



# Подготовка к ЕГЭ по математике Решение заданий В9

# Прототипов заданий В9 - 175

## Проверяемые требования (умения)

- Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами

## Умения по КТ (кодификатор требований)

- Решать простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов); использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы

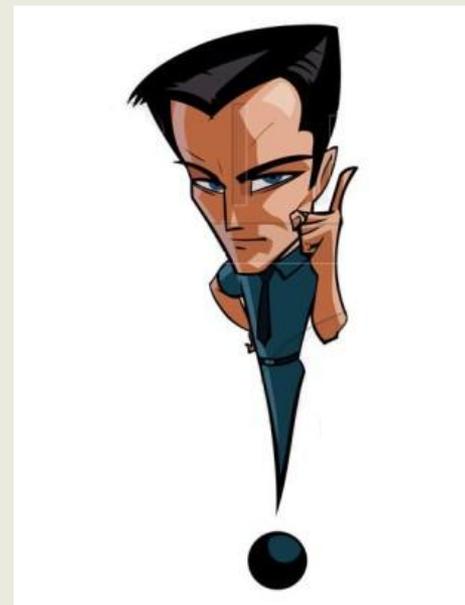
# Содержание задания В9 по КЭС

(кодификатор элементов содержания)

- **Прямые и плоскости в пространстве** 5.2.3 Параллельность плоскостей, признаки и свойства 5.2.4 Перпендикулярность прямой и плоскости, признаки и свойства; перпендикуляр и наклонная; теорема о трех перпендикулярах 5.2.5 Перпендикулярность плоскостей, признаки и свойства 5.2.6 Параллельное проектирование. Изображение пространственных фигур
- **Многогранники.** 5.3.1 Призма, ее основания, боковые ребра, высота, боковая поверхность; прямая призма; правильная призма 5.3.2 Параллелепипед; куб; симметрии в кубе, в параллелепипеде 5.3.3 Пирамида, ее основание, боковые ребра, высота, боковая поверхность; треугольная пирамида; правильная пирамида 5.3.4 Сечения куба, призмы, пирамиды 5.3.5 Представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр)
- **Тела и поверхности вращения.** 5.4.1 Цилиндр. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка 5.4.2 Конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка 5.4.3 Шар и сфера, их сечения
- **Измерение геометрических величин.** 5.5.5 Площадь треугольника, параллелограмма, трапеции, круга, сектора 5.5.6 Площадь поверхности конуса, цилиндра, сферы 5.5.7 Объем куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара

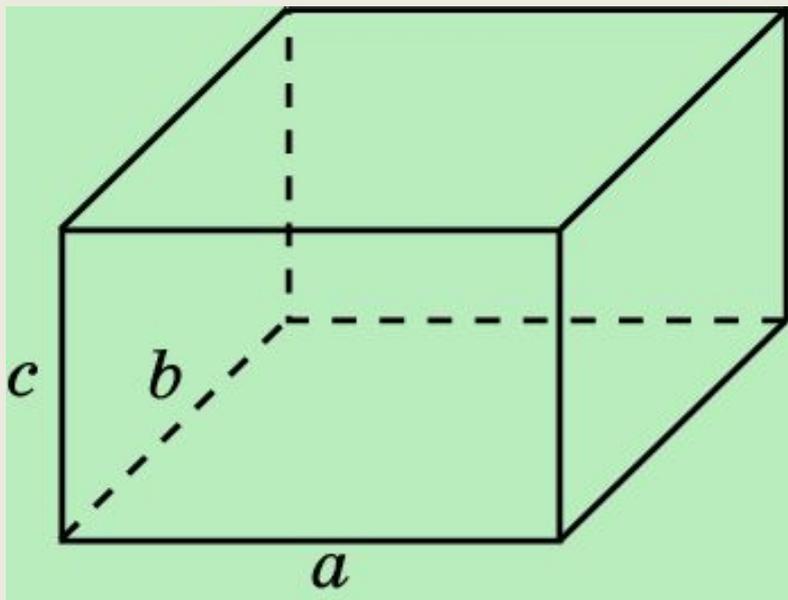
# Памятка ученику

- В задании В9 ученику предложат решить простейшие стереометрические задачи на вычисление площадей поверхностей или объемов многогранников и тел вращения.



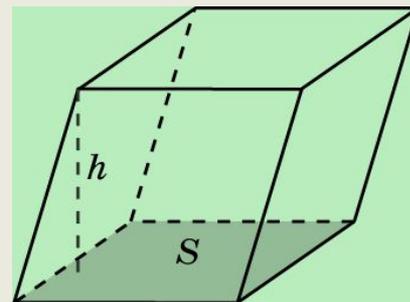
## ОБЪЕМ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДА

$$V = a \cdot b \cdot c,$$

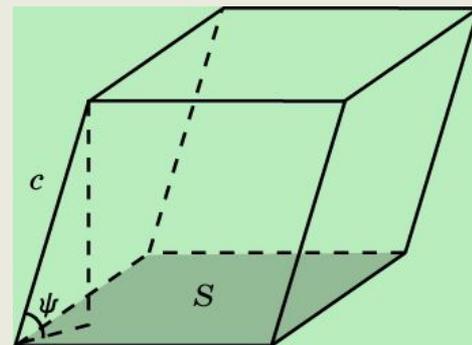


## ОБЪЕМ НАКЛОННОГО ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДА

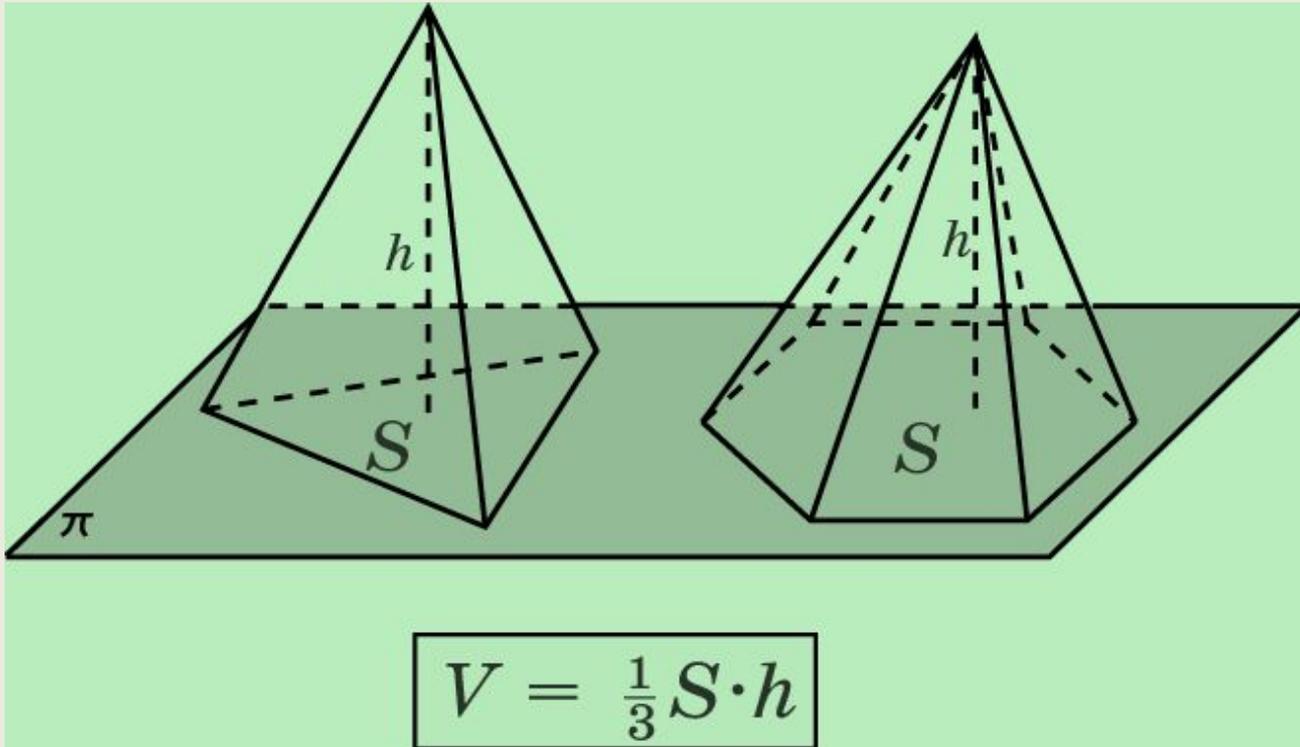
$$V = S \cdot h.$$



$$V = S \cdot c \cdot \sin \psi.$$

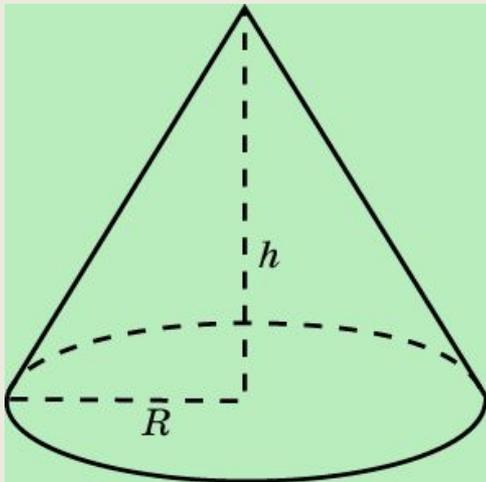


## ОБЪЕМ ПИРАМИДЫ



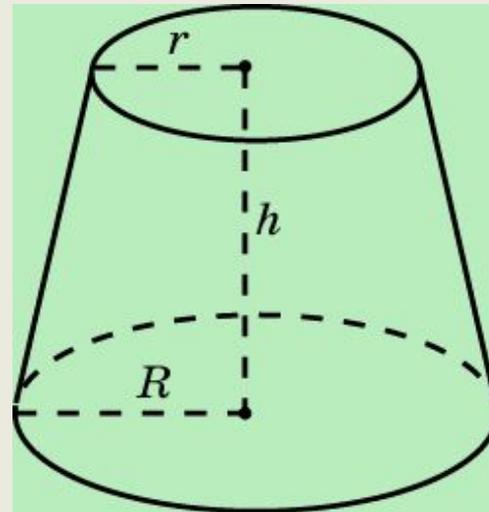
## ОБЪЕМ КОНУСА

$$V = \frac{1}{3}\pi R^2 h.$$



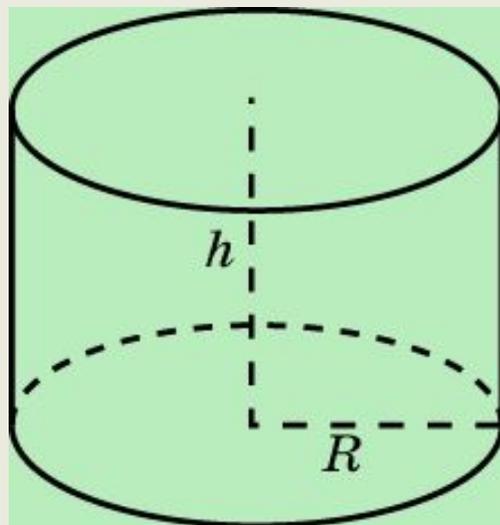
## ОБЪЕМ УСЕЧЕННОГО КОНУСА

$$V = \frac{1}{3}\pi h(R^2 + R \cdot r + r^2).$$



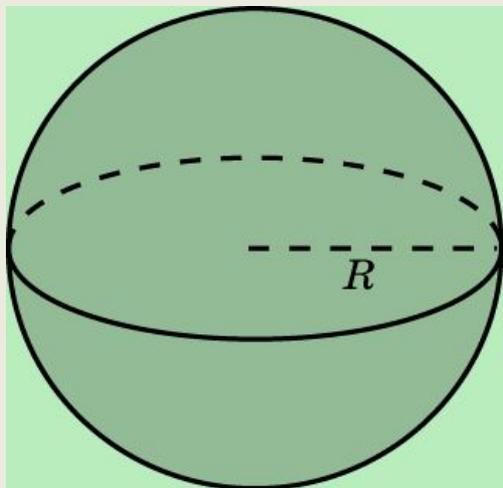
# Объем цилиндра

$$V = \pi R^2 \cdot h.$$



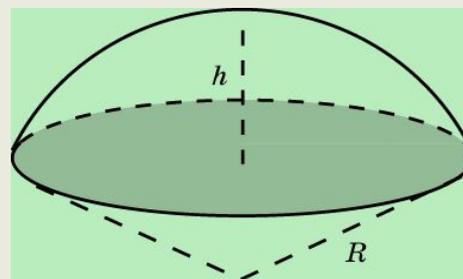
## ОБЪЕМ ШАРА

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3.$$



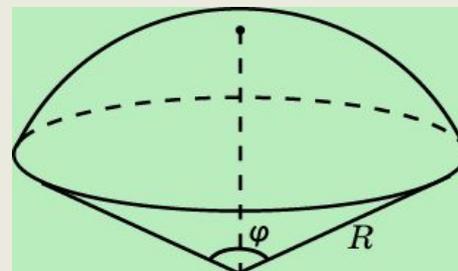
## ОБЪЕМ ШАРОВОГО СЕГМЕНТА

$$V = \pi h^2 \left( R - \frac{1}{3} h \right).$$



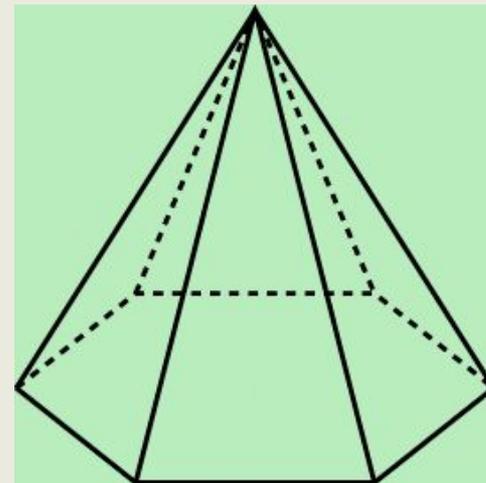
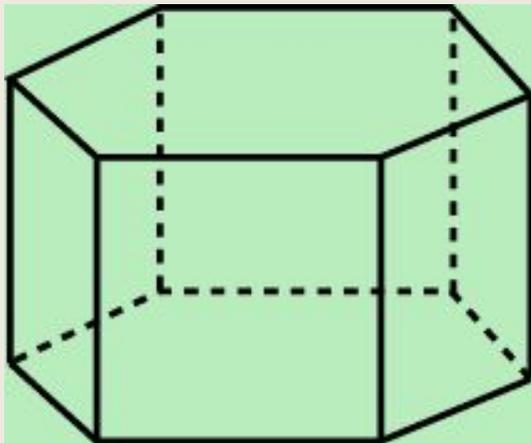
## ОБЪЕМ ШАРОВОГО СЕКТОРА

$$V = \frac{2}{3} \pi R^3 \left( 1 - \cos \frac{\varphi}{2} \right).$$



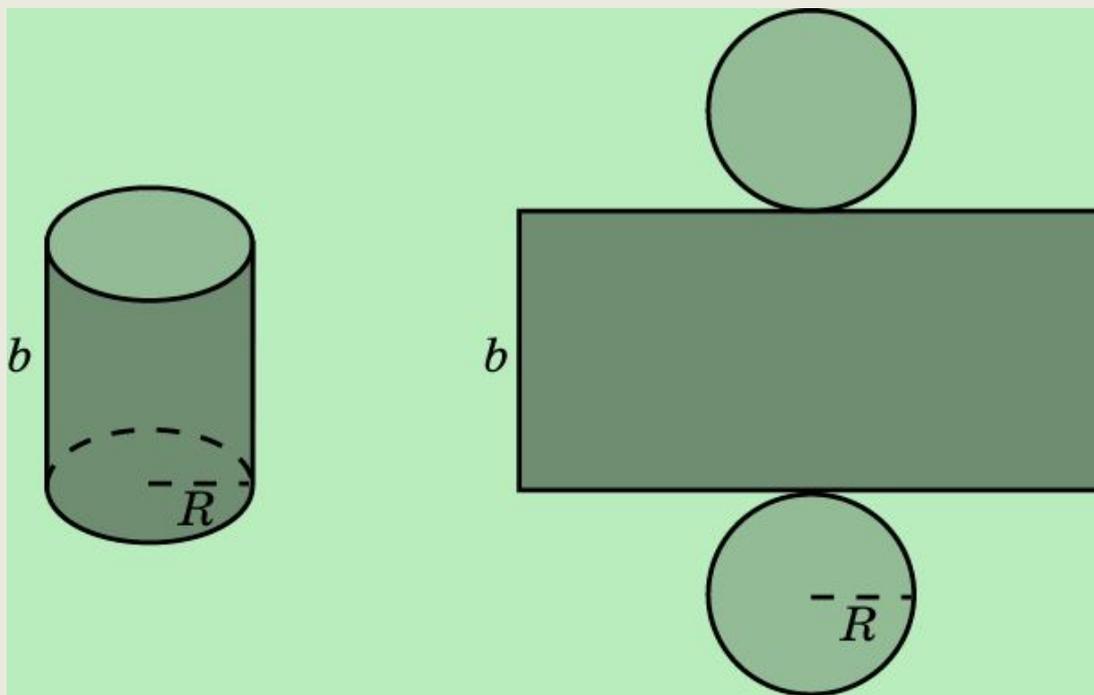
# ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ

- **Площадь поверхности многогранника** по определению считается сумма площадей, входящих в эту поверхность многоугольников.
- Площадь поверхности призмы состоит из площади боковой поверхности и площадей оснований.
- Площадь поверхности пирамиды состоит из площади боковой поверхности и площади основания.



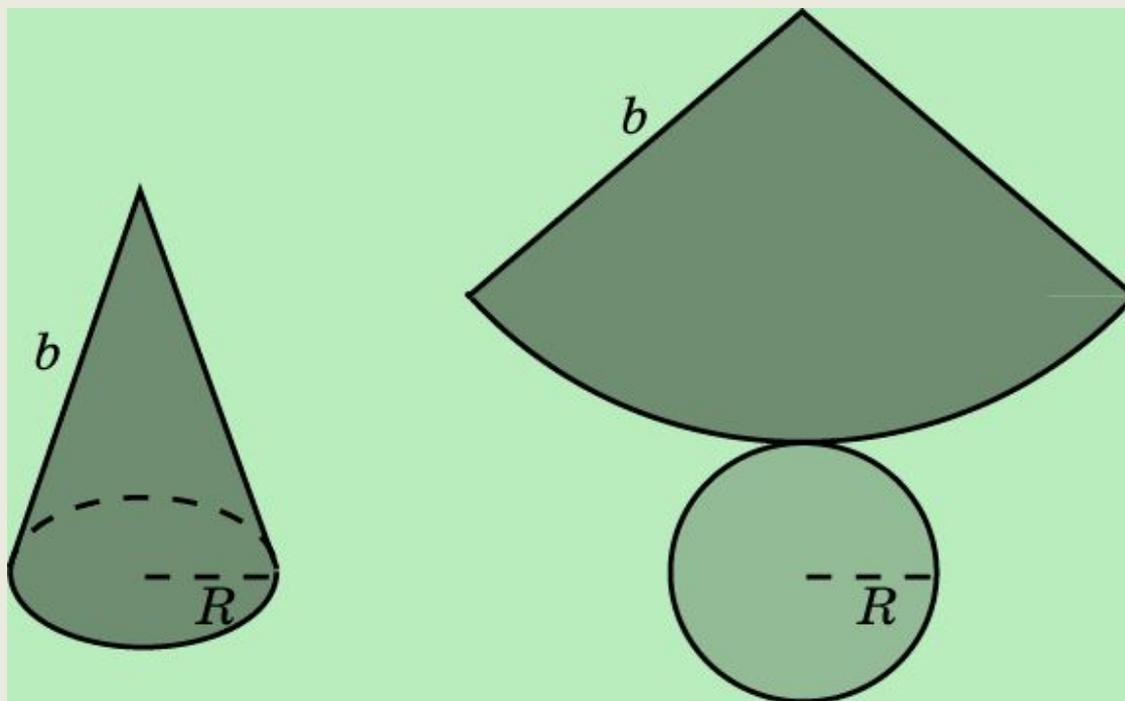
## ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ ЦИЛИНДРА

$$S = 2\pi R(R + b).$$



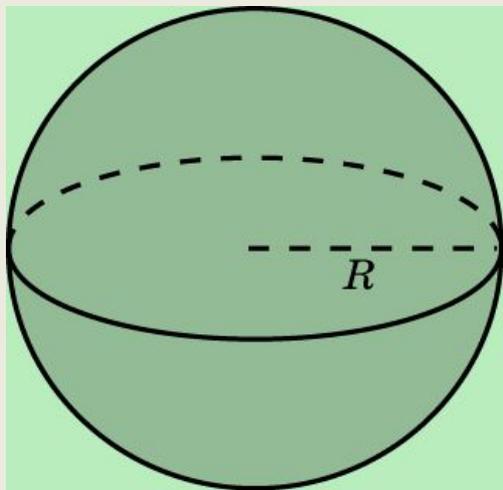
# ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ КОНУСА

$$S = \pi R(R + b).$$



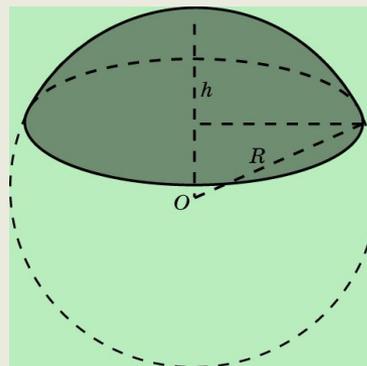
ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ ШАРА

$$S = 4\pi R^2.$$



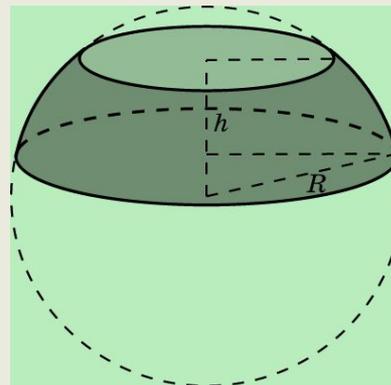
ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ ШАРОВОГО СЕГМЕНТА

$$S = 2\pi R h.$$



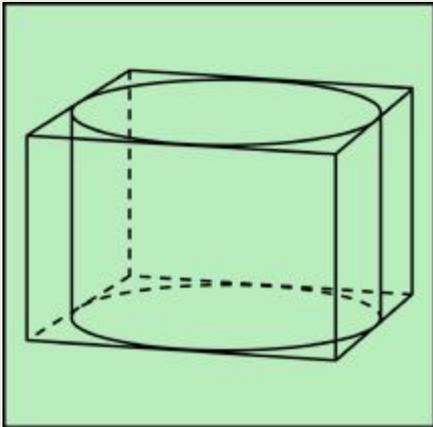
ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ ШАРОВОГО ПОЯСА

$$S = 2\pi R h.$$



## Прототип задания В9 (№ 27014)

Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания и высота которого равны 1. Найдите объем параллелепипеда.



Так как прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, то его основание – квадрат со стороной, равной диаметру круга, являющегося основанием цилиндра.

$$V = a \cdot b \cdot c, \quad a = b = 2, \quad c = 1$$

$$V = 2 \cdot 2 \cdot 1 = 4$$

Решение

Ответ: 4.

# Задания для самостоятельного решения

1) Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания и высота которого равны 1,5. Найдите объем параллелепипеда.

2) Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания и высота которого равны 6. Найдите объем параллелепипеда.

3) Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания и высота которого равны 8,5. Найдите объем параллелепипеда.

Проверка

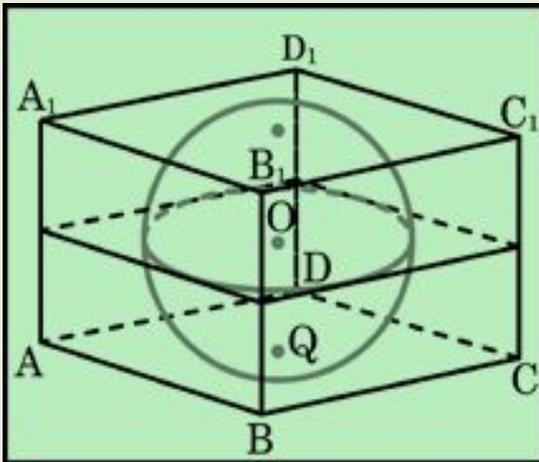
1)13,5

2)864

3)2456,5

## Прототип задания В9 (№27043)

Прямоугольный параллелепипед описан около сферы радиуса 1. Найдите его объем.



Прямоугольный параллелепипед, в который вписан шар, будет являться кубом, ребро которого равно диаметру шара.  $V=a^3$

$$a=2 \Rightarrow 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8.$$

Решение

Ответ: 8.

## Задания для самостоятельного решения

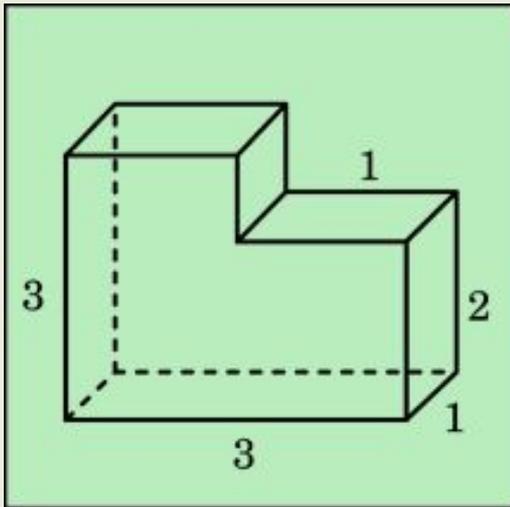
- 1) Прямоугольный параллелепипед описан около сферы радиуса 6,5. Найдите его объем.
- 2) Прямоугольный параллелепипед описан около сферы радиуса 7,5. Найдите его объем.
- 3) Прямоугольный параллелепипед описан около сферы радиуса 8,5. Найдите его объем.

1) 2197  
2) 3375  
3) 4913

Проверка

## Прототип задания В9 (№27044)

Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы многогранника прямые).



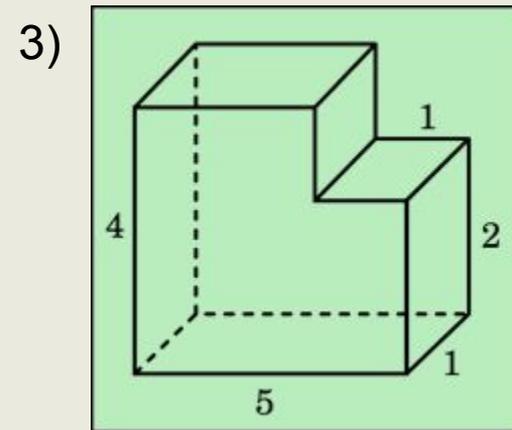
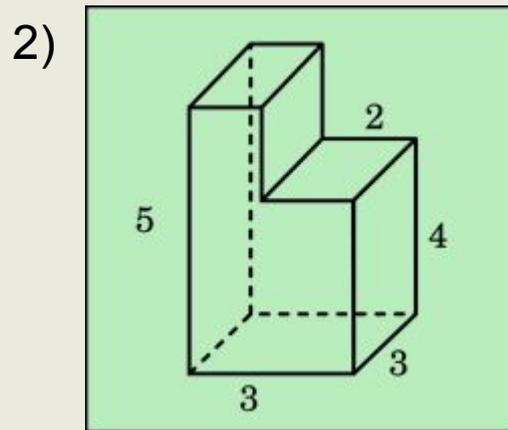
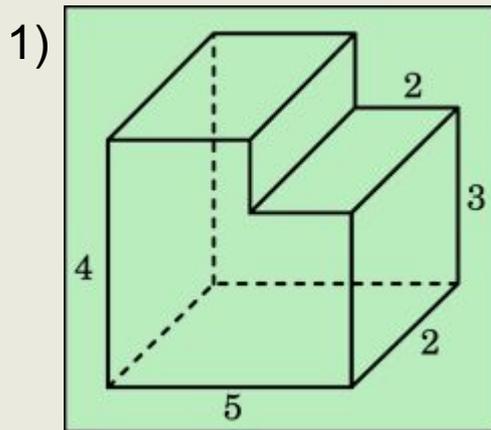
$$3 \cdot 3 \cdot 1 - 1 \cdot 1 \cdot 1 = 8$$

Ответ: 8.

Решение

# Задания для самостоятельного решения

Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы многогранника прямые).



1)36

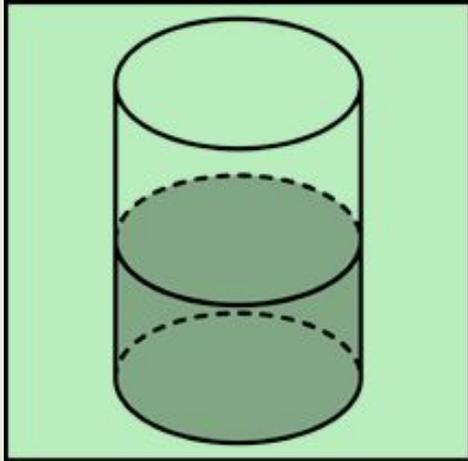
2)39

3)18

Проверка

## Прототип задания В9 (№27046)

В цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 16 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если ее перелить во второй сосуд, диаметр которого в 2 раза больше первого?



$$V_1 = \pi r^2 h; \quad V_2 = \pi (2r)^2 h$$

$$V_1 = V_2$$

$$\pi r^2 16 = \pi (2r)^2 h$$

$$\pi r^2 16 = \pi 4r^2 h$$

$$h = 4.$$

**Ответ: 4.**

# Задания для самостоятельного решения

1) В цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 27 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если ее перелить во второй сосуд, диаметр которого в 3 раза больше первого?

2) В цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 8 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если ее перелить во второй сосуд, диаметр которого в 2 раза больше первого?

3) В цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 64 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если ее перелить во второй сосуд, диаметр которого в 4 раза больше первого?

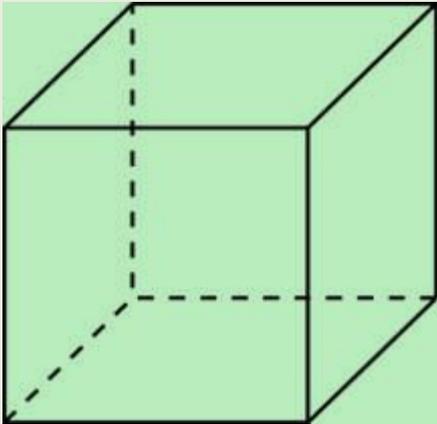
1)3

2)2

3)4

## Прототип задания В9 (№27043)

Объем куба равен 8. Найдите площадь его поверхности.



$$V=a^3 ; 8=a^3 ; a=2$$

$$S=6a^2$$

$$S=24.$$

Решение

Ответ: 24

# Задания для самостоятельного решения

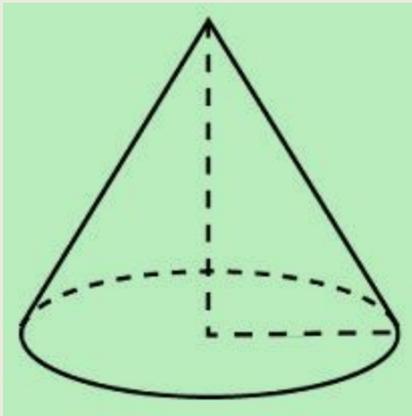
- 1) Объем куба равен 27. Найдите площадь его поверхности.
- 2) Объем куба равен 64. Найдите площадь его поверхности.
- 3) Объем куба равен 0.008. Найдите площадь его поверхности.
- 4) Объем куба равен  $5\sqrt{5}$ . Найдите площадь его поверхности.

Ответ: 1)54; 2)96; 3)0.24; 4)30

Проверка

## Прототип задания В9 (№27043)

Во сколько раз уменьшится объем конуса, если его высоту уменьшить в 3 раза?



$$V_1 = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$
$$V_2 = \frac{1}{3}\pi r^2 \left(\frac{1}{3}h\right) = \frac{1}{3} V_1$$

**Ответ: в 3 раза.**

Решение

# Задания для самостоятельного решения

- 1) Во сколько раз уменьшится объем конуса, если его высоту уменьшить в 6 раз?
- 2) Во сколько раз уменьшится объем конуса, если его высоту уменьшить в 4 раза?
- 3) Во сколько раз уменьшится объем конуса, если его высоту уменьшить в 1.5 раза?
- 4) Во сколько раз уменьшится объем конуса, если его высоту уменьшить в 6.5 раза?

**Ответ:**

**1)6 ; 2)4; 3) 1,5; 4)6,5**

Проверка

# Список рекомендуемой литературы

- Самое полное издание типовых вариантов реальных заданий ЕГЭ: 2010: Математика / авт.-сост. И.Р.Высоцкий, Д.Д.Гущин, П.И.Захаров и др.; под ред. А.Л.Семенова, И.В.Ященко. – М.: АСТ: Астрель, 2010. – 93, (3)с. – (Федеральный институт педагогических измерений)
- Математика: тематическое планирование уроков подготовки к экзамену / Белошистая.В. А. – М: Издательство «Экзамен», 2007. – 478 (2) с. (Серия «ЕГЭ 2007. Поурочное планирование»)
- Математика: самостоятельная подготовка к ЕГЭ / Л.Д. Лаппо, М.А. Попов. – 3-е изд., перераб. И дополн. - М.: Издательство «Экзамен», 2009. – 381, (3) с. (Серия «ЕГЭ. Интенсив»)
- Математика. Решение задач группы В / Ю.А.Глазков, И.А.Варшавский, М.Я. Гаиашвили. – М.: Издательство «Экзамен», 2009. – 382 (2) с. (Серия «ЕГЭ. 100 баллов»)
- Математика: тренировочные тематические задания повышенной сложности с ответами для подготовки к ЕГЭ и к другим формам выпускного и вступительного экзаменов /сост Г. И.Ковалева, Т.И.Бузулина, О.Л.Безрукова, Ю.А. Розка. \_ Волгоград: Учитель, 20089, - 494 с.
- Шабунин М.И. и др. Алгебра и начала анализа: Дидактические материалы для 10-11 кл. – 3-е изд. – М.: Мнемозина, 2000. – 251 с.: ил.

# Сайты в сети Интернет

- [www.fipi.ru](http://www.fipi.ru) – Федеральный институт педагогических измерений (ФИПИ). Особенно обратите внимание на раздел «Открытый сегмент ФБТЗ» – это система для подготовки к ЕГЭ - в режиме on-line. Вы можете отвечать на вопросы банка заданий ЕГЭ по различным предметам, а так же по выбранной теме.
- <http://mathege.ru> <http://mathege.ru> - **Открытый банк задач ЕГЭ по математике**. Главная задача открытого банка заданий **ЕГЭ по математике** – дать представление о том, какие задания будут в вариантах Единого государственного экзамена **по математике** в 2010 году, и помочь выпускникам сориентироваться при **подготовке к экзамену**. Здесь же можно найти все пробные ЕГЭ по математике, которые уже прошли.
- <http://egetrener.ru/> - математика: видеоуроки, решение задач ЕГЭ.
- <http://ege-trener.ru/> - очень увлекательная и эффективная подготовка к ЕГЭ по математике. Зарегистрируйтесь и попытайтесь попасть в 30-ку лучших!
- [uztest.ru](http://uztest.ru) – бесплатные материалы для подготовки к ЕГЭ (и не только к ЕГЭ) по математике: интерактивные тематические тренажеры, возможность записи на бесплатные on-line курсы по подготовке к ЕГЭ.
- [www.ege.edu.ru](http://www.ege.edu.ru) – официальный информационный портал единого государственного экзамена.
- [On-line видеолекции "Консультации по ЕГЭ" по всем предметам.](#)
- [Ролики категории ЕГЭ. Лекции по математике](#)
- <http://www.alexlarin.narod.ru/ege.html> - материалы для подготовки к ЕГЭ по математике (сайт Ларина Александра Александровича).
- <http://www.diary.ru/~eek/> - сообщество, оказывающее помощь в решении задач по математике, здесь же можно скачать много полезных книг по математике, в том числе для подготовки к ЕГЭ.
- <http://4ege.ru/> <http://4ege.ru/> - **ЕГЭ портал, всё последнее к ЕГЭ. Вся информация о егэ. ЕГЭ 2010.**