Информатика

ПЕРЕВОД ЧИСЕЛ ИЗ ОДНОЙ ПОЗИЦИОННОЙ СИСТЕМЫ В ДРУГУЮ

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ИНФОРМАЦИИ В КОМПЬЮТЕРЕ

10 класс

ИЗДАТЕЛЬСТВО БИНОМ

Ключевые слова

- система счисления
- триада
- тетрада
- «компьютерные» системы счисления
- «быстрый» перевод

Перевод целого десятичного числа в систему счисления с основанием *q*

Для перевода целого десятичного числа в систему счисления с основанием *q* следует:

1) последовательно выполнять деление данного числа и получаемых целых частных на основание новой системы счисления до тех пор, пока не получится частное, равное нулю;
2) полученные остатки, являющиеся цифрами числа в новой системе счисления, привести в соответствие алфавиту новой системы счисления;
3) составить число в новой системе счисления, записывая его, начиная с последнего остатка.

Вопросы и задания

№ 1. $13_{10} = X_2 = 1101_2$

13 | 2
12 6 | 2
1 6 3 | 2
0 2 1 | 2
1 0 0
1

№ 2. $44_{10} = X_2 = 101100_2$

44	22	11	5	2	1
0	0	1	1	0	1

№ 3. $172_{10} = X_8 = 254_8$

172 | 8
16 21 | 8
12 16 2 | 8
8 5 0 0
4 2

№ 4. $172_{10} = X_{16} = AC_{16}$

172 | 16
160 10 | 16
12 0 0
(C) 10
(A)

A	10
B	11
C	12
D	13
E	14
F	15

Реши сам

Решите самостоятельно

№ 5. Переведите десятичные числа в указанные системы счисления.

а) $100_{10} = 1100100_2$

б) $187_{10} = 273_8$

в) $2572_{10} = A0C_{16}$

г) $1458_{10} = 21313_5$

д) $53_{10} = 1222_3$

е) $233_{10} = 11101001_2$

ж) $302_{10} = 456_8$

з) $3802_{10} = EDA_{16}$

и) $950_{10} = 12300_5$

к) $41_{10} = 1112_3$

ОТВЕТ

Перевод целого десятичного числа в двоичную систему счисления

Для перевода числа X (X≤10000) в двоичную систему счисления можно воспользоваться таблицей степеней двойки.

№ 6. $529_{10} = X_2 = 1000010001_2$

Решение:

Представим число в виде суммы степеней двойки, для этого:

- возьмем максимально возможное значение, не превышающее исходное число *(512 < 529)*;
- найдем разность между исходным числом и этим значением (*17*);
- выпишем степень двойки, не превышающее эту разность и т. д.

$$529_{10} = 512 + 17 = 512 + 16 + 1 =$$
$$= 2^9 + 2^4 + 2^0 = 1000010001_2$$

2^{10}	2^9	2^8	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
1024	512	256	128	64	32	16	8	4	2	1

Реши сам

?

Решите самостоятельно

№ 7. Переведите десятичные числа в двоичную систему счисления, используя таблицу степеней двойки:

2^{10}	2^9	2^8	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
1024	512	256	128	64	32	16	8	4	2	1

а) $97_{10} = 1100\ 001_2$

б) $328_{10} = 101001000_2$

в) $1090_{10} = 10001000010_2$

г) $84_{10} = 1010100_2$

д) $292_{10} = 100100100_2$

е) $547_{10} = 1000100011_2$

ОТВЕТ

Перевод десятичной дроби в систему счисления с основанием *q*

Для перевода конечной десятичной дроби в систему счисления с основанием *q* следует:

1) последовательно умножать данное число и получаемые дробные части произведения на основание новой системы счисления до тех пор, пока дробная часть произведения не станет равна нулю или не будет достигнута требуемая точность представления числа;
2) полученные целые части (цифры числа) привести в соответствие алфавиту новой системы счисления;
3) составить дробную часть числа в новой системе счисления, начиная с целой части первого произведения.

№ 8. $0{,}375_{10} = X_2 = 0{,}011_2$

$$\times\begin{array}{r}0{,}375\\2\\\hline 0{,}750\end{array}\qquad\times\begin{array}{r}0{,}75\\2\\\hline 1{,}50\end{array}\qquad\times\begin{array}{r}0{,}5\\2\\\hline 1{,}0\end{array}$$

Операция	Результат
0,375 · 2	0,750
0,75 · 2	1,500
0,5	1,000

Реши сам

?

Решите самостоятельно

№ 9. Переведите десятичные дроби в систему счисления с указанным основанием (с точностью до трех знаков после запятой):

а) $0{,}625_{10} = 0{,}101_2$

б) $0{,}245_{10} = 0{,}175_8$

в) $0{,}460_{10} = 0{,}75C_{16}$

г) $0{,}750_{10} = 0{,}110_2$

д) $0{,}125_{10} = 0{,}100_8$

е) $0{,}365_{10} = 0{,}5D7_{16}$

ОТВЕТ

Решите самостоятельно

№ 10. Переведите смешанные десятичные числа в систему счисления с указанным основанием (с точностью до трех знаков после запятой):

При переводе смешанных чисел из десятичной системы счисления в любую другую отдельно (по разным правилам) переводится целая и дробная части.

а) $98{,}75_{10} = 1100010{,}110_2$

б) $100{,}375_{10} = 144{,}300_8$

в) $121{,}121_{10} \approx 79{,}1EF_{16}$

г) $43{,}125_{10} = 101011{,}001_2$

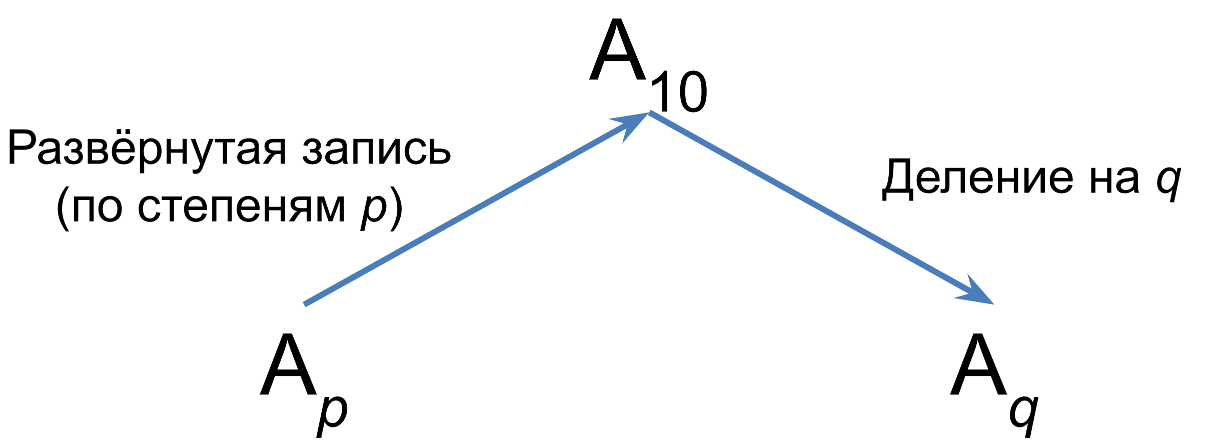
д) $16{,}78_{10} \approx 20{,}617_8$

е) $750{,}750_{10} = 2EE{,}C00_{16}$

ОТВЕТ

Перевод чисел из системы счисления с основанием *p* в систему счисления с основанием *q*

При необходимости перевод целого числа *A* из системы счисления с основанием *p* в систему счисления с основанием *q* можно свести к хорошо знакомым действиям с десятичной системе счисления: перевести исходное число в десятичную систему счисления, после чего полученное десятичное число представить в требуемой системе счисления.



Перевод целых чисел из системы счисления с основанием *p* в систему счисления с основанием *q*

$p>q$

1. Все действия производятся в исходной системе счисления *p*.
2. Делим число и полученные неполные частные на основание другой системы счисления до тех пор, пока неполное частное не станет равным нулю. Полученную в ходе деления последовательность остатков записываем в обратном порядке.

Пример. $13_5 = X_3 = 22_3$

Все действия производим в 5-ной системе счисления.

$$
\begin{array}{l|l}
13 & \underline{3\quad} \\
\underline{11} & 2 \;\big|\; \underline{3\quad} \\
\;\;2 & \underline{0} \quad 0 \\
 & 2
\end{array}
$$

Проверка:

$13_5 = 1 \cdot 5 + 3 = 8_{10}$

$22_3 = 2 \cdot 3 + 2 = 8_{10}$

Перевод чисел из системы счисления с основанием *p* в систему счисления с основанием *q*

$p<q$

1. Записать исходное число в развернутой форме:

$$a_n \cdot p^n + a_{n-1} \cdot p^{n-1} + \ldots + a_1 \cdot p^1 + a_0 \cdot p^0,$$

где *p* - старое основание.

2. Произвести вычисления в новой системе счисления *q*.

Пример. $21_3 = X_5 = 12_5$

Все действия производим в 5-ной системе счисления.

$$2 \cdot 3 + 1 \cdot 3^0 = 11 + 1 = 12_5$$

Проверка:

$$21_3 = 2 \cdot 3 + 1 = 7_{10}$$

$$12_5 = 1 \cdot 5 + 2 = 7_{10}$$

Быстрый перевод чисел в компьютерных системах счисления

Способ «быстрого» перевода основан на том, что каждой цифре числа в системе счисления, основание которой *q* кратно степени двойки, соответствует число, состоящее из *n* ($q=2^n$) цифр в двоичной системе счисления. Замена восьмеричных цифр двоичными тройками (*триадами*) и шестнадцатеричных цифр двоичными четвёрками (*тетрадами*) позволяет осуществлять быстрый перевод. Для этого:

1) данное двоичное число надо разбить справа налево на группы по *n* цифр в каждой;
2) если в последней левой группе окажется меньше *n* разрядов, то её надо дополнить слева нулями до нужного числа разрядов;
3) рассмотреть каждую группу как n-разрядное двоичное число и записать её соответствующей цифрой системы счисления с основанием $q = 2^n$.

Перевод целых чисел между двоичной и восьмеричной системами счисления

A_2

Восьмеричные цифры заменяем триадами

$8=2^3$

Триады меняем на восьмеричные цифры

A_8 A_8

№ 11. $1100101_2 = X_8 = 145_8$

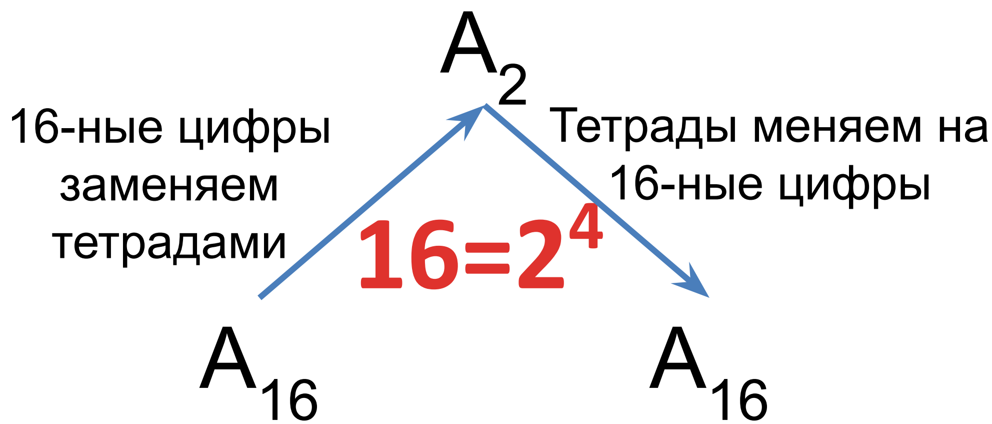
$\underbrace{0\ 0\ 1}_{1}\ \underbrace{1\ 0\ 0}_{4}\ \underbrace{1\ 0\ 1}_{5}$

№ 12. $302_8 = X_2 = 11000010_2$

$\underbrace{0\ 1\ 1}_{3}\ \underbrace{0\ 0\ 0}_{0}\ \underbrace{0\ 1\ 0}_{2}$

Цифра	→	Триада		
0	→	0	0	0
1	→	0	0	1
2	→	0	1	0
3	→	0	1	1
4	→	1	0	0
5	→	1	0	1
6	→	1	1	0
7	→	1	1	1

Перевод целых чисел между двоичной и 16-ной системами счисления



№ 13. $1101101_2 = X_{16} = 6D_{16}$

$$\underbrace{0\ 1\ 1\ 0}_{6}\ \underbrace{1\ 1\ 0\ 1}_{D}$$

№ 14. $5A3_{16} = X_2 = 10110100011_2$

$$\underbrace{0\ 1\ 0\ 1}_{5}\ \underbrace{1\ 0\ 1\ 0}_{A}\ \underbrace{0\ 0\ 1\ 1}_{3}$$

Цифр а	→	Тетрада			
0	→	0	0	0	0
1	→	0	0	0	1
2	→	0	0	1	0
3	→	0	0	1	1
4	→	0	1	0	0
5	→	0	1	0	1
6	→	0	1	1	0
7	→	0	1	1	1
8	→	1	0	0	0
9	→	1	0	0	1
A (10)	→	1	0	1	0
B (11)	→	1	0	1	1
C (12)	→	1	1	0	0
D (13)	→	1	1	0	1
E (14)	→	1	1	1	0
F (15)	→	1	1	1	1
F (15)	→	1	1	1	1

Перевод дробной части между двоичной и восьмеричной системами

Чтобы записать правильную двоичную дробь в системе счисления с основанием $q = 2^n$, достаточно:

1) двоичное число разбить слева направо на группы по *n* цифр в каждой; если в последней правой группе окажется меньше *n* разрядов, то её надо дополнить справа нулями до нужного числа разрядов;

2) рассмотреть каждую группу как *n*-разрядное двоичное число и записать её соответствующей цифрой.

Цифра	→	Триада		
0	→	0	0	0
1	→	0	0	1
2	→	0	1	0
3	→	0	1	1
4	→	1	0	0
5	→	1	0	1
6	→	1	1	[illegible]
7	→	1	1	1

Реши сам

№ 15. $0,11101_2 = X_8 = 0,72_8$

$$0,\underbrace{1\,1\,1}\,\underbrace{0\,1\,\color{red}{0}}$$

$$0,\quad 7\qquad 2$$

№ 16. $0,132_8 = X_2 = 0,00101101_2$

$$0,\quad 1\qquad 3\qquad 2$$

$$0,\underbrace{0\,0\,1}\,\underbrace{0\,1\,1}\,\underbrace{0\,1\,0}$$

Решите самостоятельно

№ 17. Заполните таблицу: переведите число из одной системы счисления (q) в другую методом «быстрого» перевода:

q=2	q=8	q=16
111000101	705	1C5
111000110010	7062	E32
1100000011011110	140336	C0DE
11011,11	33,6	1B,C
101110,1	56,4	2E,8
100111000,001	470,1	138,2

ОТВЕТ

Цифра	→	Двоичный код			
0	→	0	0	0	0
1	→	0	0	0	1
2	→	0	0	1	0
3	→	0	0	1	1
4	→	0	1	0	0
5	→	0	1	0	1
6	→	0	1	1	0
7	→	0	1	1	1
8	→	1	0	0	0
9	→	1	0	0	1
A(10)	→	1	0	1	0
B(11)	→	1	0	1	1
C(12)	→	1	1	0	0
D(13)	→	1	1	0	1
E(14)	→	1	1	1	0
F(15)	→	1	1	1	1

Самое главное

Для перевода целого десятичного числа в систему счисления с основанием *q* следует:

1) последовательно выполнять деление данного числа и получаемых целых частных на основание новой системы счисления до тех пор, пока не получится частное, равное нулю;
2) полученные остатки, являющиеся цифрами числа в новой системе счисления, привести в соответствие алфавиту новой системы счисления;
3) составить число в новой системе счисления, записывая его, начиная с последнего остатка.

Самое главное

В компьютерных науках широко используются двоичная, восьмеричная и шестнадцатеричная системы счисления, поэтому их называют «компьютерными». Между основаниями этих систем существует очевидная связь: $16 = 2^4$, $8 = 2^3$.

Если основание системы счисления q кратно степени двойки ($q = 2^n$), то любое число в этой системе счисления можно «быстро» перевести в двоичную систему счисления, выписав последовательно двоичные коды каждой из цифр, образующих исходное число. Замена восьмеричных цифр двоичными тройками (*триадами*) и шестнадцатеричных цифр двоичными четвёрками (*тетрадами*) позволяет осуществлять быстрый перевод между этими системами счисления, не прибегая к арифметическим операциям.

Вопросы и задания

Задание 1. Укажите через запятую в порядке убывания все основания систем счисления, в которых запись десятичного числа *33* оканчивается на *5*.

Решение:

Поскольку запись числа в системе счисления с основанием q заканчивается на *5*, то остаток от деления числа *33* на q равен пяти: $33 \bmod q = 5$.

Следовательно, $(33-5) \bmod q = 0$, т.е. $28 \bmod q = 0$.

Это верно для $q \in \{28, 14, 7, 4, 2, 1\}$.

Так как в новой системе счисления запись числа оканчивается на пять, то $q > 5$.

Следовательно, условию задачи удовлетворяют основания: *28*, *14* и *7*.

Ответ: *28*, *14* и *7*.

Вопросы и задания

Задание 2. Сколько значащих нулей в двоичной записи восьмеричного числа 2411_8?

Решение:

Для ответа на этот вопрос достаточно знать двоичные триады, соответствующие восьмеричным цифрам от *0* до *7* и выполнить «быстрый» перевод числа 2411_8 в двоичную систему счисления:

$2411_8 = 010\ 100\ 001\ 001_2 = 10100001001_2$.

В двоичной записи *7* значащих нулей, а первый нуль является незначащим и не учитывается.

Ответ: 7

Цифра	→	Триада		
0	→	0	0	0
1	→	0	0	1
2	→	0	1	0
3	→	0	1	1
4	→	1	0	0
5	→	1	0	1
6	→	1	1	0
7	→	1	1	1

Вопросы и задания

Задание 3. Все 5-буквенные слова, составленные из букв *А*, *Б* и *В*, записаны в алфавитном порядке и пронумерованы. Вот начало списка:

1. ААААА
2. ААААБ
3. ААААВ
4. АААБА
5. АААББ

…

Какие слова находятся в этом списке на *51-м* и *200-м* местах?

Решение:

Слово в трехбуквенном алфавите можно рассматривать, как запись слова в троичной системе в 5-разрядном представлении. Тогда А – 0, Б – 1, В – 2.

Вопросы и задания

Задание 3 (решение).

А – 0, Б – 1, В – 2.

При такой записи незначащие нули в начале (слева) тоже записываются:

1. АААААА $= 00000_3 = 0_{10}$
2. ААААБ $= 00001_3 = 1_{10}$
3. ААААВ $= 00002_3 = 2_{10}$
4. АААБА $= 00010_3 = 3_{10}$

… …

51. ? $= *****_3 = 50_{10}$

200. ? $= *****_3 = 199_{10}$

На 51-м месте в списке стоит число 51-1 = 50, а на 200-м – число 200-1=199.

Аналогично надо перевести в троичную систему счисления число 199.

199 | 3
198 66 | 3
1 66 22 | 3
0 21 7 | 3
1 6 2 | 3
1 0 0
2

$199_{10} = 21101_3 \rightarrow$ ВББАБ

Ответ: АБВБВ и ВББАБ

Вопросы и задания

Задание 4. Все 5-буквенные слова, составленные из букв *А*, *Б* и *В*, записаны в алфавитном порядке и пронумерованы. Вот начало списка:

1. ААААА
2. ААААБ
3. ААААВ
4. АААБА
5. АААББ

…

На каких местах будут стоять слова АБВБА и ВВВВВ?

Ответ: 49 и 243

ОТВЕТ