



Ряды динамики

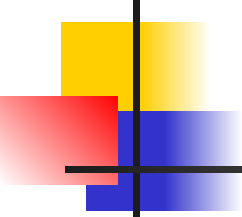
Занятие 9



Понятие и классификация рядов динамики

- Динамика – это процесс развития, движения социально-экономических явлений во времени.
- Ряд динамики - ряд изменяющихся во времени значений статистического показателя, расположенных в хронологическом порядке.
- Составными элементами ряда динамики являются показатели уровней ряда и показатели времени (годы, кварталы, месяцы, сутки) или моменты (даты) времени.

Классификация рядов динамики

- 
- В зависимости от того, выражают уровни ряда состояние явления на определенные моменты времени или его величину за определенные интервалы времени, различают соответственно моментные и интервальные ряды динамики.
 - Моментный ряд – это ряд, в котором уровни показателей представлены на конкретный момент времени.
 - Интервальный ряд – это ряд, в котором показатели представлены за период (интервал) времени.

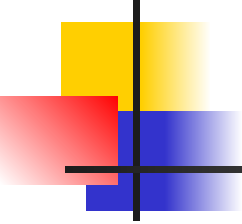


Для анализа рядов динамики применяют следующие аналитические показатели:

1. абсолютный прирост;
2. темп роста;
3. темп прироста.

Все выше перечисленные показатели
бывают:

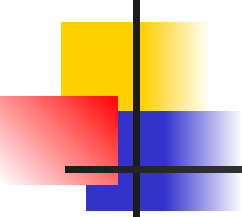
1. цепными;
2. базисными

- 
-
- **Цепные показатели динамики** определяются путём оценки взаимосвязи каждого текущего уровня ряда с предыдущим уровнем.
 - **Базисные показатели динамики** – это показатели, которые определяются путём оценки взаимосвязи каждого текущего уровня с уровнем принятым за базу сравнения



Пример:

| Год | Производство тракторов, ед. | Абсолютный прирост | | Темп роста, % | | Темп прироста, % | |
|------|-----------------------------|--------------------|----|---------------|-------|------------------|------|
| | | Ц | Б | Ц | Б | Ц | Б |
| 2010 | 80 | - | - | - | - | - | - |
| 2011 | 95 | 15 | 15 | 118,8 | 118,8 | 18,8 | 18,8 |
| 2012 | 92 | -3 | 12 | 96,8 | 115 | -3,2 | 15 |
| 2013 | 105 | 13 | 25 | 114,1 | 131,3 | 14,1 | 31,3 |



Показатели изменения уровней ряда динамики

1. Абсолютные приросты:

а) цепные

$$\Delta y^u = y_i - y_{i-1}.$$

$$\Delta y_{2011}^u = y_{2011} - y_{2010}.$$

$$\Delta y_{2011}^u = 95 - 80 = 15 \text{ (ед.)}$$

$$\Delta y_{2012}^u = y_{2012} - y_{2011} = 92 - 95 = -3 \text{ (ед.)}$$



б) базисные «0» - базисный, начальный уровень

$$\Delta y^{\bar{0}} = y_i - y_0.$$

$$\Delta y_{2011}^{\bar{0}} = y_{2011} - y_{2010} = 95 - 80 = 15 \text{ (ед.)}$$

$$\Delta y_{2012}^{\bar{0}} = y_{2012} - y_{2010} = 92 - 80 = 12 \text{ (ед.)}$$

$$\Delta y_{2013}^{\bar{0}} = y_{2013} - y_{2010} = 105 - 80 = 25 \text{ (ед.)}$$

Показатели изменения уровней ряда динамики

Темп роста показывает, **во сколько раз** данный уровень ряда больше базисного уровня или какую часть базисного уровня составляет уровень текущего периода.

2. Темп роста

а) цепной (с переменной базой сравнения):

$$T^c = \frac{y_i}{y_{i-1}}. \quad T^c_{2011} = \frac{y_{2011}}{y_{2010}} = \frac{95}{80} = 1,188 \quad \text{или } 118,8\%$$

$$T^c_{2012} = \frac{y_{2012}}{y_{2011}} = \frac{92}{95} = 0,968 \quad \text{или } 96,8\%$$

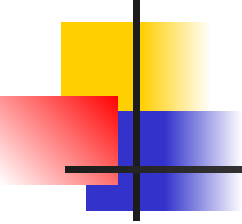
$$T^c_{2013} = \frac{y_{2013}}{y_{2012}} = \frac{105}{92} = 1,141 \quad \text{или } 114,1\%$$

- 
- б) базисный (с постоянной базой сравнения):

$$T^{\bar{b}} = \frac{y_i}{y_{\bar{b}}}. \quad T_{2011}^{\bar{b}} = \frac{y_{2011}}{y_{2010}} = \frac{95}{80} = 1,188 \text{ или } 118,8\%$$

$$T_{2012}^{\bar{b}} = \frac{y_{2012}}{y_{2010}} = \frac{92}{80} = 1,15 \text{ или } 115\%$$

$$T_{2013}^{\bar{b}} = \frac{y_{2013}}{y_{2010}} = \frac{105}{80} = 1,313 \text{ или } 131,3\%$$



Показатели изменения уровней ряда динамики

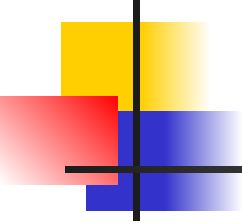
Темп прироста показывает, на какую долю (или процент) уровень данного периода или момента времени больше (или меньше) базисного уровня. Характеризует относительную скорость изменения уровня ряда в единицу времени.

3. Темп прироста

а) цепной (с переменной базой сравнения):

$$\Delta T^y = \frac{y_i - y_{i-1}}{y_{i-1}} = \frac{y_i}{y_{i-1}} - \frac{y_{i-1}}{y_{i-1}} = T^y - 1 \quad \text{или} \quad T^y - 100\%$$

$$\Delta T_{2011}^y = T_{2011}^y - 100 = 118,8 - 100 = 18,8\%$$



$$\Delta T_{2012}^u = 96,8 - 100 = -3,2\%$$

$$\Delta T_{2013}^u = 114,1 - 100 = 14,1\%$$

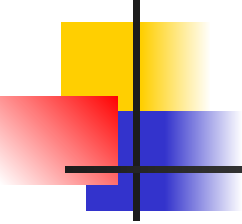
б) базисный (с постоянной базой сравнения):

$$\Delta T^{\bar{\sigma}} = \frac{y_i - y_0}{y_0} = \frac{y_i}{y_0} - \frac{y_0}{y_0} = T^{\bar{\sigma}} - 1 \text{ или } T^{\bar{\sigma}} - 100\%$$

$$\Delta T_{2011}^{\bar{\sigma}} = 118,8 - 100 = 18,8\%$$

$$\Delta T_{2012}^{\bar{\sigma}} = 115 - 100 = 15\%$$

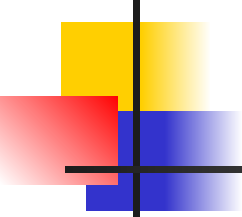
$$\Delta T_{2013}^{\bar{\sigma}} = 131,3 - 100 = 31,3\%$$

- 
-
- 1 свойство: сумма цепных абсолютных приростов даёт базисный абсолютный прирост за весь период времени:

$$\sum \Delta y^u = \Delta y^b$$

- 2 свойство: произведение цепных темпов роста даёт соответствующий базисный темп роста:

$$\Pi(T^u) = T^b$$

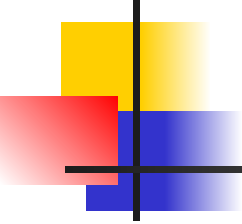


Определение среднего уровня ряда
зависит от вида ряда динамики:

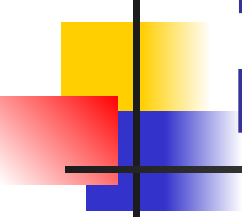
1. средний уровень интервального ряда
динамики определяется по формуле:

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{80 + 95 + 92 + 105}{4} = 93 \text{ (ед. техники)}$$

Вывод: средний объём производства за
2010-2013 годы составил 93 ед. техники.

- 
-
2. средний уровень моментного ряда динамики определяется по формуле:
- уровни равностоящие друг от друга:

$$\bar{y} = \frac{\frac{1}{2} y_1 + y_2 + y_3 + \dots + y_{n-1} + \frac{1}{2} y_n}{n - 1}$$



Пример. Списочная численность работников фирмы составила:

1.01.15 г. = 1400,1 (тыс. чел.)

1.04.15 г. = 1401,1 (тыс. чел.)

1.07.15 г. = 1403,2 (тыс. чел.)

1.10.15 г. = 1404,0 (тыс. чел.)

1.01.16 г. = 1404,3 (тыс. чел.)

$$\bar{y} = \frac{\frac{1}{2}1400,1 + 1401,1 + 1403,2 + 1404,0 + \frac{1}{2}1404,3}{5-1} = 1402,7 \text{ (тыс. чел.)}$$

- уровни не равностоящие друг от

друга: $\bar{y} = \frac{\sum \bar{y}_i \times t_i}{\sum t_i}$

1.01.15 г. = 1400,1 (тыс. чел.)

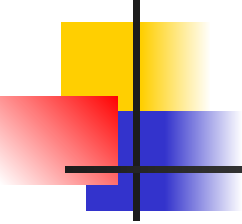
1.02.15 г. = 1401,1 (тыс. чел.)

1.05.15 г. = 1403,2 (тыс. чел.)

1.11.15 г. = 1404,0 (тыс. чел.)

1.01.16 г. = 1404,3 (тыс. чел.)

$$\bar{y} = \frac{\left(\frac{1400,1+1401,1}{2}\right) \times 1 + \left(\frac{1401,1+1403,2}{2}\right) \times 3 + \left(\frac{1403,2+1404,0}{2}\right) \times 6 + \left(\frac{1404,0+1404,3}{2}\right) \times 2}{1+3+6+2} = 1403,1 \text{ (тыс. чел.)}$$



Средний абсолютный прирост определяется по формуле:

$$\Delta \bar{y} = \frac{\sum \Delta y^u}{m} = \frac{\Delta y^b}{m} = \frac{y_i - y_0}{m}$$

m – это число абсолютных приростов

$$m = n - 1$$

$$\Delta \bar{y} = \frac{15 + (-3) + 13}{3} = \frac{25}{3} = \frac{105 - 80}{3} = 8,3 \text{ (единиц техники)}$$

Вывод: в среднем ежегодно за 2010 -2013 гг. объём производства техники увеличивался на 8,3 единицы



Средний темп роста:

$$\bar{T} = \sqrt[m]{T_1^y \times T_2^y \times \dots \times T_m^y} = \sqrt[m]{T_m^b} = \sqrt[m]{\frac{y_i}{y_0}}$$

$$\bar{T} = \sqrt[3]{1,188 \times 0,968 \times 1,141} = \sqrt[3]{1,313} = \sqrt[m]{\frac{105}{80}} = 1,095$$

или 109,5%

Вывод: в среднем ежегодно объём производства увеличивался на 9,5%.

Средний темп прироста:

$$\Delta \bar{T} = \bar{T} - 100 = 109,5 - 100 = 9,5\%$$

Показатели изменения уровней ряда динамики

- *Пример.* Рассчитать статистические показатели (абсолютный прирост, темп роста, темп прироста, абсолютное значение одного процента прироста) динамики производства газа в регионе по данным таблицы 10.1.

Таблица 10.1

**Производство газа в регионе за
2001-2005 гг.**

(цифры условные)

| Год | Производство газа, млн. м ³ |
|-------|---|
| 2001 | 289 |
| 2002 | 321 |
| 2003 | 346 |
| 2004 | 372 |
| 2005 | 407 |
| Итого | 1735 |

Решение:

Таблица 10.2

Динамика производства газа в регионе за 2001-2005 гг.

| Год | Производство газа, млн. м ³ | Абсолютный прирост, млн. м ³ | | Темп роста, % | | Темп прироста, % | | Абсол. знач-е одного процента прироста, млн. м ³ |
|-------|--|---|------------------------|---------------------------------|------------------------|---------------------------------|------------------------|---|
| | | По сравнению с предыдущим годом | По сравнению с 2001 г. | По сравнению с предыдущим годом | По сравнению с 2001 г. | По сравнению с предыдущим годом | По сравнению с 2001 г. | |
| 2001 | 289 | - | - | - | 100.0 | - | - | - |
| 2002 | 321 | 32 | 32 | 111.1 | 11.1 | 1.1 | 11.1 | 2.9 |
| 2003 | 346 | 25 | 57 | 107.8 | 119.7 | 7.8 | 19.7 | 3.2 |
| 2004 | 372 | 26 | 83 | 107.5 | 128.7 | 7.5 | 28.7 | 3.4 |
| 2005 | 407 | 35 | 118 | 109.4 | 140.7 | 9.4 | 40.8 | 3.7 |
| ИТОГО | 1735 | | | | | | | |