 1400,1 (тыс. чел.)

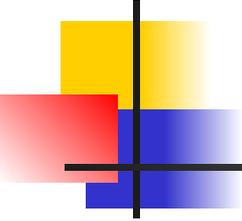
1.02.15 г. = 1401,1 (тыс. чел.)

1.05.15 г. = 1403,2 (тыс. чел.)

1.11.15 г. = 1404,0 (тыс. чел.)

1.01.16 г. = 1404,3 (тыс. чел.)

$$\bar{y} = \frac{\left(\frac{1400,1+1401,1}{2}\right) \times 1 + \left(\frac{1401,1+1403,2}{2}\right) \times 3 + \left(\frac{1403,2+1404,0}{2}\right) \times 6 + \left(\frac{1404,0+1404,3}{2}\right) \times 2}{1+3+6+2} = 1403,1 \text{ (тыс. чел.)}$$



Средний абсолютный прирост определяется по формуле:

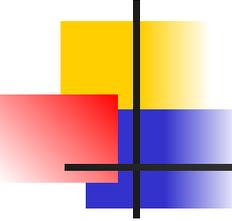
$$\Delta \bar{y} = \frac{\sum \Delta y^u}{m} = \frac{\Delta y^b}{m} = \frac{y_i - y_0}{m}$$

m – это число абсолютных приростов

$$m = n - 1$$

$$\Delta \bar{y} = \frac{15 + (-3) + 13}{3} = \frac{25}{3} = \frac{105 - 80}{3} = 8,3 \text{ (единиц техники)}$$

Вывод: в среднем ежегодно за 2010 -2013 гг. объём производства техники увеличивался на 8,3 единицы



Средний темп роста:

$$\bar{T} = \sqrt[m]{T_1^y \times T_2^y \times \dots \times T_m^y} = \sqrt[m]{T_m^b} = \sqrt[m]{\frac{y_i}{y_0}}$$

$$\bar{T} = \sqrt[3]{1,188 \times 0,968 \times 1,141} = \sqrt[3]{1,313} = \sqrt[m]{\frac{105}{80}} = 1,095$$

или 109,5%

Вывод: в среднем ежегодно объём производства увеличивался на 9,5%.

Средний темп прироста:

$$\Delta \bar{T} = \bar{T} - 100 = 109,5 - 100 = 9,5\%$$

Показатели изменения уровней ряда динамики

- *Пример.* Рассчитать статистические показатели (абсолютный прирост, темп роста, темп прироста, абсолютное значение одного процента прироста) динамики производства газа в регионе по данным таблицы 10.1.

Таблица 10.1

**Производство газа в регионе за
2001-2005 гг.**
(цифры условные)

Год	Производство газа, млн. м ³
2001	289
2002	321
2003	346
2004	372
2005	407
Итого	1735

Решение:

Таблица 10.2

Динамика производства газа в регионе за 2001-2005 гг.

Год	Производство газа, млн. м ³	Абсолютный прирост, млн. м ³		Темп роста, %		Темп прироста, %		Абсол. знач-е одного процента прироста, млн. м ³
		По сравнению с предыдущим годом	По сравнению с 2001 г.	По сравнению с предыдущим годом	По сравнению с 2001 г.	По сравнению с предыдущим годом	По сравнению с 2001 г.	
2001	289	-	-	-	100.0	-	-	-
2002	321	32	32	111.1	11.1	1.1	11.1	2.9
2003	346	25	57	107.8	119.7	7.8	19.7	3.2
2004	372	26	83	107.5	128.7	7.5	28.7	3.4
2005	407	35	118	109.4	140.7	9.4	40.8	3.7
ИТОГО	1735							