ВВОДНОЕ ЗАНЯТИЕ

МАТЕМАТИКА *для* ФИЗИКОВ

ЕГЭ. ФИЗИКА
РЕПЕТИЦИЯ ПО ФИЗИКЕ
Владимир Петрович Сафронов 2015
г. Ростов-на-Дону
звоните т. 8 928 111 7884
пишите safron-47@mail.ru

ТОЖДЕСТВЕННЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

Решение любой физической задачи сводится к решению уравнений, которое состоит в том, что с одной стороны от знака равенства остается неизвестная величина, а с другой — известные величины .

Например, дано уравнение: $\frac{L}{n} = a \cdot b + k,$

L, b, n, k — известные величины, имеющие числовые значения.

Надо найти неизвестную величину a.

Решение имеет вид: $a = (\frac{L}{n} - k) / b.$

Для наглядности преобразований, приводящих к такому результату, введем понятие блока.

Блок — любое выражение, которое можно заключить в скобки:

$$\left(\frac{L}{n}\right) = (a \cdot b) + (k), \quad \left(\frac{L}{n}\right) = (a \cdot b) + (k) \Rightarrow \frac{L}{n} - k = a \cdot b \Rightarrow$$

$$\frac{\left\langle \frac{L}{n} - k \right\rangle}{1} = \frac{\langle a \rangle \cdot \langle b \rangle}{1} \Rightarrow \left(\frac{L}{n} - k\right) / b = a \Rightarrow a = \left(\frac{L}{n} - k\right) / b.$$

В.П. Сафронов 2015. safron-47@mail.ru т. 8 928 111 7884

ПРАВИЛА ТОЖДЕСТВЕННЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ:

1 правило переноса блоков: если между блоками только знаки «плюс» или «минус», то при переносе из одной части уравнения в другую блок меняется знак

$$A + B = C \Rightarrow A = C - B \quad \text{или} \quad B = C - A \Rightarrow A = C - B$$

2 правило переноса блоков: если между блоками стоят только знаки «***умножить***» или «***разделить***», то блоки переносятся ***крест на крест***.

$$\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$$

Например,

$$\frac{A}{B} = \frac{C}{D} \Rightarrow \frac{A}{1} = \frac{C\,B}{D} \quad \text{или} \quad \frac{A}{B} = \frac{C}{D} \Rightarrow \frac{D}{1} = \frac{C\,B}{A}.$$

Признаком второго правила является наличие "ПЛАЦДАРМА"

$$\frac{[\ \ ]}{[\ \ ]} = \frac{[\ \ ]}{[\ \ ]}$$

который надо создавать, если он не присутствует в явном виде, например

$$A \cdot B = C \cdot D \Rightarrow \frac{A \cdot B}{1} = \frac{C \cdot D}{1}; \quad C = A\frac{D}{B} \Rightarrow \frac{C}{1} = \frac{A\,D}{B}.$$

В.П. Сафронов 2015. safron-47@mail.ru т. 8 928 111 7884

АЛГОРИТМ ВЫДЕЛЕНИЯ НЕИЗВЕСТНОЙ ВЕЛИЧИНЫ (БУКВЫ).

1.Определить БЛОК С НЕИЗВЕСТНОЙ буквой так, чтобы между ОСТАЛЬНЫМИ полученными блоками стоял только один тип знаков,

либо «плюсы» и «минусы»: $[\textit{блок}]+[\textit{блок}],\ [\textit{блок}]-[\textit{блок}],$

либо «умножить» и «разделить»: $[\textit{блок}]\cdot[\textit{блок}],\ \dfrac{[\textit{блок}]}{[\textit{блок}]}.$

2. а) Если блоки соответствуют ПЕРВОМУ ПРАВИЛУ, то переносами ДОБИТЬСЯ, чтобы блок с неизвестной стоял

СО ЗНАКОМ **(+)** и в ОДИНОЧЕСТВЕ.

б) Если блоки стоят по ВТОРОМУ ПРАВИЛУ, то переносами ДОБИТЬСЯ, чтобы неизвестный блок стоял

ВВЕРХУ и в ОДИНОЧЕСТВЕ.

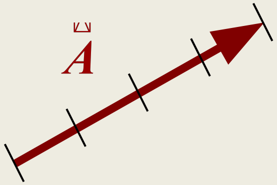
ВЫДЕЛЯТЬ блок с неизвестной СЛЕДУЕТ там, ГДЕ УДОБНО, как с левой стороны равенства, так и С ПРАВОЙ.

3. При переносе ПЕРВЫМИ ЗАПИСЫВАТЬ блоки, которые НЕ МЕНЯЮТ СВОЕГО ПОЛОЖЕНИЯ.

4. После выделения блока с неизвестной буквой, процедуру (пункты 1—4) повторять до тех пор, пока неизвестная величина не останется в одиночестве относительно знака равенства.

В.П. Сафронов 2015. safron-47@mail.ru т. 8 928 111 7884

2. ВЕКТОРЫ



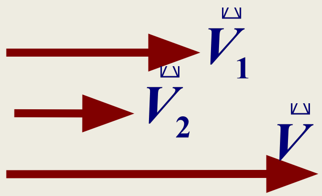
ВЕКТОР — НАПРАВЛЕННЫЙ ОТРЕЗОК.

Модуль вектора — это его длина.

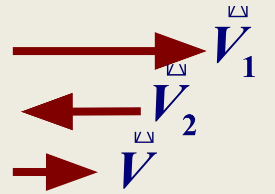
$$A = \left|\vec{A}\right| = 4 \text{ единицы.}$$

СЛОЖЕНИЕ ВЕКТОРОВ

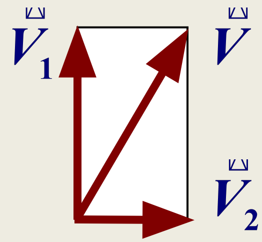
производят по правилу параллелограмма, треугольника или с помощью проекций (см. ниже):



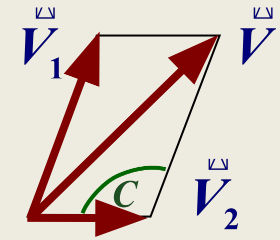
$$\left|\vec{V}\right| = \left|\vec{V}_1 + \vec{V}_2\right| = V_1 + V_2$$



$$\left|\vec{V}\right| = \left|\vec{V}_1 + \vec{V}_2\right| = V_1 - V_2$$



$$V = \left|\vec{V}\right| = \sqrt{V_1^2 + V_2^2}$$



$$V = \sqrt{V_1^2 + V_2^2 - 2V_1V_2\cos C}$$

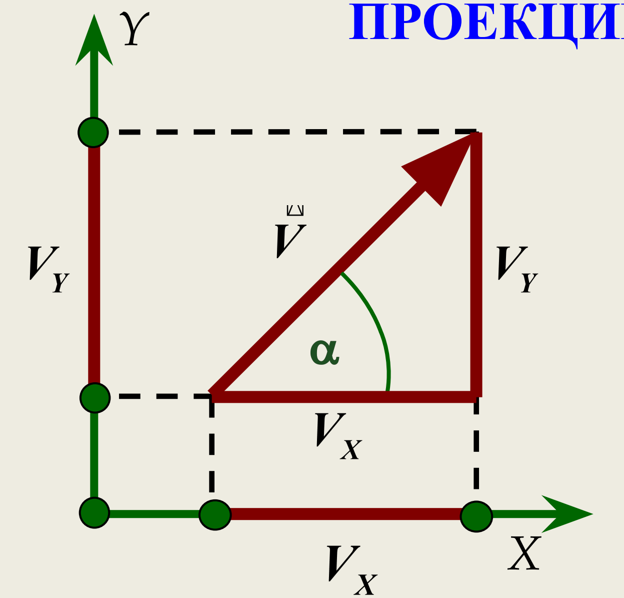
В задачах по кинематике, на второй закон Ньютона (и в других случаях) мы сталкиваемся с необходимостью решать векторные уравнения. Например, для движения тела по наклонной плоскости второй закон Ньютона записывается так:

$$\vec{T} + m\vec{g} + \vec{F}_{\text{ТР}} + \vec{N} = m\vec{a}.$$

Векторное уравнение в числах мы решить не можем. Для решения векторного уравнения необходимо найти проекции векторов этого уравнения на оси X и Y, тогда мы получим скалярные (числовые) уравнения, которые уже умеем решать.

В.П. Сафронов 2015. safron-47@mail.ru т. 8 928 111 7884

ПРОЕКЦИИ ВЕКТОРА НА ОСИ КООРДИНАТ

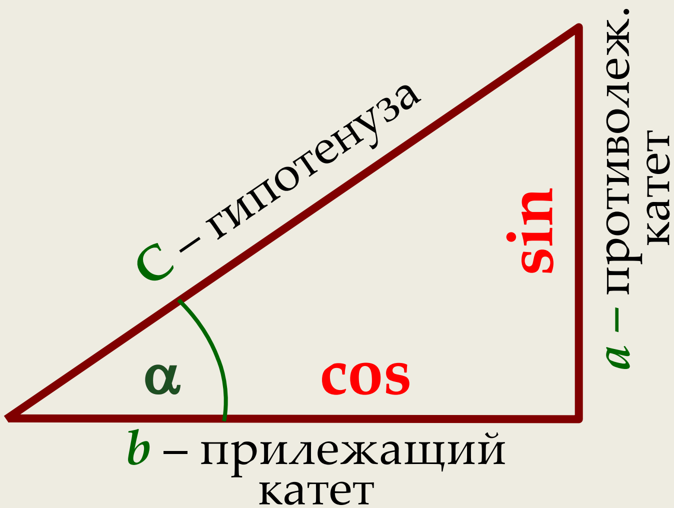


V_X — проекция вектора $\vec{V}$ на ось OX.

V_Y — проекция вектора $\vec{V}$ на ось OY.

ТЕОРЕМА ПИФАГОРА

$$V^2 = V_X^2 + V_Y^2 \Rightarrow V = \sqrt{V_X^2 + V_Y^2}$$



По определению синуса:

$$\sin\alpha = \frac{a}{c} = \frac{\text{против катет}}{\text{гипотенуза}} \Rightarrow a = c\cdot\sin\alpha$$

поэтому $\Rightarrow$ $V_Y = V\cdot\sin\alpha.$

По определению косинуса:

$$\cos\alpha = \frac{b}{c} = \frac{\text{прилеж катет}}{\text{гипотенуза}} \Rightarrow b = c\cdot\cos\alpha$$

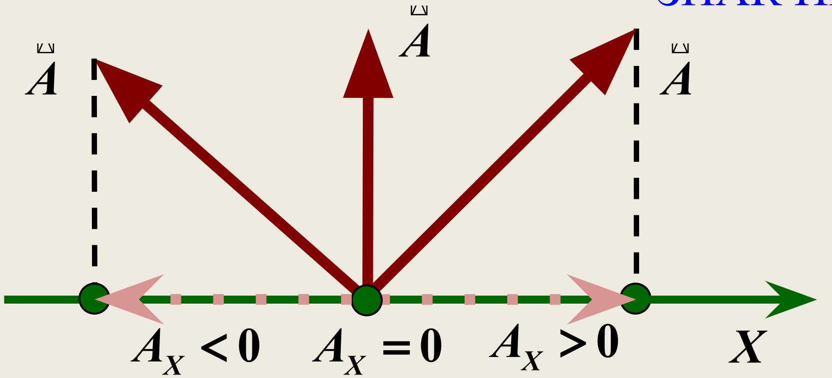
поэтому $\Rightarrow$ $V_X = V\cdot\cos\alpha.$

По определению тангенса: $\mathrm{tg}\alpha = \frac{a}{b} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$, поэтому $\Rightarrow \frac{V_Y}{V_X} = \mathrm{tg}\alpha.$

В.П. Сафронов 2015. safron-47@mail.ru т. 8 928 111 7884

АЛГОРИТМ ПРОЕКЦИЙ

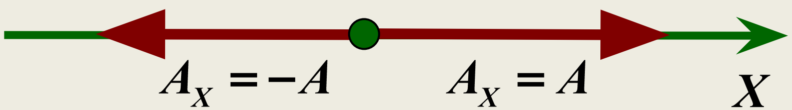
ЗНАК ПРОЕКЦИИ



•Если вектор "смотрит" по оси — проекция положительная.

•Если вектор "смотрит" против оси — проекция отрицательная.

•Если вектор перпендикулярен оси — проекция равна НУЛЮ.



Если вектор лежит на оси — проекция равна модулю вектора с найденным знаком.

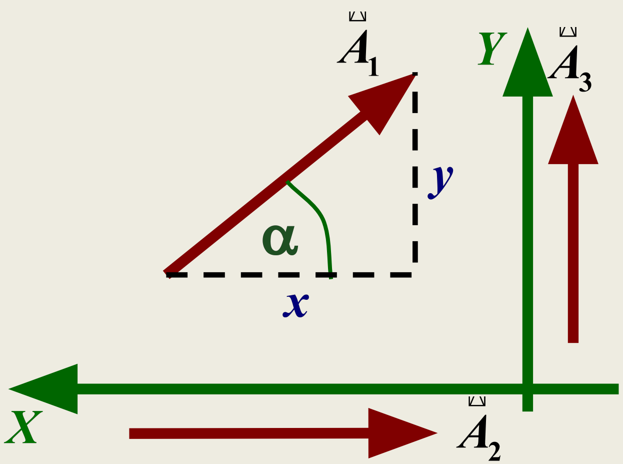
АЛГОРИТМ ПРОЕКЦИЙ

1. Достроить вектор до прямоугольного треугольника и подписать катеты *x,y*.

ЗАДАВАТЬ ВОПРОСЫ И ОТВЕЧАТЬ

2. ЗНАК? Возможные ответы:

•Если вектор "смотрит" по оси — (+)
•Если вектор "смотрит" против оси — (–)
•Если вектор перпендикулярен оси — НоЛь.
Если вектор лежит на оси — проекция равна модулю вектора с найденным знаком.



3. КАТЕТ? Возможные ответы:

Противолежащий
Прилежащий

4. ФУНКЦИЯ? Возможные ответы:

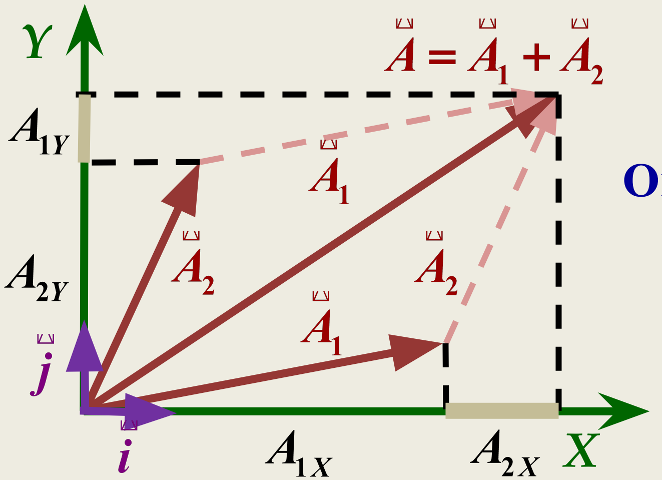
SIN
COS

5. ЗАПИСЬ РЕЗУЛЬТАТА

$$A_{1X} = -A_1 \cos\alpha, \quad A_{1Y} = A_1 \sin\alpha;$$
$$A_{2X} = -A_2, \quad A_{2Y} = 0;$$
$$A_{3X} = 0, \quad A_{3Y} = A_3;$$

В.П. Сафронов 2015. safron-47@mail.ru т. 8 928 111 7884

СЛОЖЕНИЕ ВЕКТОРОВ С ПОМОЩЬЮ ПРОЕКЦИЙ



Дано: $\vec{A}_1$ с проекциями A_{1X} и A_{1Y}

$\vec{A}_2$ с проекциями A_{2X} и A_{2Y}

Определить: Вектор $\vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2$ и его модуль $|\vec{A}| = |\vec{A}_1 + \vec{A}_2|$

Решение.

Определим проекции вектора $\vec{A}$:

$$A_X = A_{1X} + A_{2X}$$

$$A_Y = A_{1Y} + A_{2Y}$$

Тогда, $\vec{A} = \vec{i}A_X + \vec{j}A_Y$, $|\vec{A}| = \sqrt{A_X^2 + A_Y^2}$.

i, j — направляющие единичные вектора (орты) осей X и Y.

Необходимо знать

$\alpha = 0^\circ = 0$ рад

$\sin 0^\circ = 0; \quad \cos 0^\circ = 1$

$\alpha = 90^\circ = \pi / 2$ рад

$\sin 90^\circ = 1; \quad \cos 90^\circ = 0$

$\alpha = 180^\circ = \pi$ рад

$\sin 180^\circ = 0; \quad \cos 180^\circ = -1$

$\alpha = 30^\circ = \pi / 6$ рад

$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}; \quad \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\alpha = 60^\circ = \pi / 3$ рад

$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$

$\alpha = 45^\circ = \pi / 4$ рад

$\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}; \quad \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\tan 45^\circ = 1$

В.П. Сафронов 2015. safron-47@mail.ru т. 8 928 111 7884


КОНЕЦ
ВВОДНОЕ ЗАНЯТИЕ
В.П. Сафронов 2015. safron-47@mail.ru т. 8 928 111 7884