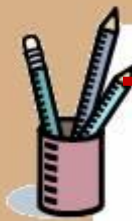
НАЧАЛА

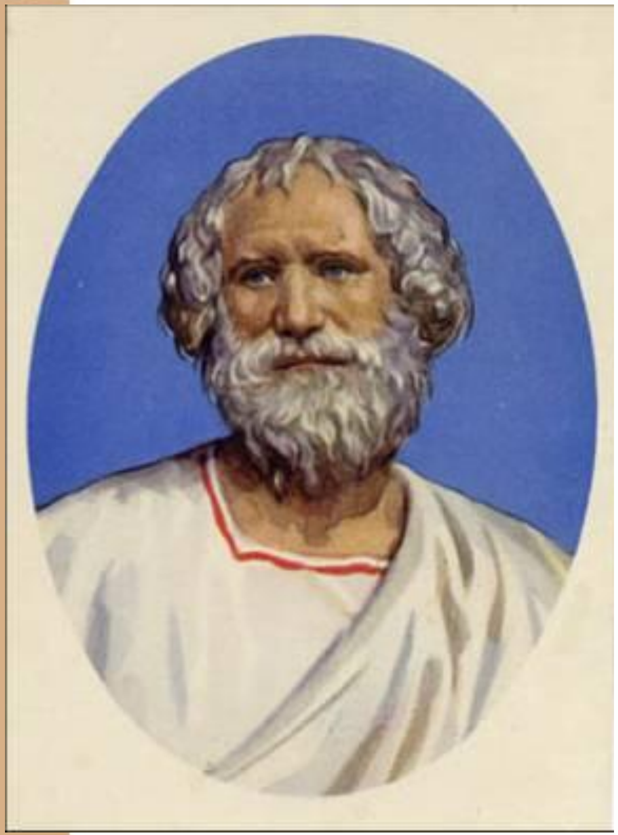
ТРИГОНОМЕТРИИ



Тригономе́трия (от греч. τρίγονο (треугольник) и греч. μετρειν (измерять), то есть измерение треугольников) — раздел математики, в котором изучаются тригонометрические функции и их приложения к геометрии.

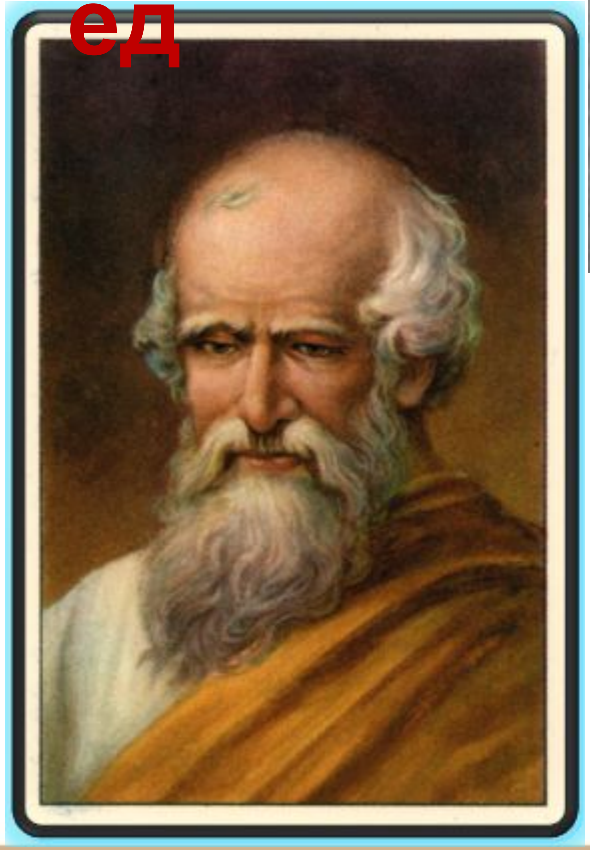
Данный термин впервые появился в *1595* г. как название книги немецкого математика Бартоломеуса Питискуса (*Bartholomäus Pitiscus, 1561—1613*), а сама наука ещё в глубокой древности использовалась для расчётов в астрономии, геодезии и архитектуре.

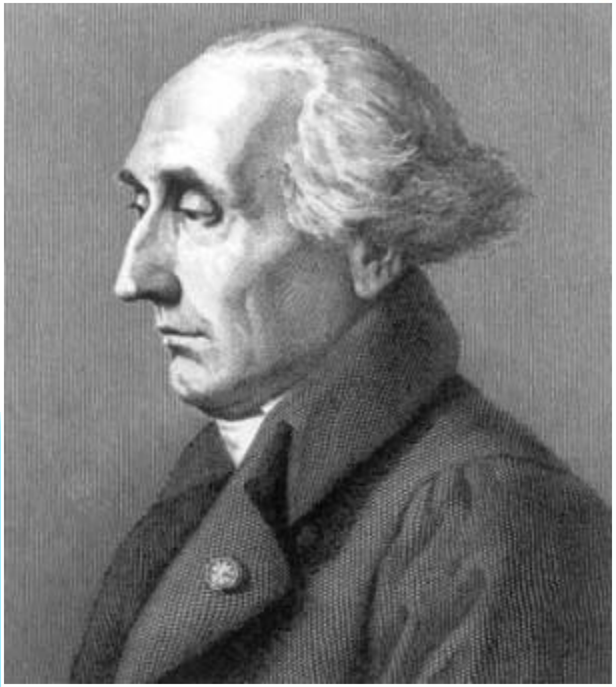
Эти ученые внесли свой вклад в развитие тригонометрии



Фал
ес

Архим
ед



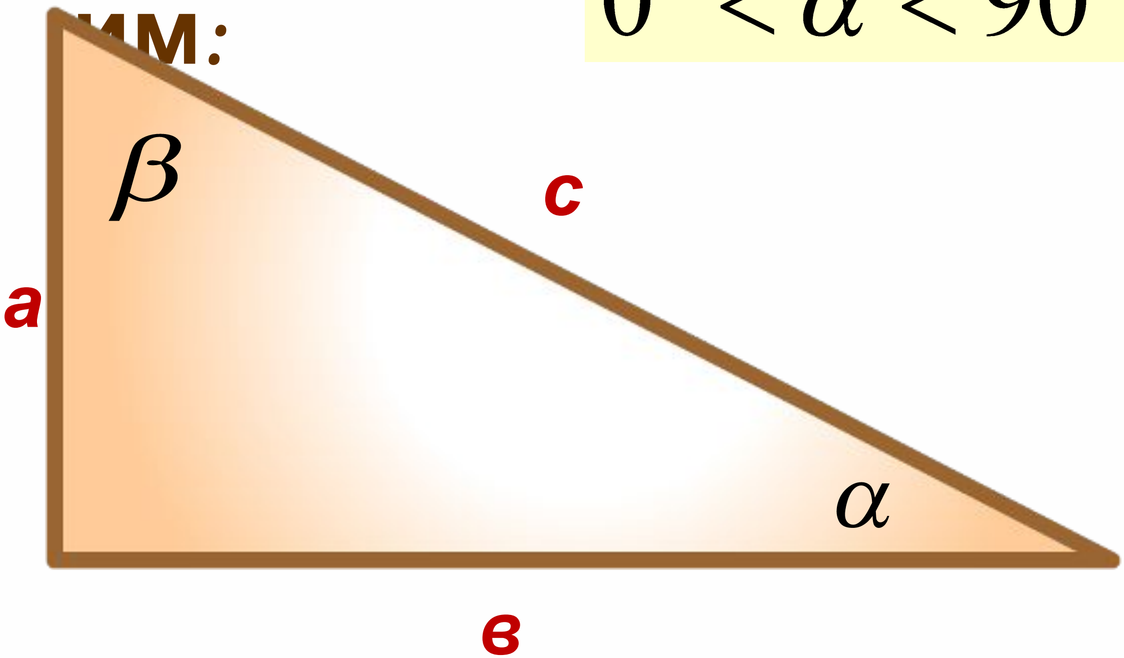


Жозеф
Луи
Лагранж

Тригонометрия – математическая дисциплина, изучающая зависимость между сторонами и углами треугольника.

Вспомним:

$$0^\circ < \alpha < 90^\circ$$



$$\sin\alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos\alpha = \frac{b}{c}$$

$$tg\alpha = \frac{a}{b}$$

Синус острого угла в прямоугольном треугольнике — отношение противолежащего катета к гипотенузе.

Косинус — отношение прилежащего катета к гипотенузе.

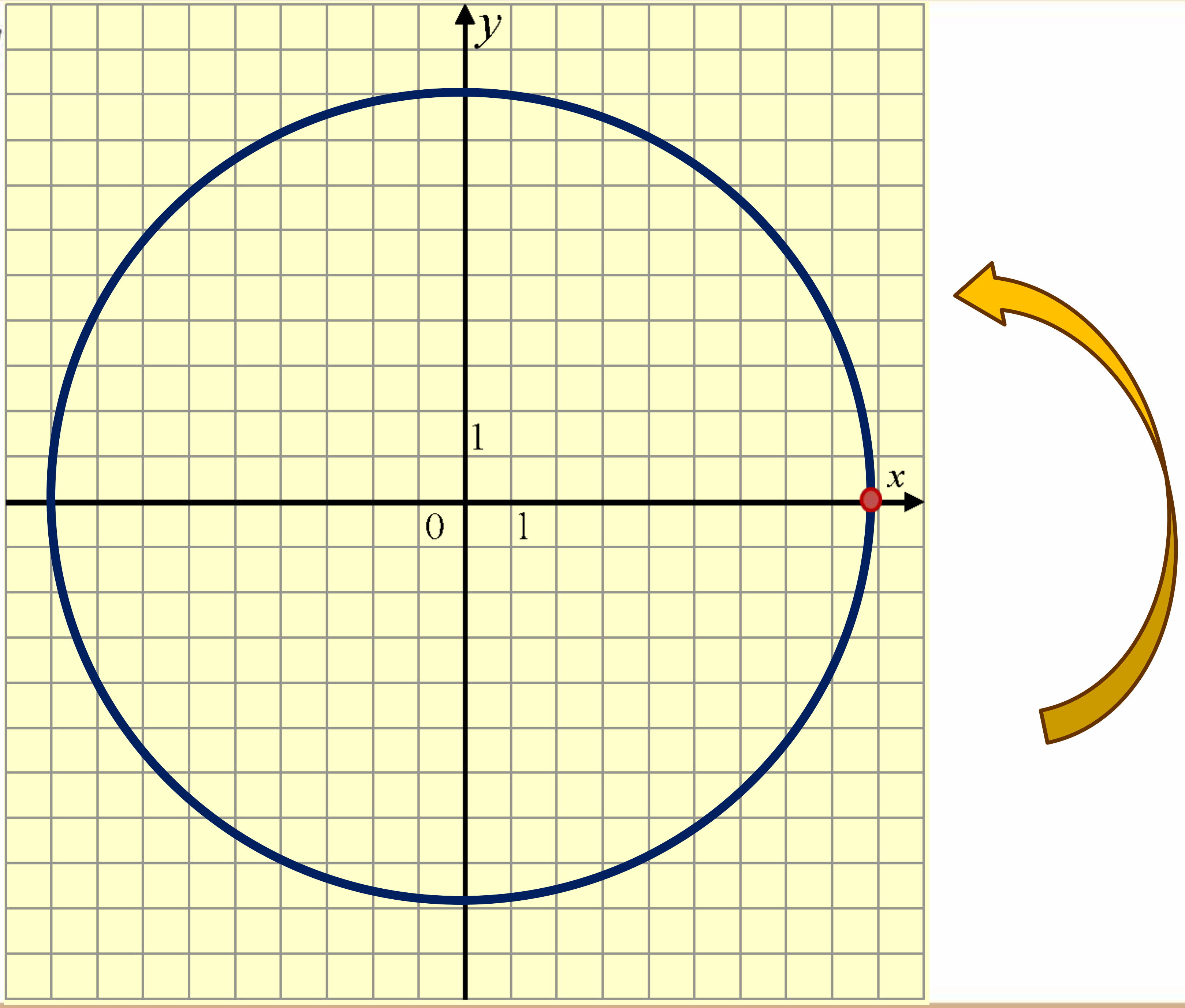
Тангенс — отношение противолежащего

В $XVIII$ веке Леонард Эйлер дал современные, более общие определения, расширив область определения этих функций на всю

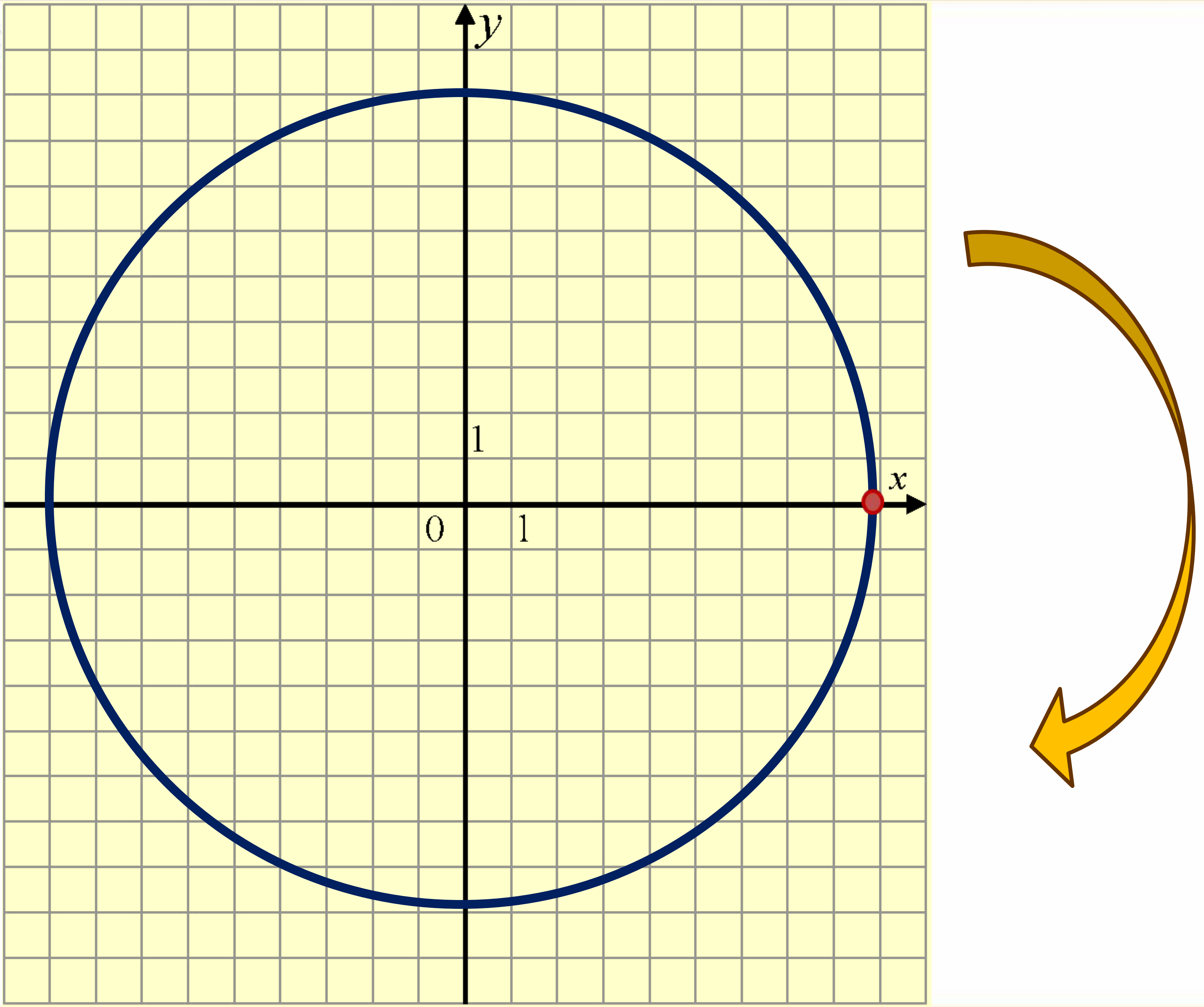
$$\alpha - угол\_поворота$$

$$-\infty < \alpha < +\infty$$

$$\alpha \in R$$

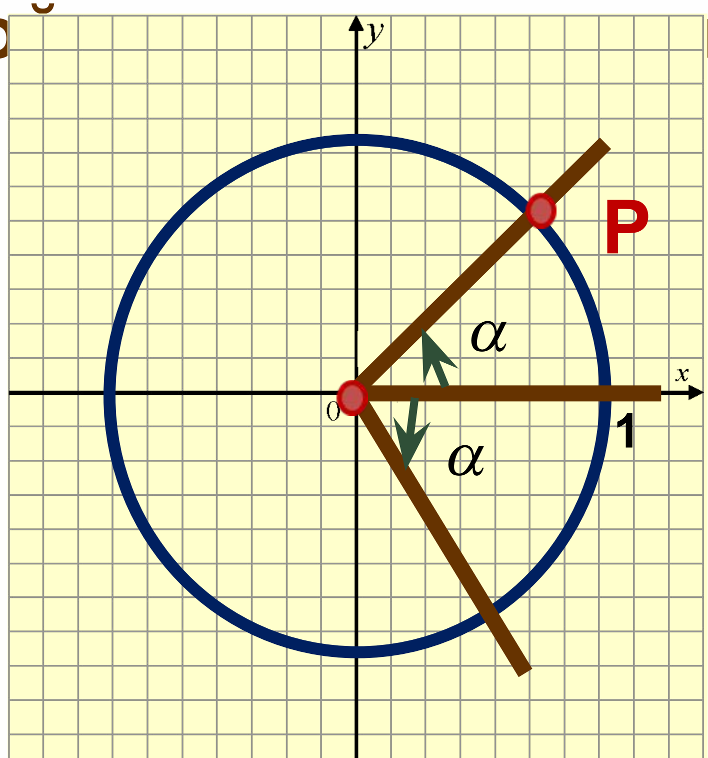


y
x
0
1
1



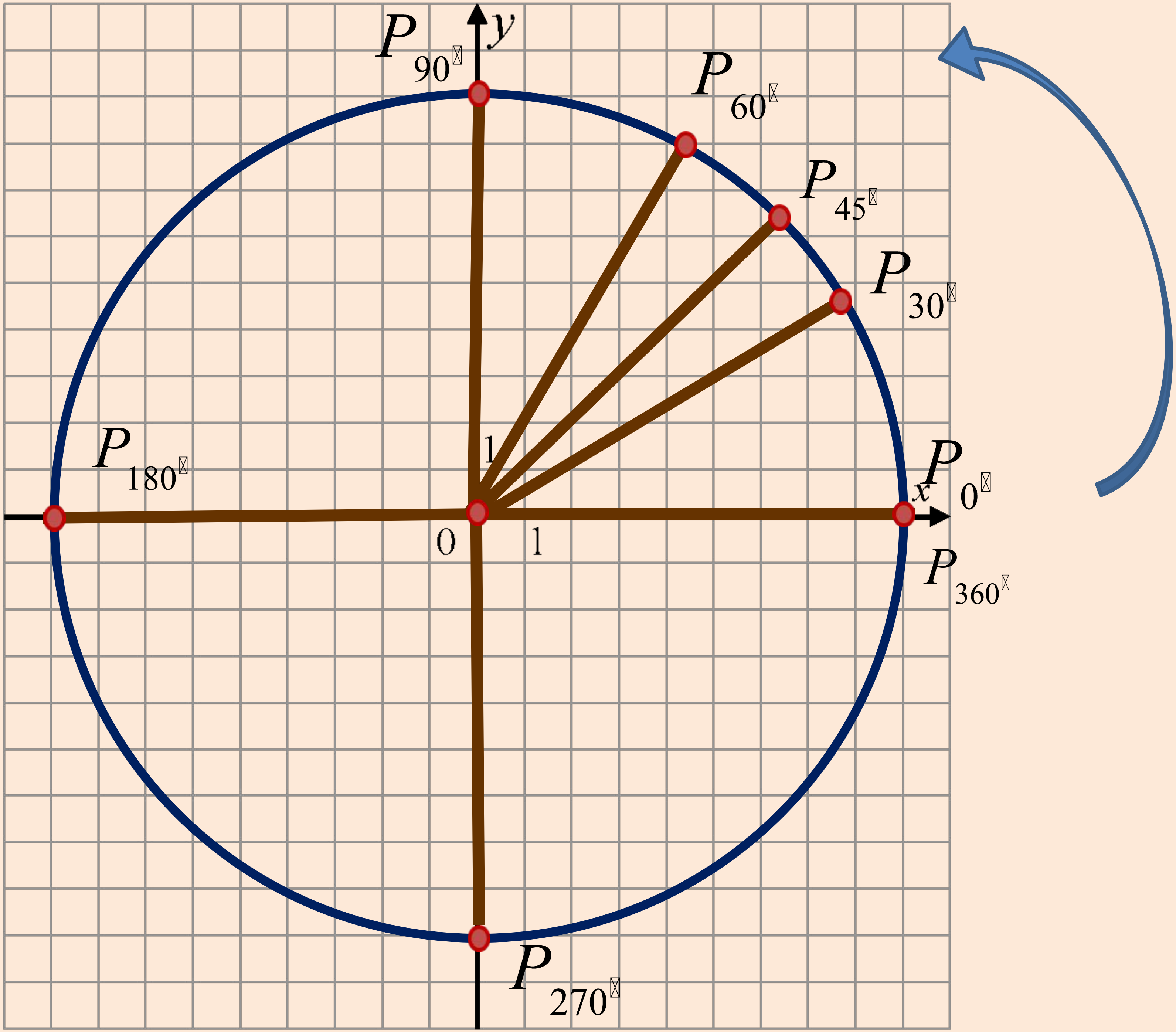
y
x
1
0
1

Рассмотрим в прямоугольной системе координат окружность единичного радиуса и отложим от горизонтальной оси угол (если величина угла положительна, то откладываем против часовой стрелки, иначе по часовой стрелке). Точку пересечения построенно... ...кружностью обозначим

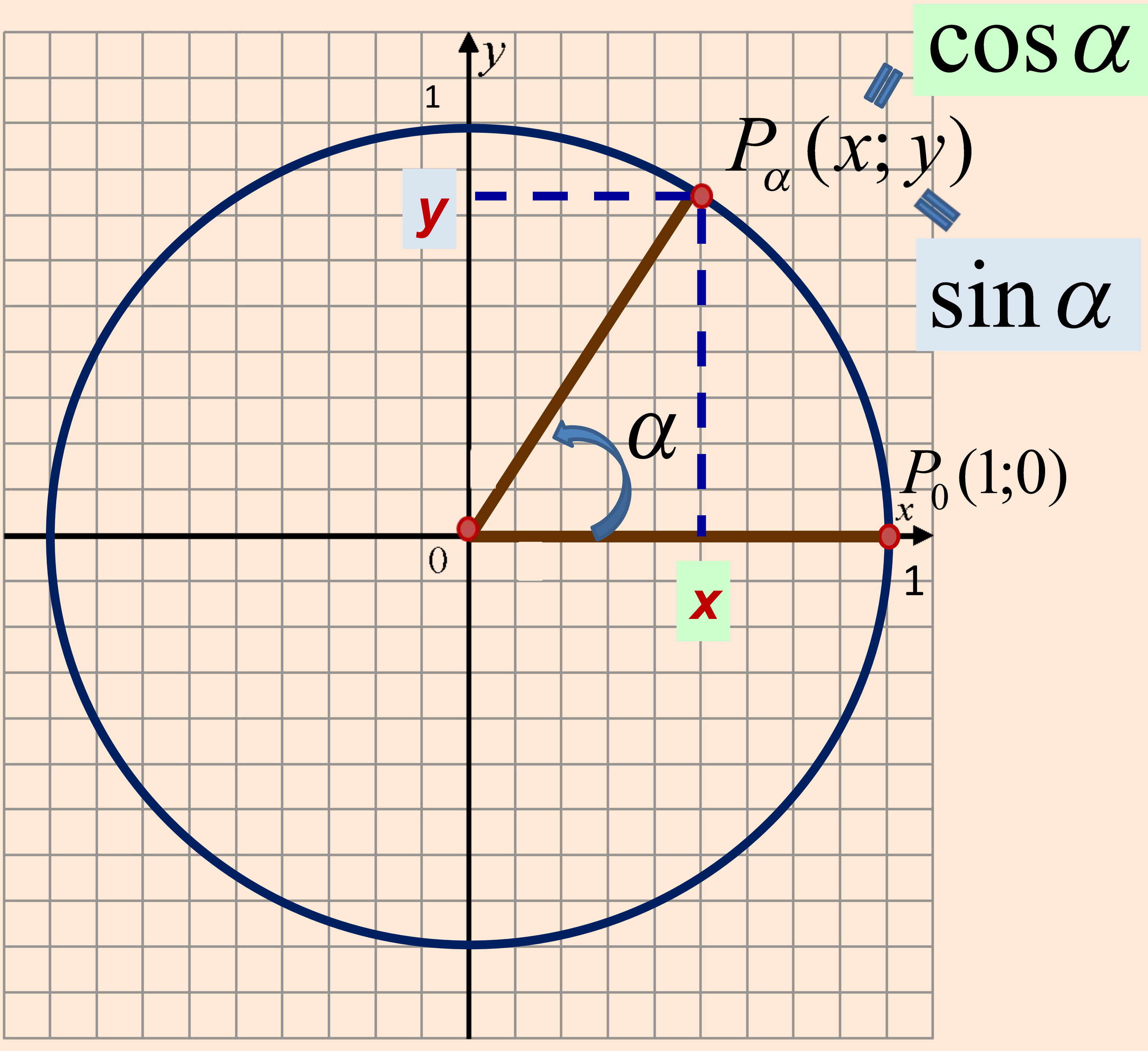


$\alpha > 0$

$\alpha < 0$



P 90°
y
P 60°
P 45°
P 30°
P 180°
1
P 0°
x
0
1
P 360°
P 270°



$\cos\alpha$
=
$P_\alpha(x;y)$
=
$\sin\alpha$
y
1
y
α
$P_0(1;0)$
x
0
1
x

Синус у ... ся как

$$\sin\alpha = y$$

$$\cos\alpha = x$$

P_α

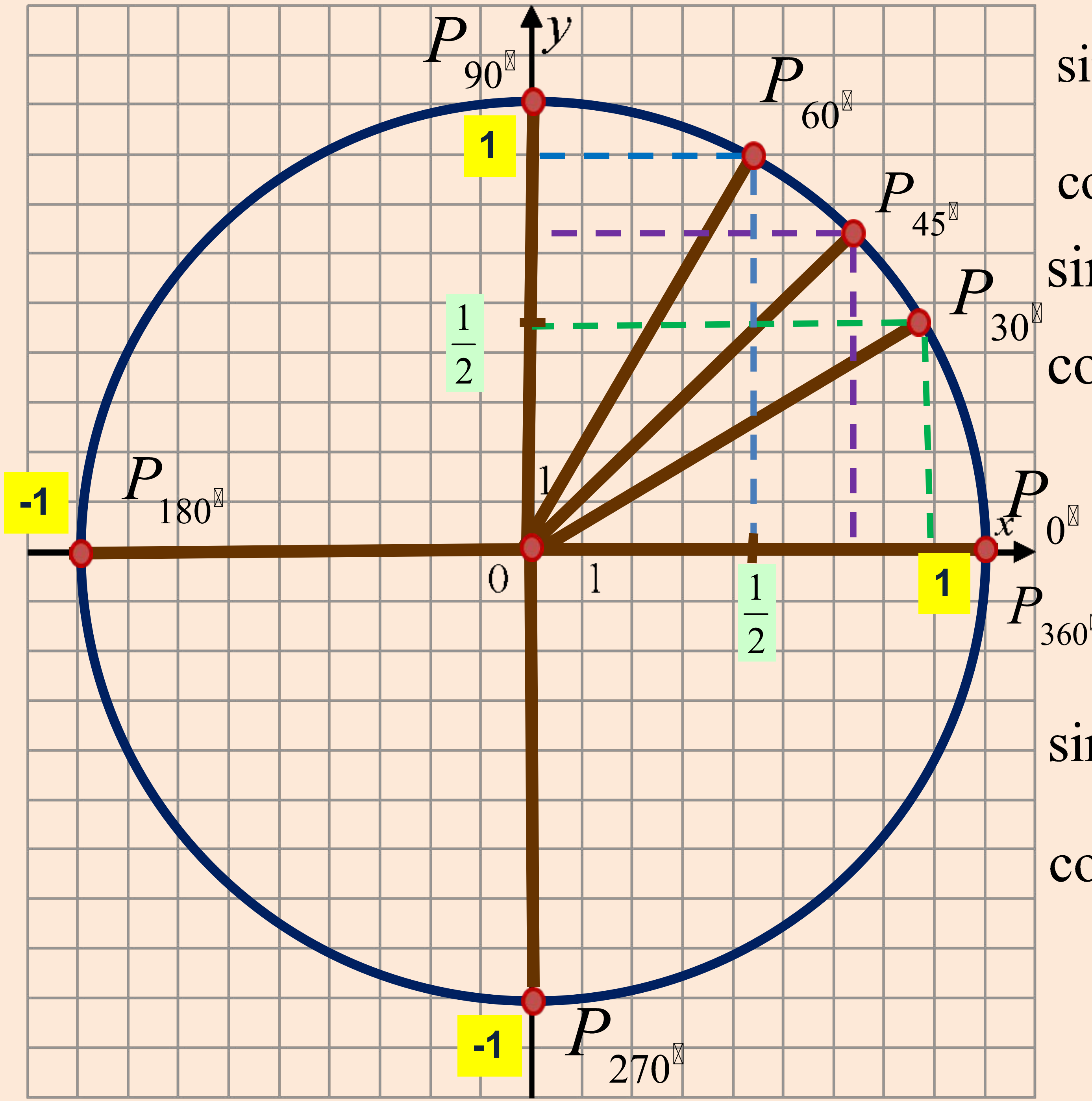
Косин ... очки

$$tg\alpha = \frac{y}{x}$$

Тангенс – ... инаты к

$$ctg\alpha = \frac{x}{y}$$

Котангенс ... абсциссы к



$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\cos 30^\circ \approx 0{,}9$$

$$\sin 45^\circ \approx 0{,}7$$

$$\cos 45^\circ \approx 0{,}7$$

$$\sin 60^\circ \approx 0{,}9$$

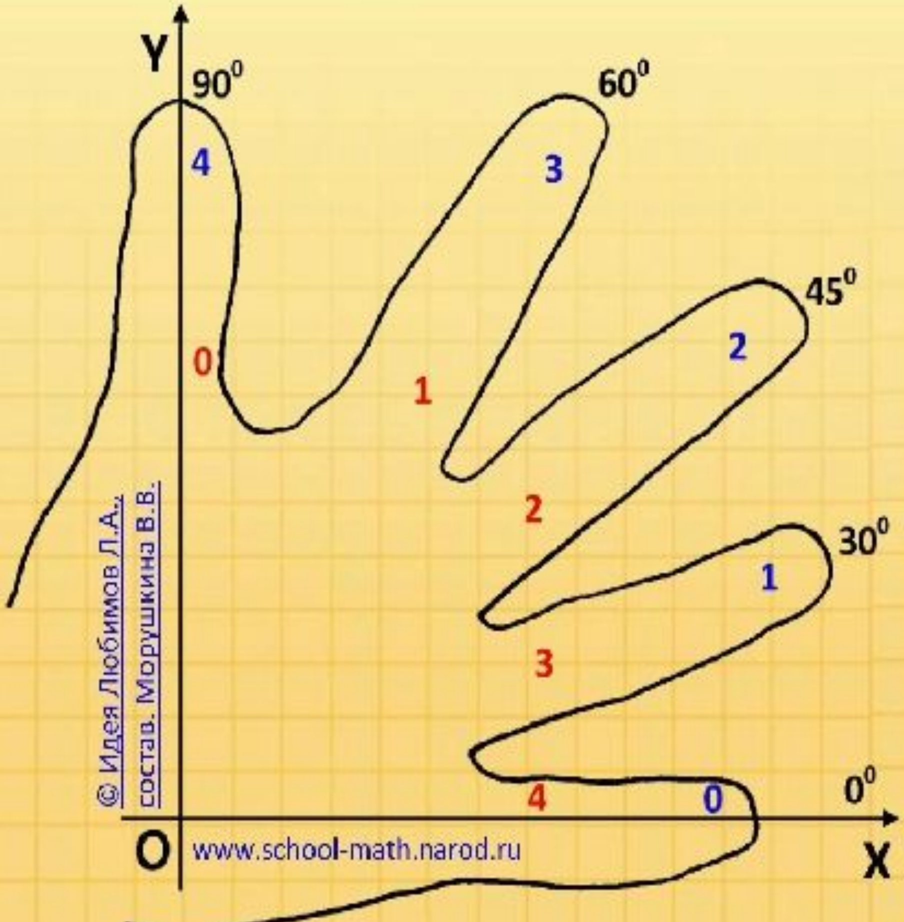
$$\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

Запомни

	30°	45°	60°
$\sin\alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos\alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$tg\alpha$	$\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$
$ctg\alpha$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

Школьная Математика

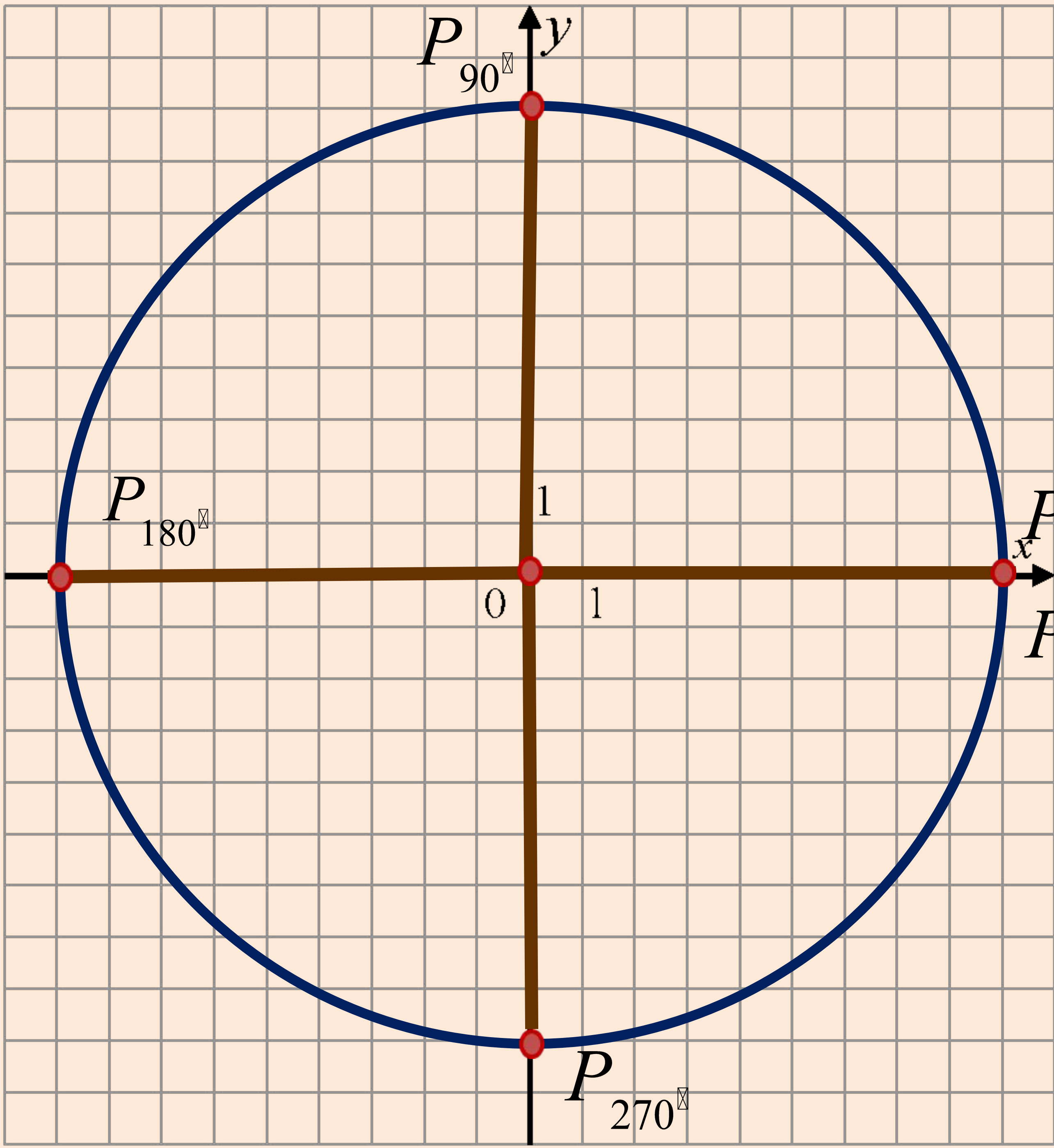
Как запомнить значения sin и cos



$\sin \alpha = \frac{\sqrt{N}}{2}$, где N=0,1,2,3,4 – номер пальца в «+» направлении с 0^0

$\cos \alpha = \frac{\sqrt{N}}{2}$, где N=0,1,2,3,4 – номер пальца в «-» направлении с 90^0

Корень из пальца пополам!



P_{0°**(1; 0)**

P_{90°**(0; 1)**

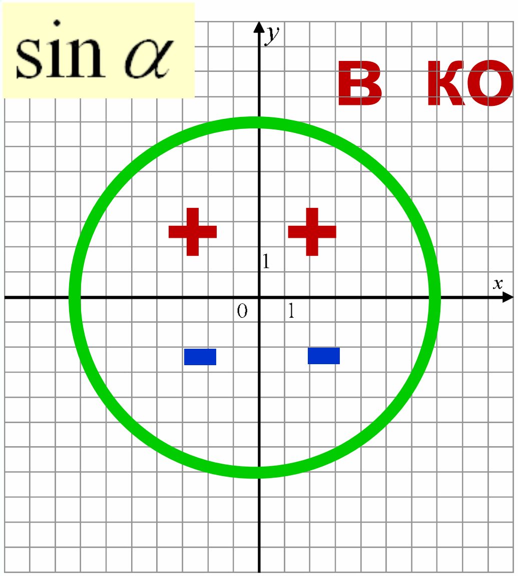
P_{180°**(-1; 0)**

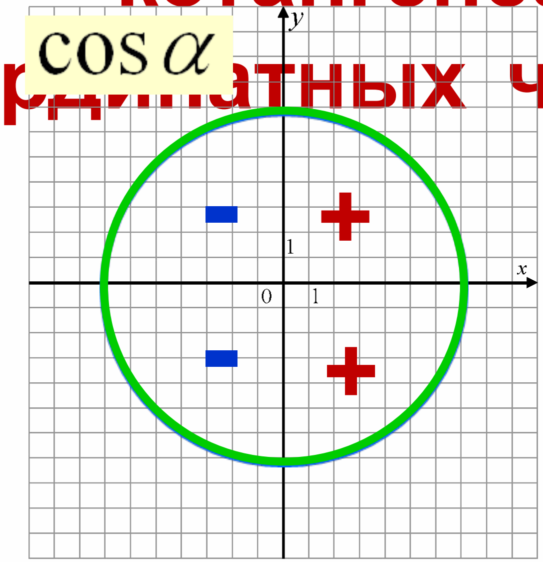
P_{270°**(0;-1)**

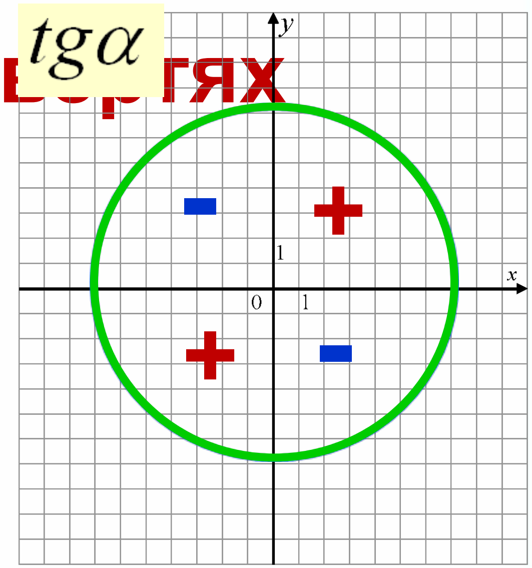
Провер

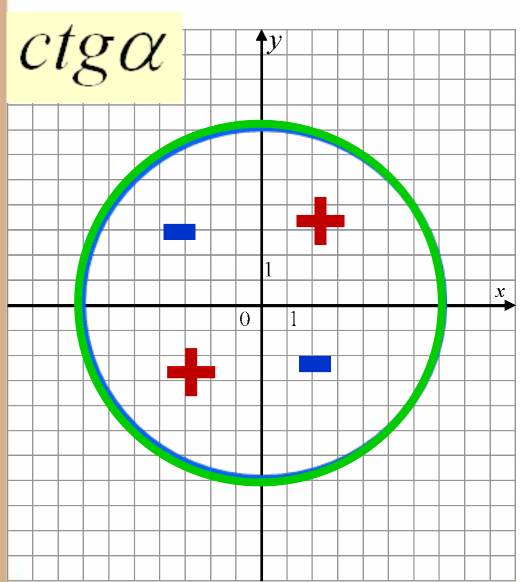
	0°	90°	180°	270°	360°
$\sin\alpha$	0	1	0	-1	0
$\cos\alpha$	1	0	-1	0	1
$tg\alpha$	0	-	0	-	0
$ctg\alpha$	-	0	-	0	-

Знаки синуса, косинуса, тангенса, котангенса в координатных четвертях









$\sin 68^\circ > 0$

$\sin 153^\circ > 0$

$\sin 249^\circ < 0$

$\sin 315^\circ < 0$

$\cos 76^\circ > 0$

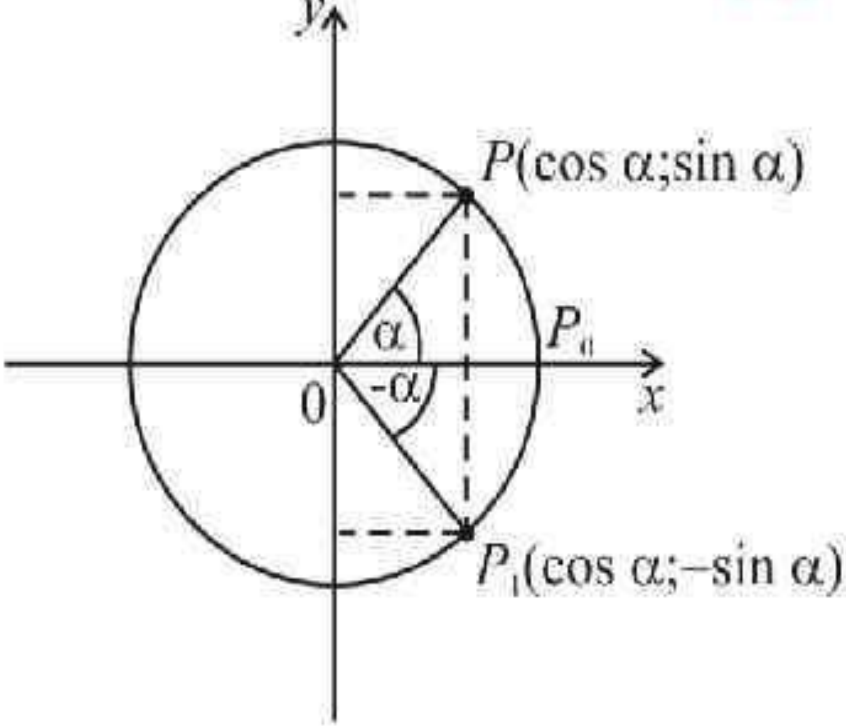
$\cos 236^\circ < 0$

$tg 127^\circ < 0$

$ctg 195^\circ > 0$

Четность, нечетность тригонометрических функций

Синус, тангенс и котангенс являются *нечетными функциями*, а косинус является *четной функцией*, т.е.



$$\sin(-\alpha) = -\sin\alpha;$$

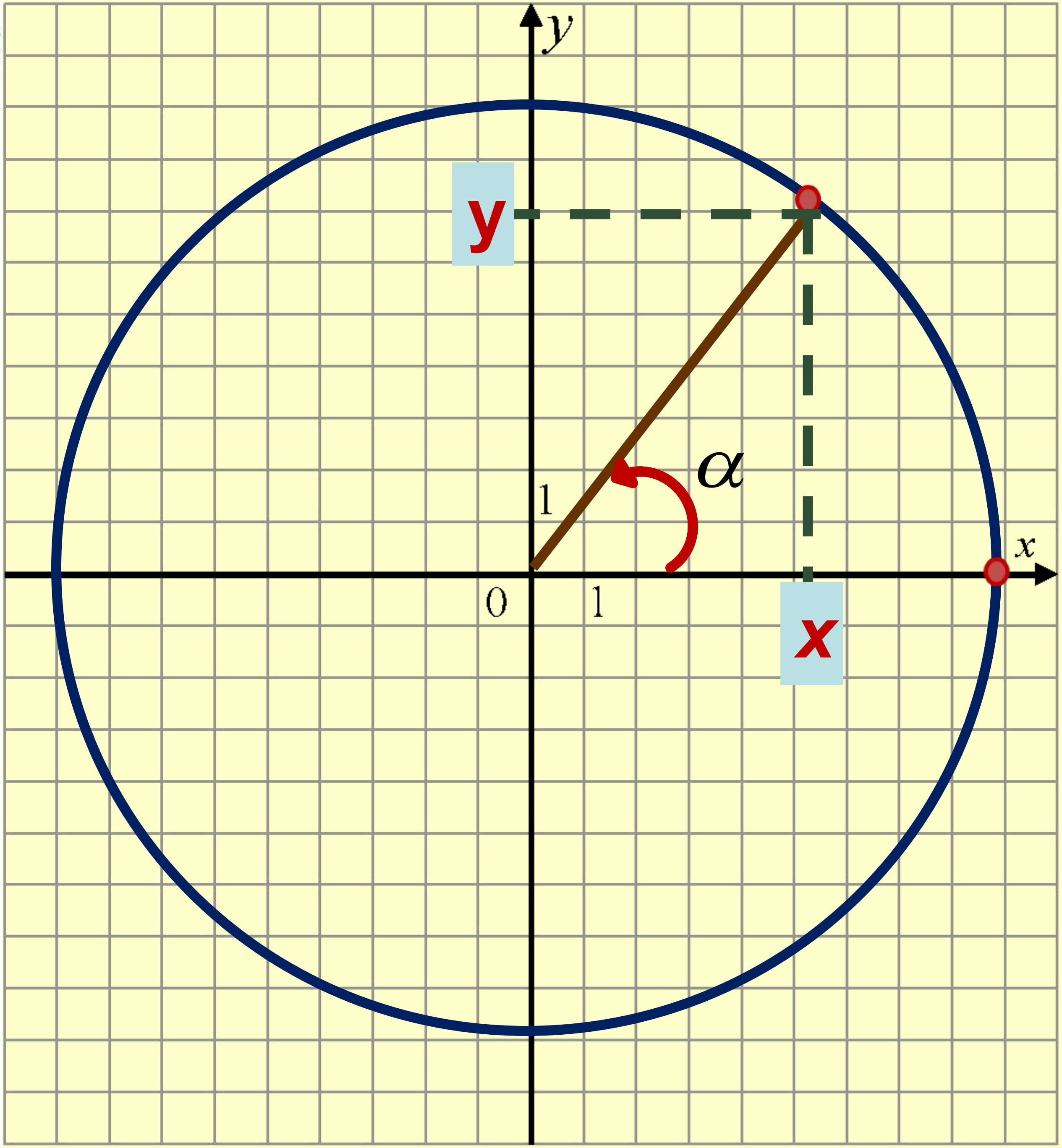
$$\cos(-\alpha) = \cos\alpha;$$

$$\mathrm{tg}(-\alpha) = -\mathrm{tg}\,\alpha;$$

$$\mathrm{ctg}(-\alpha) = -\mathrm{ctg}\,\alpha.$$

Периодичность тригонометрических функций

При изменении угла на целое число оборотов
значения синуса, косинуса, тангенса, котангенса
не изменяются

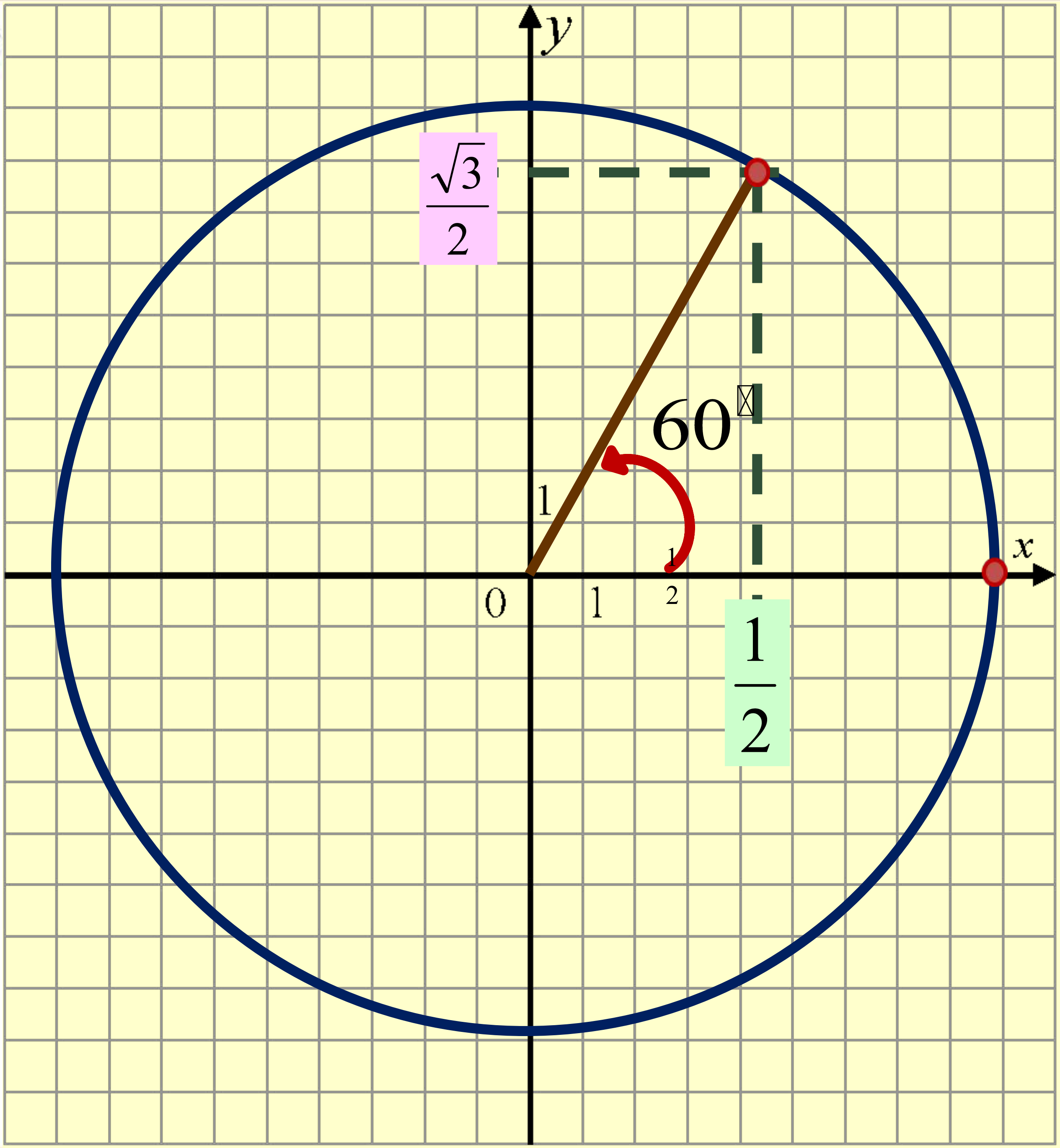


$$\sin\alpha = \sin(\alpha + 360^\circ) = \sin(\alpha + 2\cdot 360^\circ) = \sin(\alpha + n\cdot 360^\circ)$$

$$\cos\alpha = \cos(\alpha + 360^\circ) = \cos(\alpha + 2\cdot 360^\circ) = \cos(\alpha + n\cdot 360^\circ)$$

$$tg\alpha = tg(\alpha + n\cdot 180^\circ)$$

$$ctg\alpha = ctg(\alpha + n\cdot 180^\circ)$$



$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$\sin 780^\circ$ – ?

$\cos 780^\circ$ – ?

$$\sin 780^\circ =$$
$$= \sin(60^\circ + 2 \cdot 360^\circ) =$$
$$= \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 780^\circ =$$
$$= \cos(60^\circ + 2 \cdot 360^\circ) =$$
$$= \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\sin 765^\circ = \sin(45^\circ + 2\cdot 360^\circ) = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos 1110^\circ = \cos(30^\circ + 3\cdot 360^\circ) = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin(-1470^\circ) = -\sin 1470^\circ = -\sin(30^\circ + 4\cdot 360^\circ) = -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2}$$

$$\cos(-1140^\circ) = \cos 1140^\circ = \cos(60^\circ + 3\cdot 360^\circ) = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

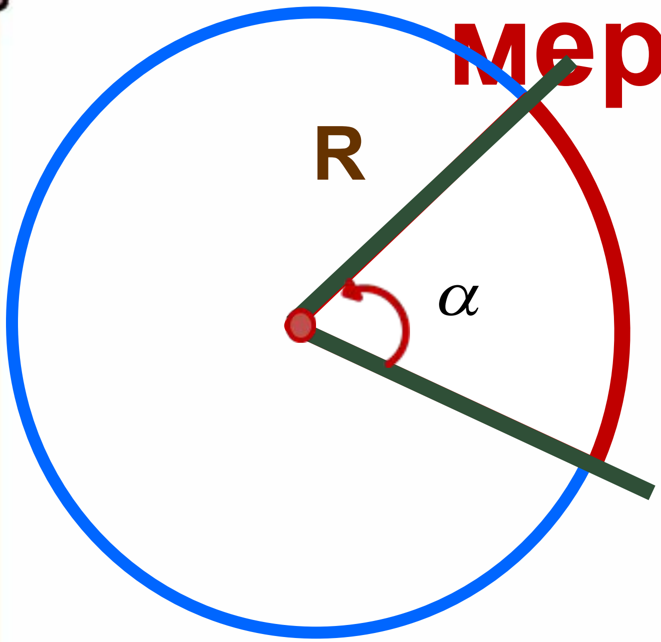
$$\sin(-810^\circ) = -\sin 810^\circ = -\sin(90^\circ + 2\cdot 360^\circ) = -\sin 90^\circ = -1$$

$$\cos(-1170^\circ) = \cos 1170^\circ = \cos(90^\circ + 3\cdot 360^\circ) = \cos 90^\circ = 0$$

Радианная мера угла

α центральный угол

R – радиус



Если R = C,
то центральный угол равен
одному радиану

Радианной мерой угла называется отношение длины соответствующей дуг
к радиусу окружности.

$$1 \, рад \approx 57^{\circ}$$

$$180^{\circ} - \pi$$

$$n^{\circ} - \alpha$$

$$\alpha = \frac{n \cdot \pi}{180}$$

$$n^{\circ} = \frac{\alpha \cdot 180^{\circ}}{\pi}$$

$$n = 60^{\circ}$$

$$\alpha = \frac{60 \cdot \pi}{180} = \frac{\pi}{3}$$

$$60^{\circ} = \frac{\pi}{3}$$

$$\alpha = \frac{\pi}{4}$$

$$n^{\circ} = \frac{\frac{\pi}{4} \cdot 180^{\circ}}{\pi} = \frac{\pi \cdot 180^{\circ}}{4 \cdot \pi} = \frac{180^{\circ}}{4} = 45^{\circ}$$

$$\frac{\pi}{4} = 45^{\circ}$$

Градусная и радианная меры углов

Угол в градусах n°	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
Угол в радианах α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3}{2}\pi$	2π