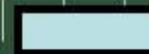
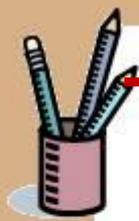


НАЧАЛА ТРИГОНОМЕТРИИ





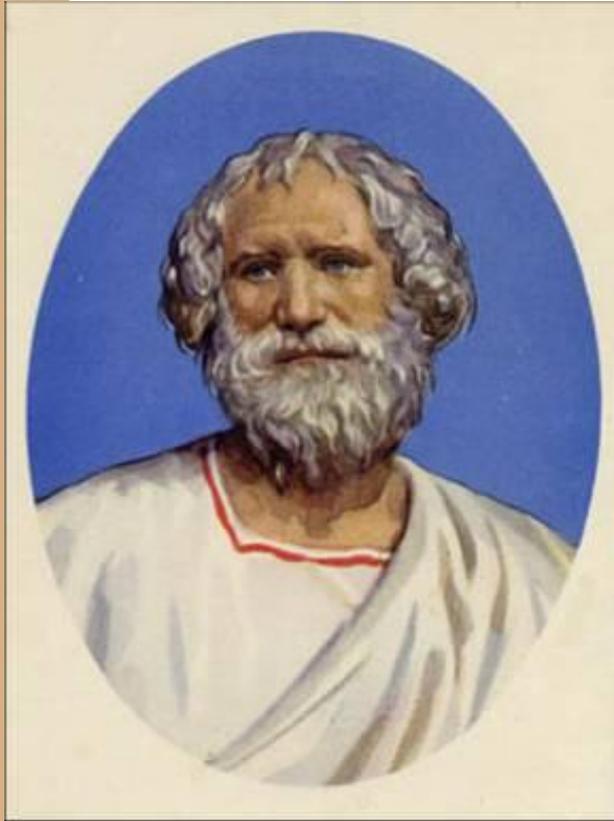
Тригонометрия (от греч. *τρίγωνο* (треугольник) и греч. *μετρέιν* (измерять), то есть измерение треугольников) — раздел математики, в котором изучаются тригонометрические функции и их приложения к геометрии.

Данный термин впервые появился в 1595 г. как название книги немецкого математика Бартоломеуса Питискуса (*Bartholomäus Pitiscus, 1561—1613*),

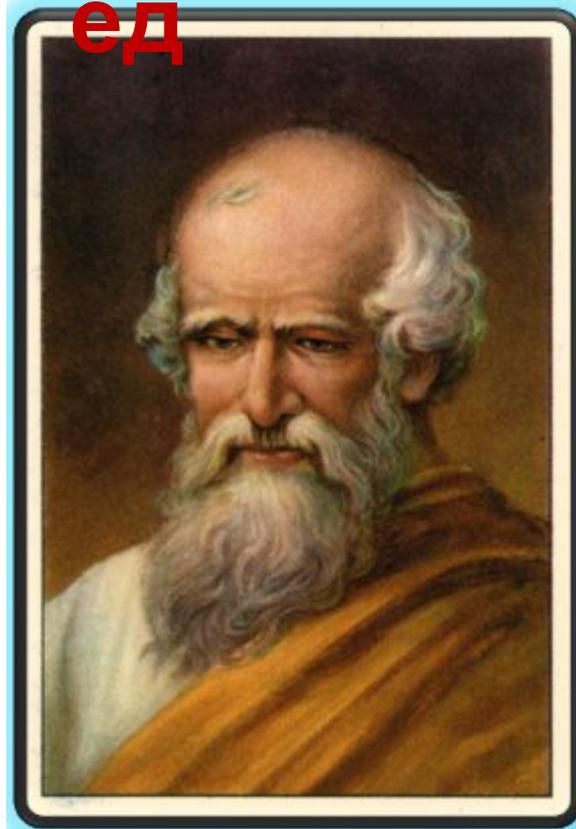
а сама наука ещё в глубокой древности использовалась для расчётов в астрономии, геодезии и архитектуре.



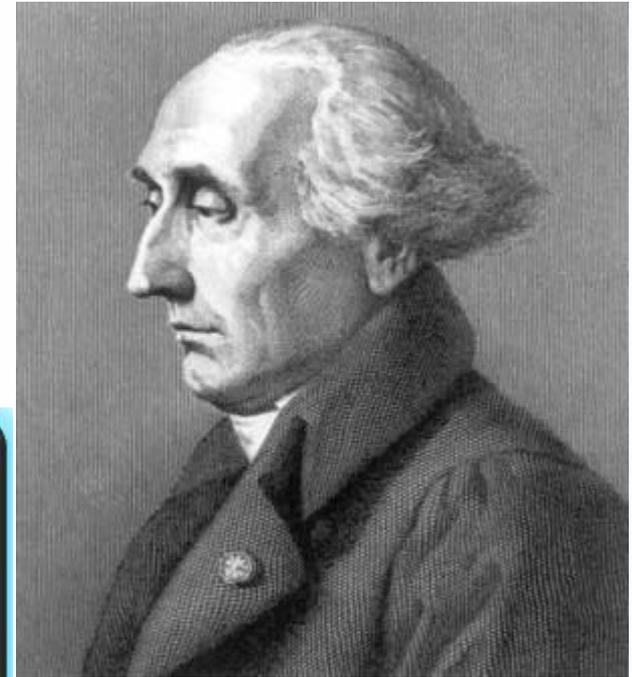
Эти ученые внесли свой вклад в развитие тригонометрии



**Фал
ес**



**Архим
ед**



**Жозеф
Луи
Лагранж**



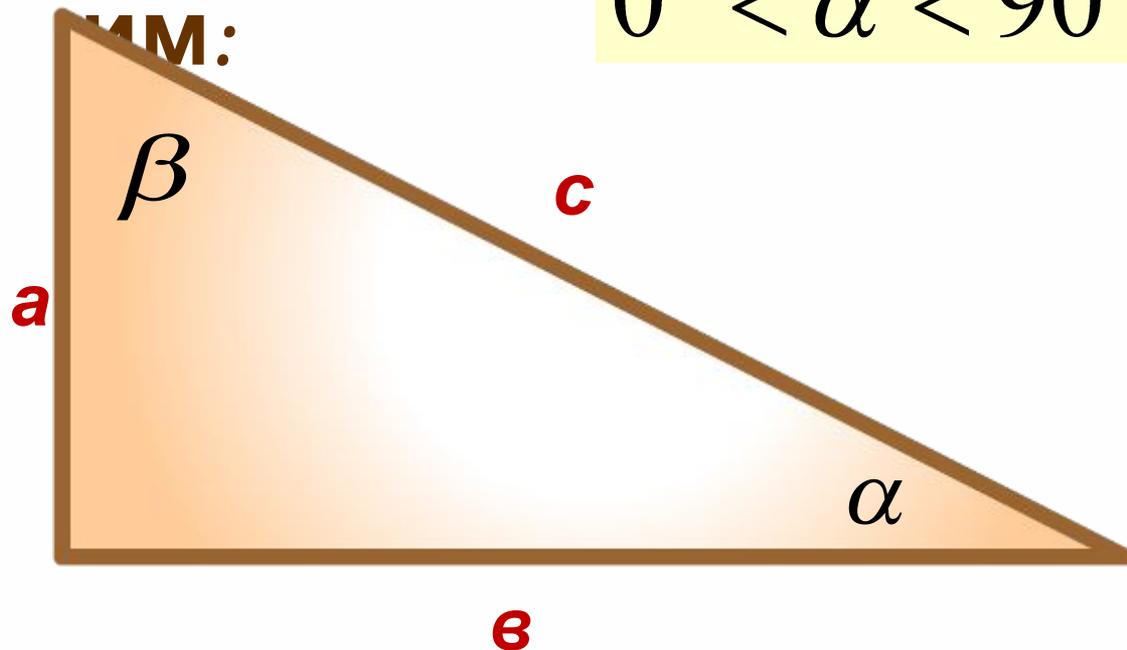
Тригонометрия – математическая дисциплина, изучающая зависимость между сторонами и углами треугольника.



Вспомни

Формулы:

$$0^\circ < \alpha < 90^\circ$$



$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

Синус острого угла в прямоугольном треугольнике — отношение противолежащего катета к гипотенузе.

Косинус — отношение прилежащего катета к гипотенузе.

Тангенс — отношение противолежащего



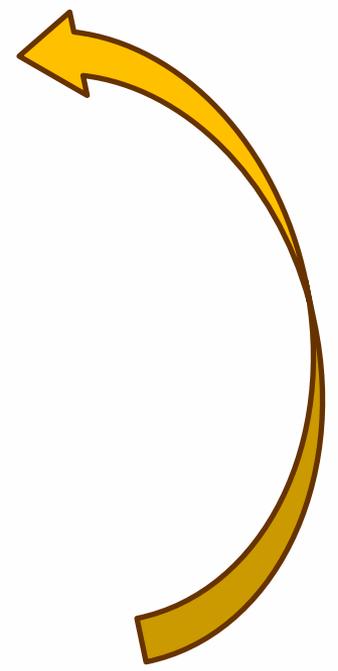
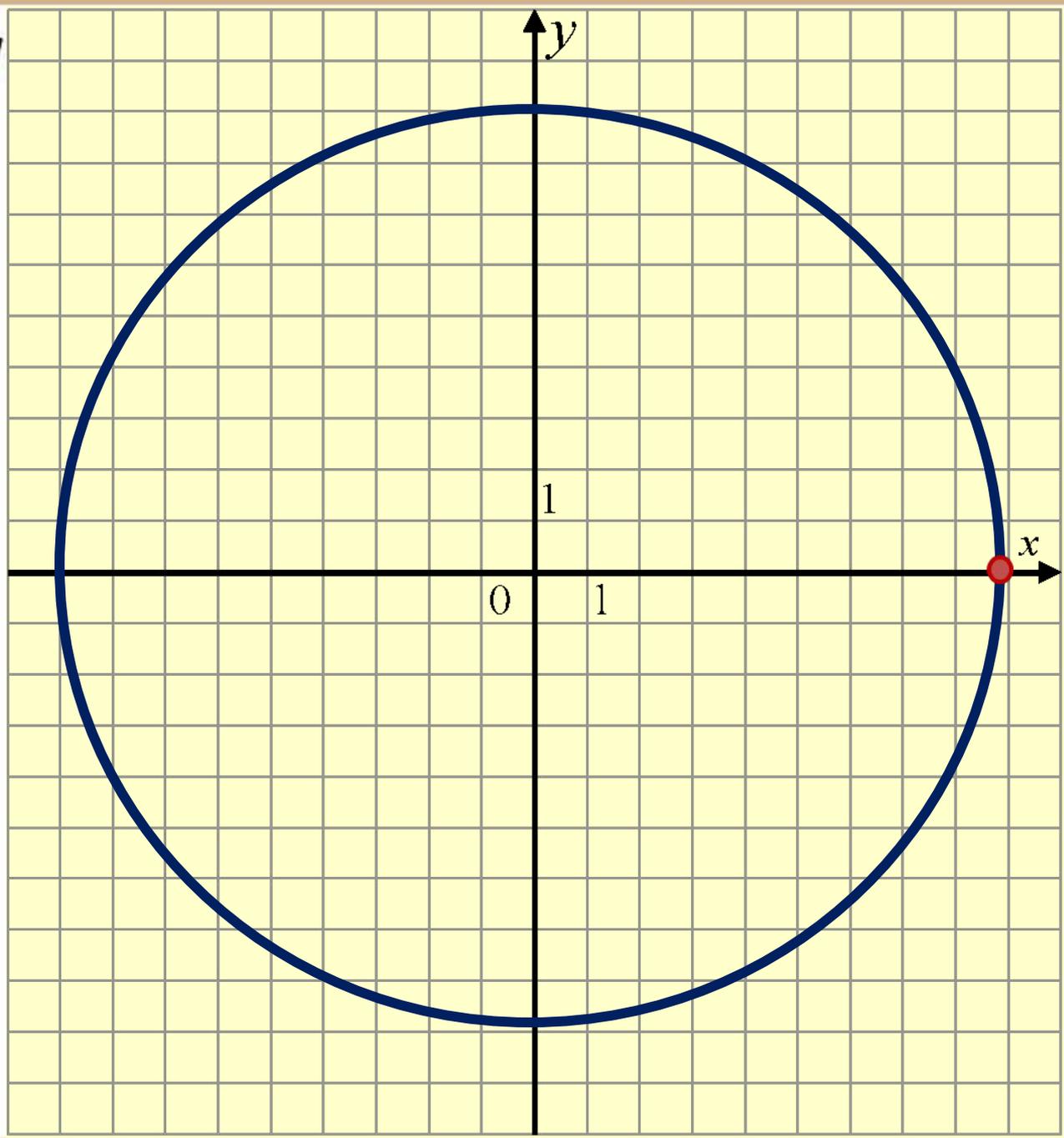
В *XVIII* веке Леонард Эйлер дал современные, более общие определения, расширив область определения этих функций на всю

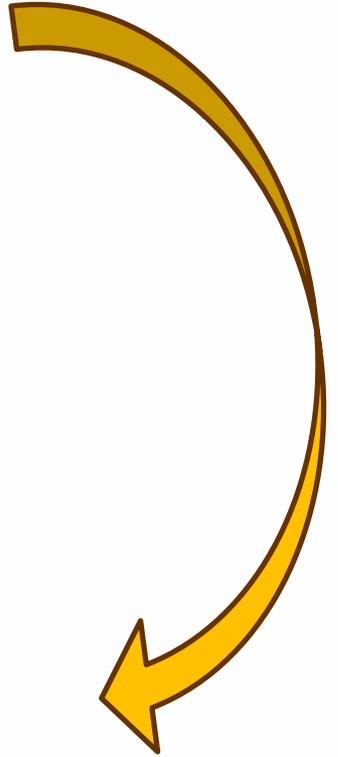
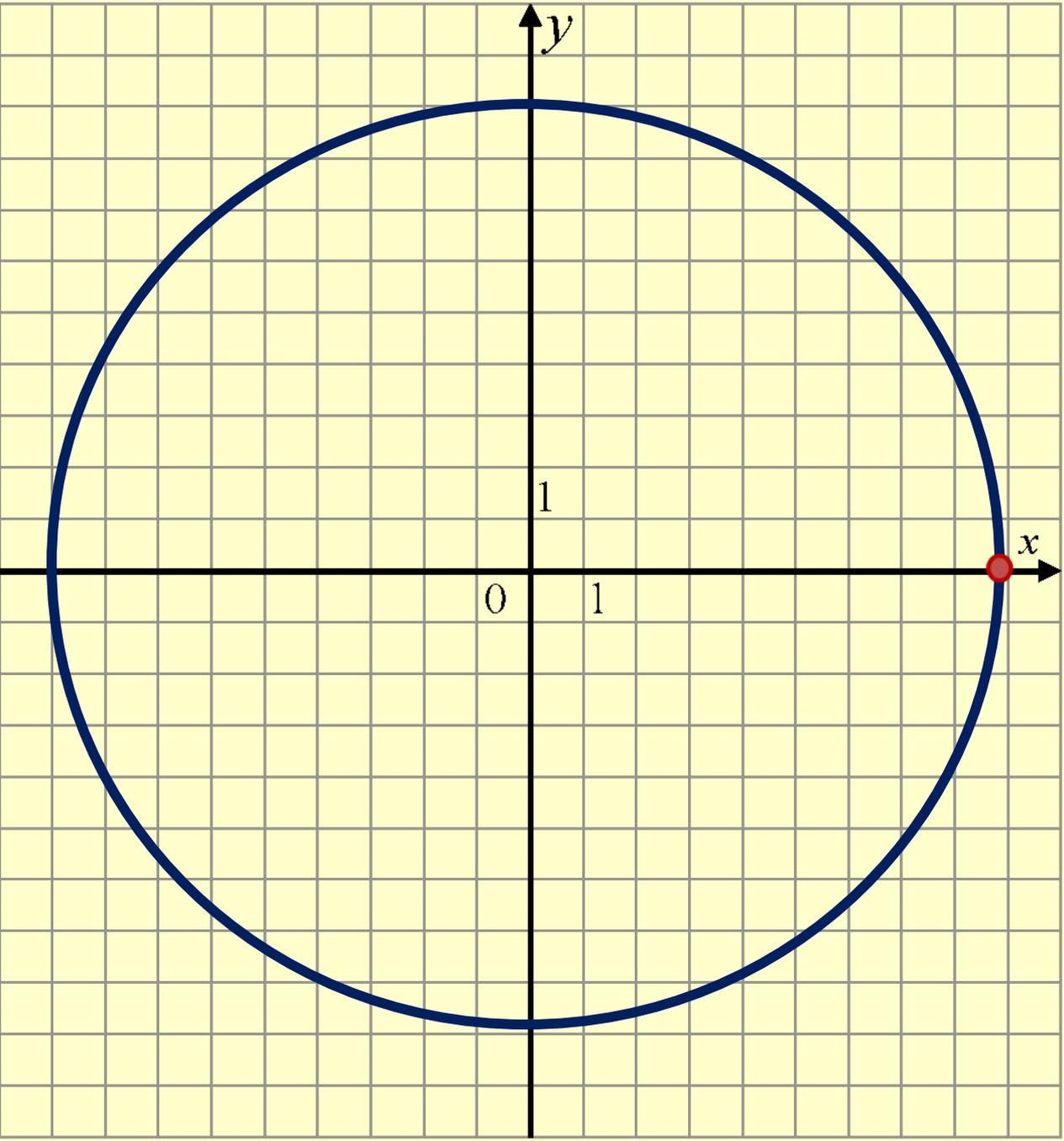
α – угол поворота

$$-\infty < \alpha < +\infty$$

$$\alpha \in R$$

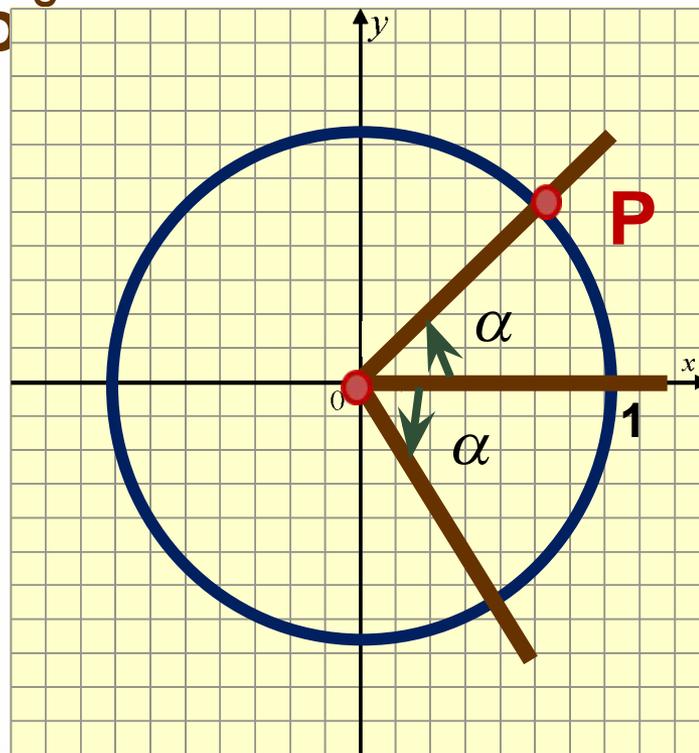






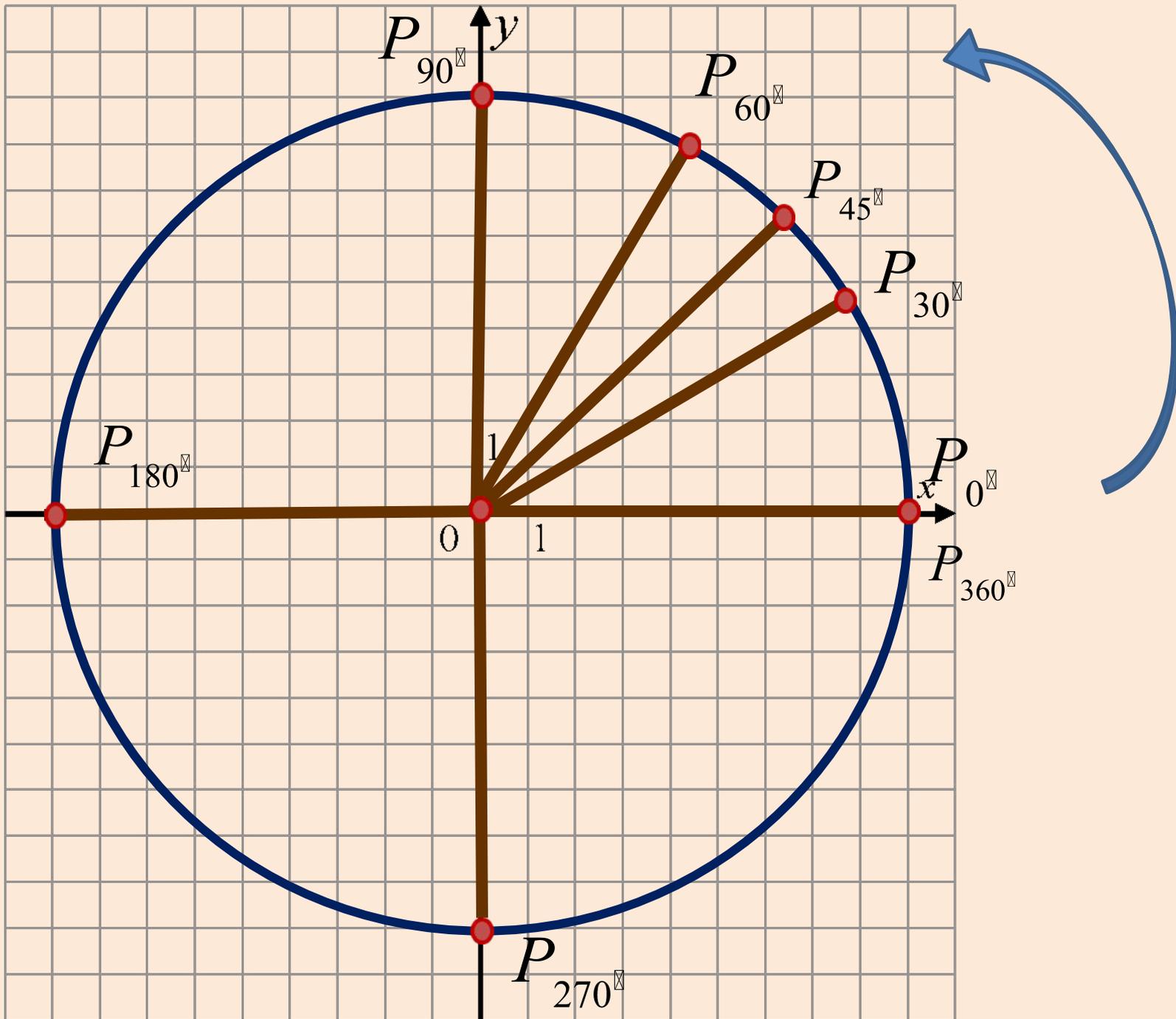


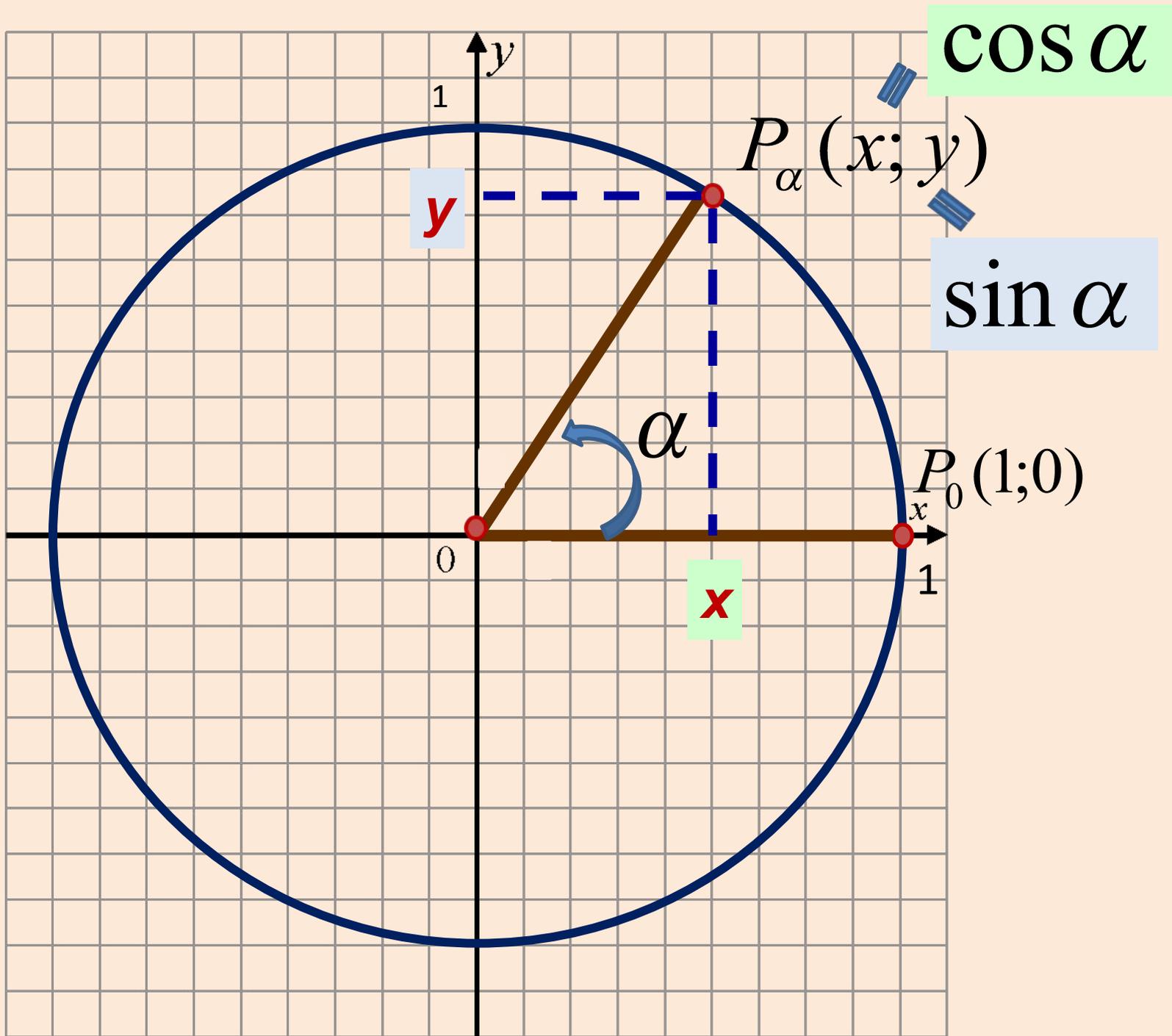
Рассмотрим в прямоугольной системе координат окружность единичного радиуса и отложим от горизонтальной оси угол (если величина угла положительна, то откладываем против часовой стрелки, иначе по часовой стрелке). Точку пересечения построенной окружностью обозначим



к окружностью
 $\alpha > 0$

$\alpha < 0$







Синус $\sin \alpha = y$ ся как

$$\cos \alpha = x$$

Косин

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{y}{x}$$

P_α
ОЧКИ

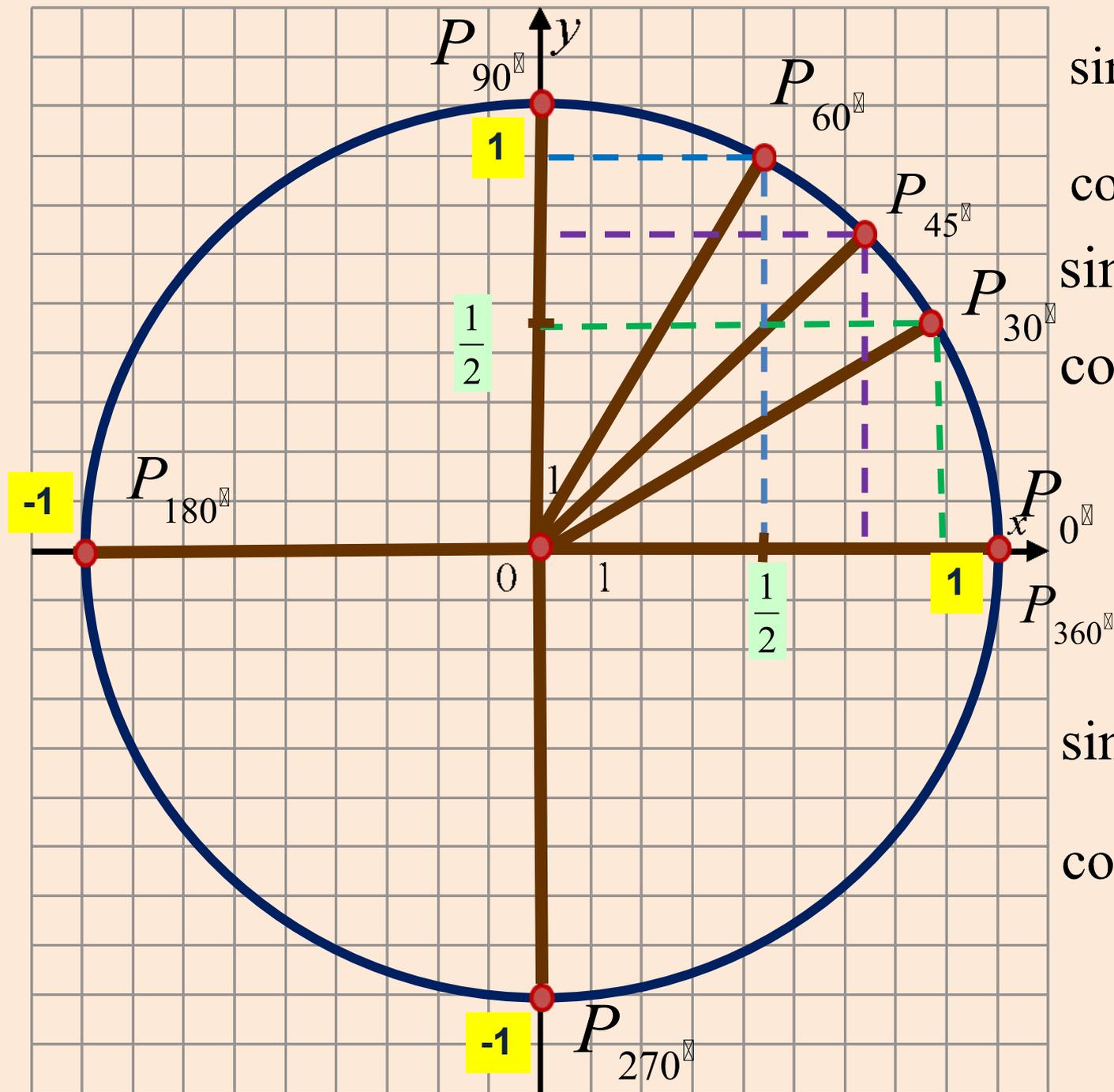
Тангенс

НАТЫ К

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{x}{y}$$

Котангенс

ОТНОШЕНИЕ АБСЦИССЫ К



$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\cos 30^\circ \approx 0,9$$

$$\sin 45^\circ \approx 0,7$$

$$\cos 45^\circ \approx 0,7$$

$$\sin 60^\circ \approx 0,9$$

$$\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

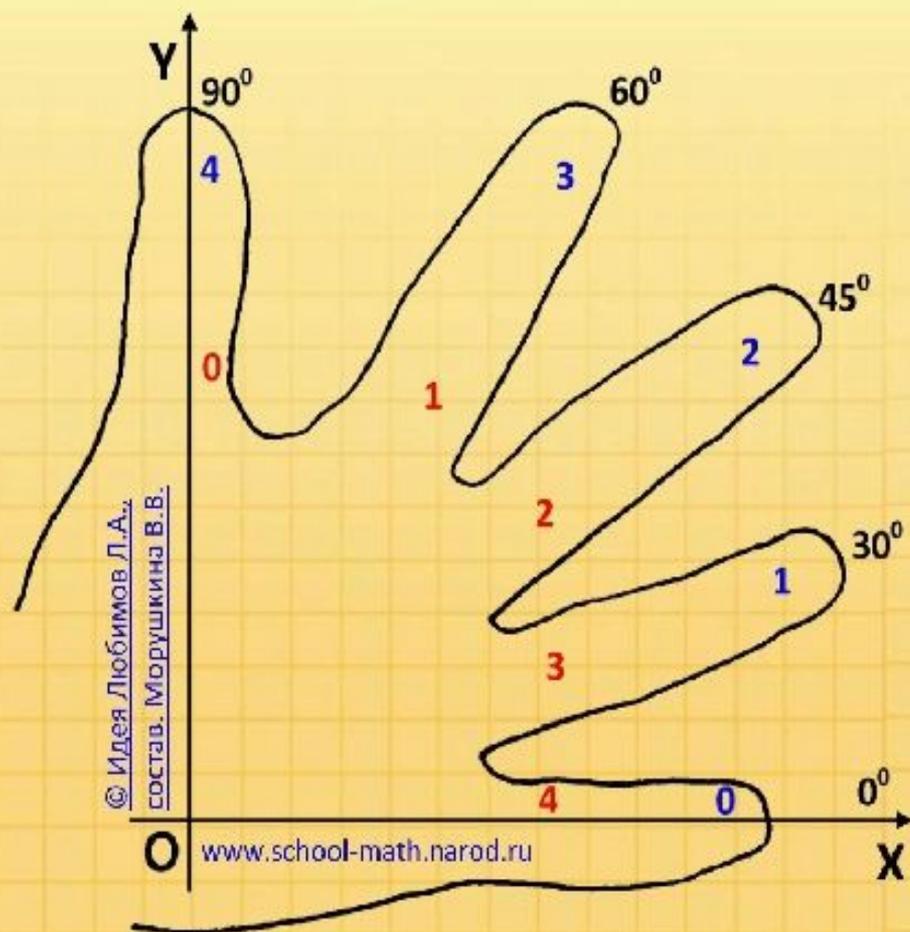


Запомни

	30°	45°	60°
$\sin \alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$tg \alpha$	$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$
$ctg \alpha$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$



Как запомнить значения \sin и \cos

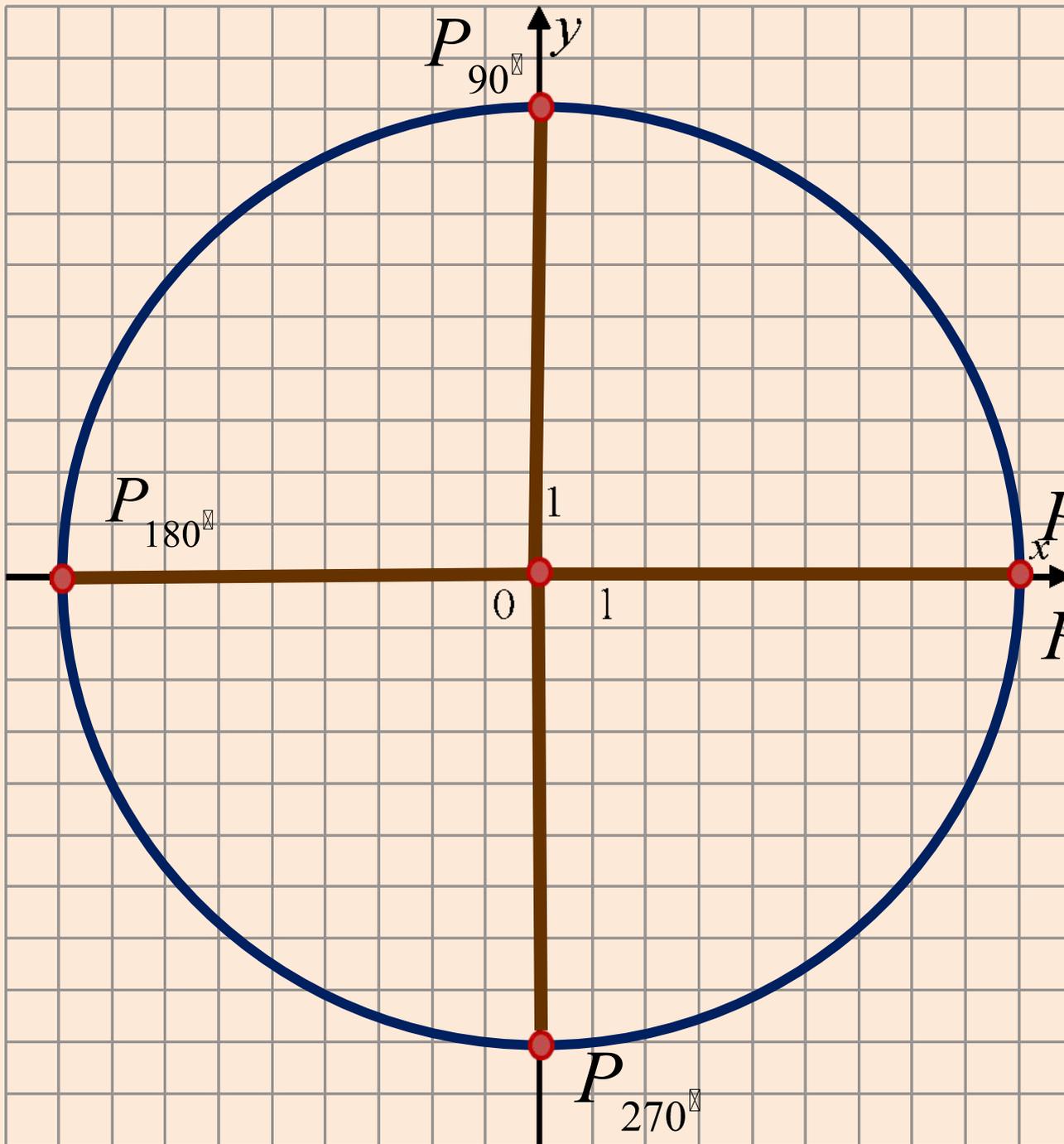


$\sin \alpha = \frac{\sqrt{N}}{2}$, где $N=0,1,2,3,4$ –
номер пальца в «+» направлении с 0°

$\cos \alpha = \frac{\sqrt{N}}{2}$, где $N=0,1,2,3,4$ –
номер пальца в «-» направлении с 90°

Корень из пальца пополам!





$$P_0 \text{ (1; 0)}$$

$$P_{90} \text{ (0; 1)}$$

$$P_{0} \text{ (1; 0)}$$
$$P_{360}$$

$$P_{180} \text{ (-1; 0)}$$

$$P_{270} \text{ (0; -1)}$$



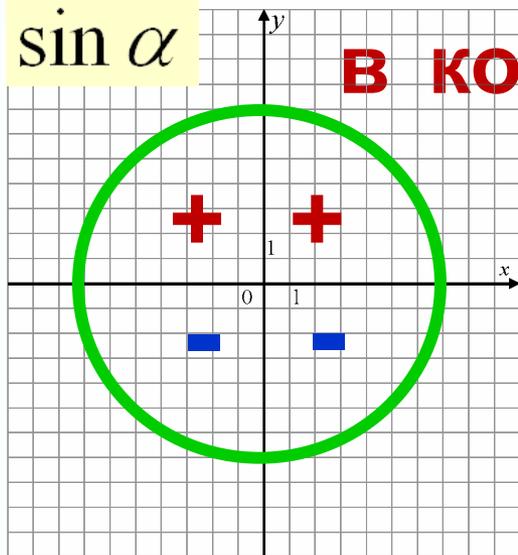
Провер

	0°	90°	180°	270°	360°
$\sin \alpha$	0	1	0	-1	0
$\cos \alpha$	1	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$	0	-	0	-	0
$\operatorname{ctg} \alpha$	-	0	-	0	-

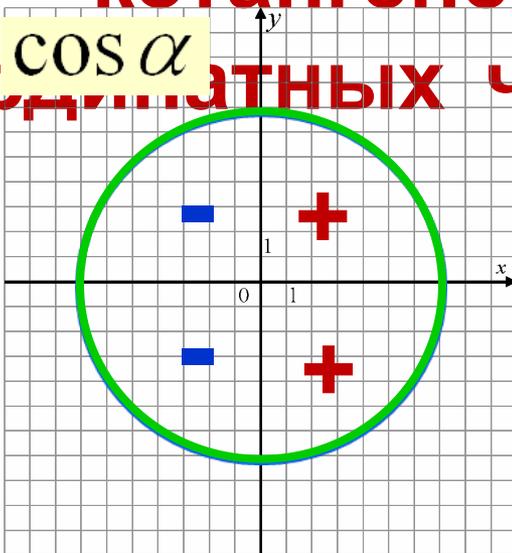
Знаки синуса, косинуса, тангенса, котангенса



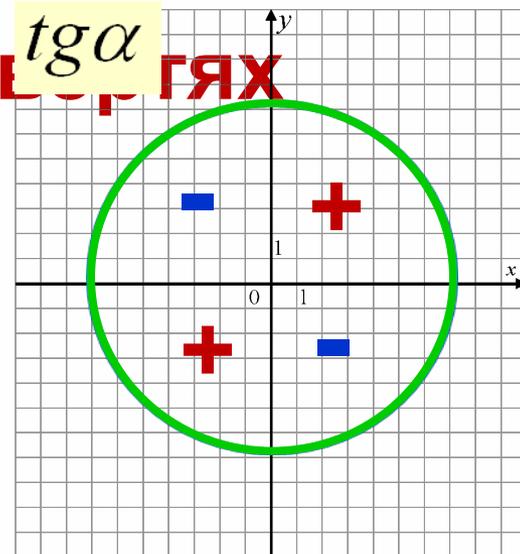
$\sin \alpha$



$\cos \alpha$

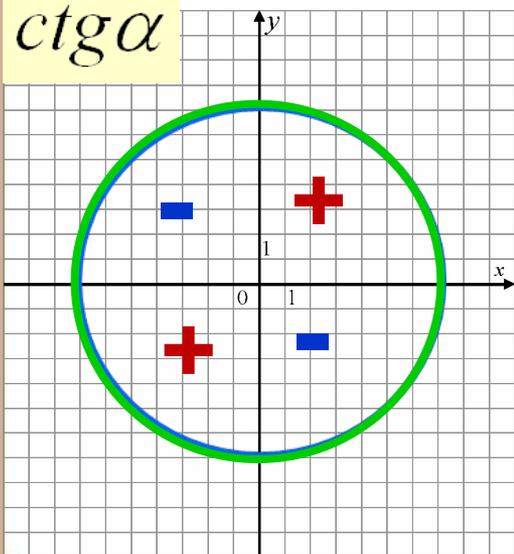


$\operatorname{tg} \alpha$



В КООРДИНАТНЫХ ЧЕТВЕРТЯХ

$\operatorname{ctg} \alpha$



$$\sin 68^\circ > 0$$

$$\sin 153^\circ > 0$$

$$\sin 249^\circ < 0$$

$$\sin 315^\circ < 0$$

$$\cos 76^\circ > 0$$

$$\cos 236^\circ < 0$$

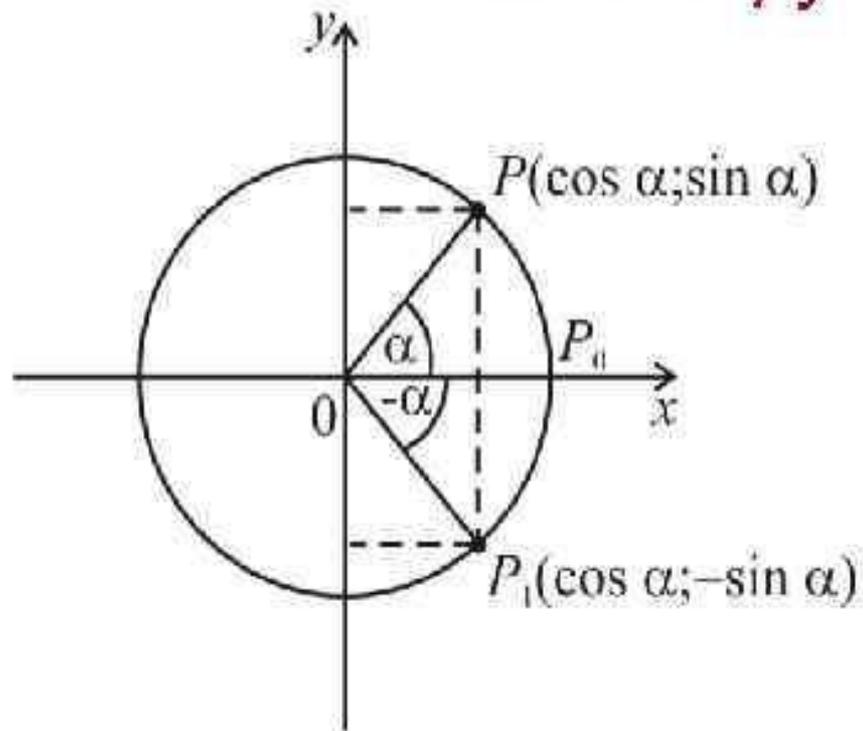
$$\operatorname{tg} 127^\circ < 0$$

$$\operatorname{ctg} 195^\circ > 0$$

Четность, нечетность тригонометрических функций



Синус, тангенс и котангенс являются *нечетными функциями*, а косинус является *четной функцией*, т.е.



$$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha;$$

$$\cos(-\alpha) = \cos \alpha;$$

$$\operatorname{tg}(-\alpha) = -\operatorname{tg} \alpha;$$

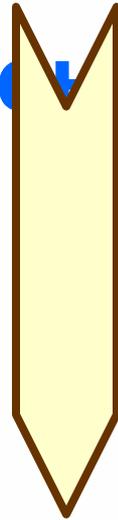
$$\operatorname{ctg}(-\alpha) = -\operatorname{ctg} \alpha.$$

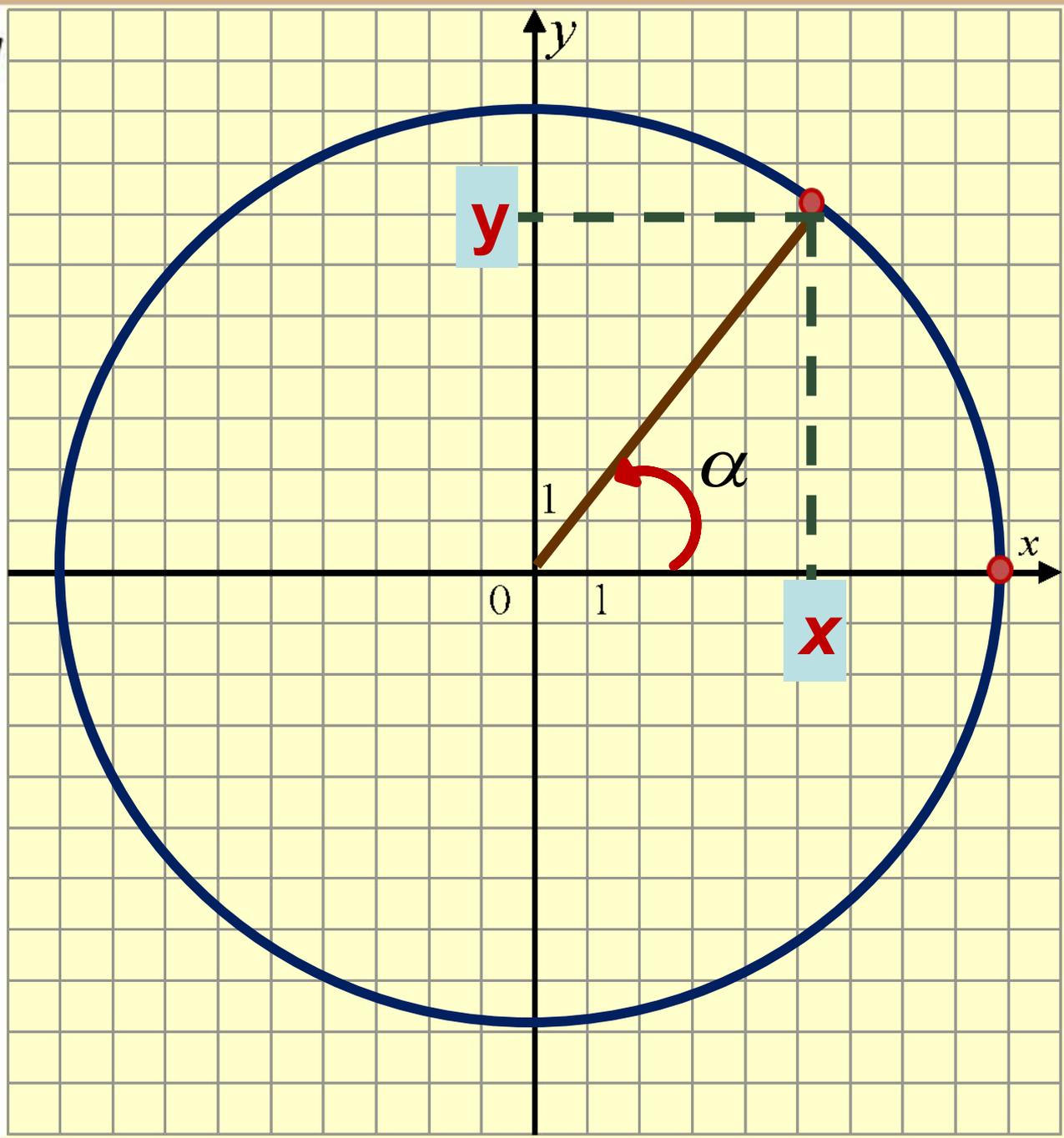


Периодичность тригонометрических функций

При изменении угла на целое число
оборотов
значения синуса, косинуса, тангенса,
котангенса

не изменяются



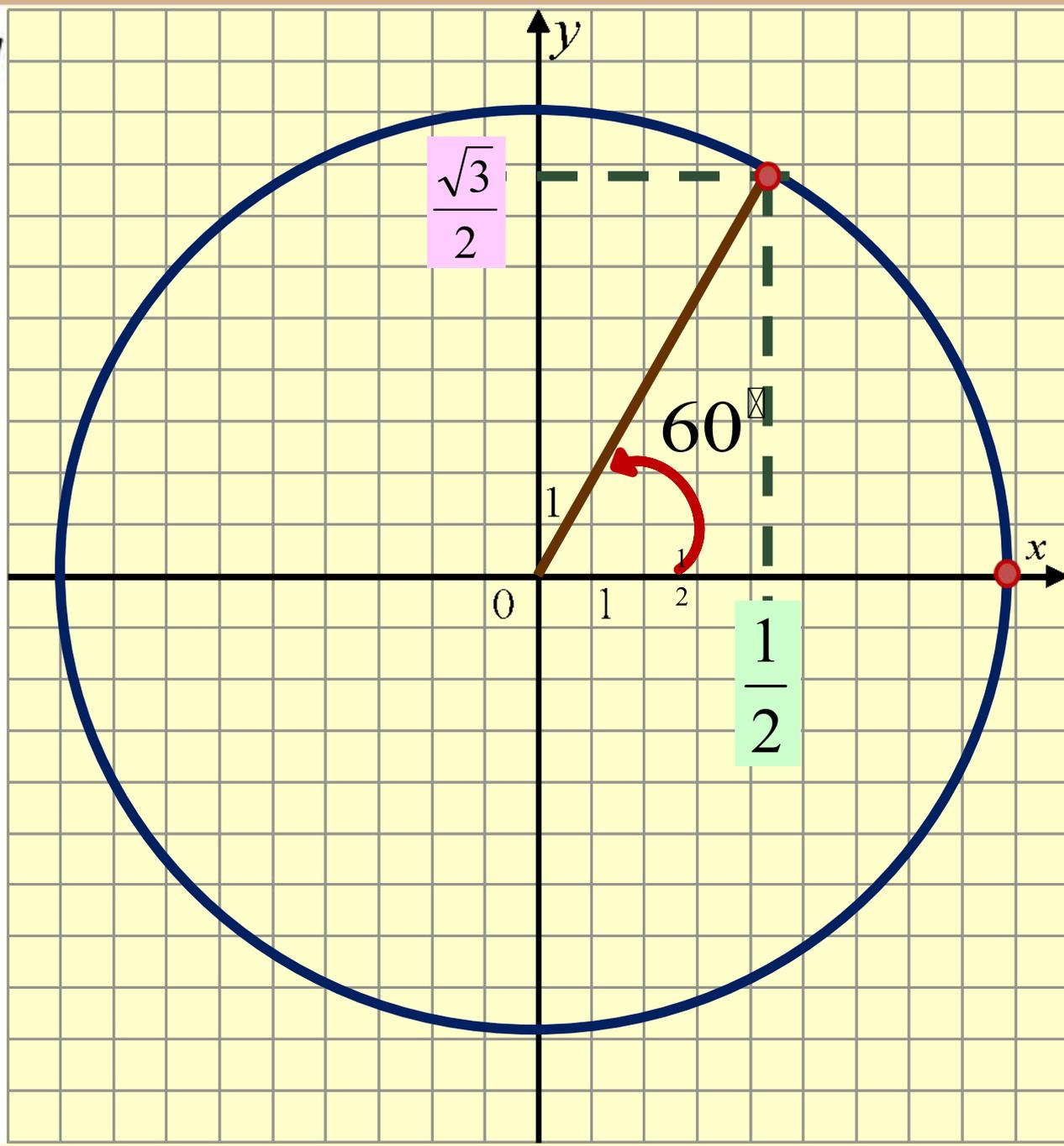


$$\begin{aligned} \sin \alpha &= \\ &= \sin(\alpha + 360^\circ) = \\ &= \sin(\alpha + 2 \cdot 360^\circ) = \\ &= \sin(\alpha + n \cdot 360^\circ) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= \\ &= \cos(\alpha + 360^\circ) = \\ &= \cos(\alpha + 2 \cdot 360^\circ) = \\ &= \cos(\alpha + n \cdot 360^\circ) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha &= \\ &= \operatorname{tg}(\alpha + n \cdot 180^\circ) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \operatorname{ctg} \alpha &= \\ &= \operatorname{ctg}(\alpha + n \cdot 180^\circ) \end{aligned}$$



$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\sin 780^\circ = ?$$
$$\cos 780^\circ = ?$$

$$\begin{aligned} \sin 780^\circ &= \\ &= \sin(60^\circ + 2 \cdot 360^\circ) = \\ &= \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos 780^\circ &= \\ &= \cos(60^\circ + 2 \cdot 360^\circ) = \\ &= \cos 60^\circ = \frac{1}{2} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}\sin 765^\circ &= \\ &= \sin(45^\circ + 2 \cdot 360^\circ) = \\ &= \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\cos 1110^\circ &= \\ &= \cos(30^\circ + 3 \cdot 360^\circ) = \\ &= \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}\end{aligned}$$

$$\sin(-1470^\circ) = -\sin 1470^\circ = -\sin(30^\circ + 4 \cdot 360^\circ) = -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2}$$

$$\cos(-1140^\circ) = \cos 1140^\circ = \cos(60^\circ + 3 \cdot 360^\circ) = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

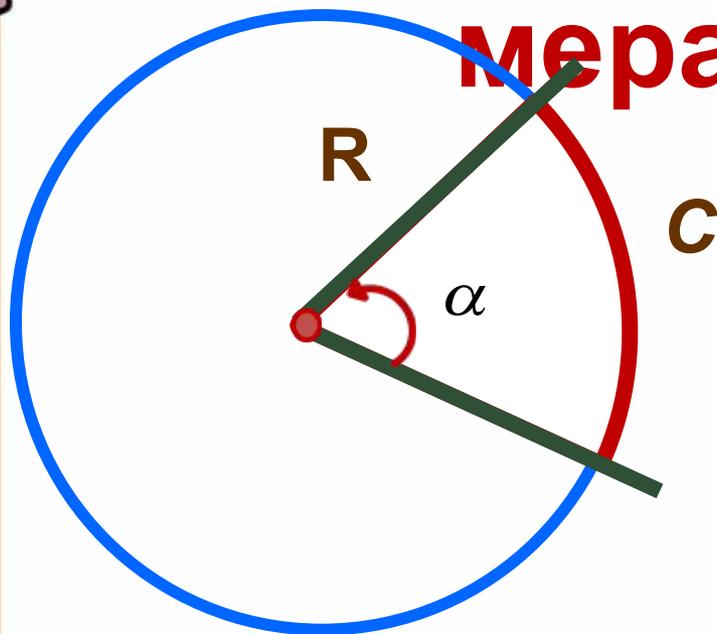
$$\sin(-810^\circ) = -\sin 810^\circ = -\sin(90^\circ + 2 \cdot 360^\circ) = -\sin 90^\circ = -1$$

$$\cos(-1170^\circ) = \cos 1170^\circ = \cos(90^\circ + 3 \cdot 360^\circ) = \cos 90^\circ = 0$$



Радианная мера угла

α – центральный
угол
 R – радиус



Если $R = C$,
то центральный угол
равен

одному радиану
Радианной мерой угла называется
отношение длины
соответствующей дуги
к радиусу окружности.

$$1 \text{ рад} \approx 57^\circ$$



$$180^\circ - \pi$$

$$n^\circ - \alpha$$

$$\alpha = \frac{n \cdot \pi}{180}$$

$$n^\circ = \frac{\alpha \cdot 180^\circ}{\pi}$$

$$n = 60^\circ$$

$$\alpha = \frac{60 \cdot \pi}{180} = \frac{\pi}{3}$$

$$60^\circ = \frac{\pi}{3}$$

$$\alpha = \frac{\pi}{4}$$

$$n^\circ = \frac{\frac{\pi}{4} \cdot 180^\circ}{\pi} = \frac{\pi \cdot 180^\circ}{4 \cdot \pi} = \frac{180^\circ}{4} = 45^\circ$$

$$\frac{\pi}{4} = 45^\circ$$



Градусная и радианная меры углов

Угол в градусах n	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
Угол в радианах α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3}{2}\pi$	2π