

# **Динамические расчеты в системе SCAD**

**Д.т.н. Перельмутер А.В.**

**Лекция на семинаре SCAD Soft**

# Порядок изложения

1. Мотивация
2. Расчетные модели в задачах динамики
3. Собственные частоты и формы
4. Демпфирование колебаний
5. Резонансные кривые (АЧХ)
6. Гармоническое возбуждение
7. Сейсмика
8. Пульсации ветрового потока
9. Спектры ответа

# 1. Мотивация

Система инженерного образования построена таким образом, что задачам динамики уделяется незаслуженно малое внимание. Многочисленными упражнениями у студентов и вырабатывается определенная интуиция по проблемам статического анализа конструкций, но **«динамическое чутье» остается совсем неразвитым.**

Отсюда многие ошибки, а также формальная подготовка исходной информации для решения динамической задачи средствами автоматизированного проектирования.

## 2. Расчетные модели

Расчетная схема, с помощью которой описывается упругое сопротивление конструкции в процессе анализа динамической реакции сооружения, чаще всего принимается такой же, как и при статическом расчете. Естественно, в такую схему добавляются инерционные характеристики и данные о силах сопротивления движению; кроме того, более детально описываются и внешние воздействия, которые могут быть представлены как некоторые функции времени.

**В задачах динамики основной интригой является взаимодействие и взаимовлияние сил упругости (жесткости сооружения) и сил инерции.**

## 2. Расчетные модели

**Отметим определенную опасность использования описания несущей конструкции, одинакового для статического и динамического расчетов.**

**Имеется два основных источника расхождений между расчетными схемами в статике и в динамике:**

- **структура конструктивной системы;**
- **характеристики материалов.**

# 2. Расчетные модели

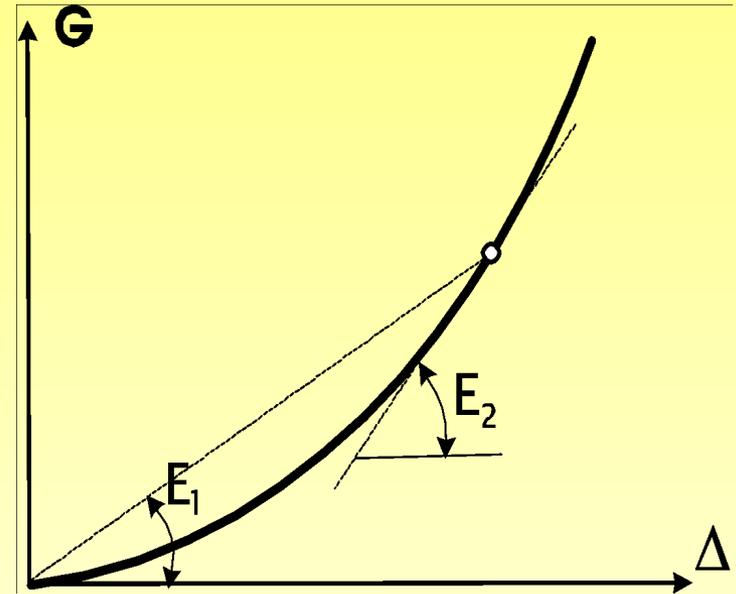
## 2.1. Структура конструктивной системы

При статических расчетах, ориентированных на предельные состояния, из расчетной модели удаляются элементы, которые мало сказываются на предельном сопротивлении (перегородки, элементы ограждающих конструкций и др.). Но при анализе динамического поведения, особенно в части оценки вклада высших собственных частот, соответствующие амплитуды колебаний могут оказаться намного меньшими, чем те перемещения, при которых эти «ненесущие» конструктивные элементы выбывают из работы.

## 2. Расчетные модели

### 2.2. Характеристики материалов.

**Жесткостные характеристики многих материалов (и, в особенности, оснований) при статическом расчете берутся с учетом изменений, развивающихся при длительном нагружении под действием нагрузок высокой интенсивности. Например, податливость грунтовых оснований определяется по «секущему» модулю.**



**При динамическом расчете для умеренного уровня эксплуатационных нагрузок динамическая жесткость близка к «мгновенной» статической жесткости и определяется касательным модулем.**

## 2. Расчетные модели

Неточность вычисления собственных частот и погрешности в оценке логарифмического декремента **наиболее сильно сказываются на величине угла сдвига фаз  $\mu$**  между возмущающей силой и реакцией конструкции.

В виду этой неточности часто полагают угол  $\mu$ , равномерно распределенной случайной величиной, что приводит к расчетной формуле типа «корень из суммы квадратов» (формула Розенблюма):

$$X_R = \sqrt{\sum_{i=1}^n (a_i |X_{i,\max}|)^2}$$

## 2. Расчетные модели

### 2.3. Массы

При динамических расчетах необходимо рассматривать различные варианты распределения масс по конструкции, которые возникают от нагружения системы временными длительно действующими нагрузками.

Если массы создаются из статического нагружения, то следует позаботиться, чтобы в расчетные сочетания попадали соответствующие друг другу пары результатов статического и динамического расчета, для этого динамическое нагружение следует назначить сопутствующим.

# 3. Собственные частоты

## 3.1. Количество учитываемых частот

Имеется эмпирическое правило - для системы с  $n$  динамическими степенями свободы надежно вычисляются примерно  $n/2$  первых частот и форм собственных колебаний.

Требование использования вдвое большего числа степеней свободы, чем число собственных форм, включено в нормы Комиссии по атомной энергии США в качестве альтернативного к тому, чтобы при увеличении  $n$  результаты менялись не более чем на 10%.

# 3. Собственные частоты

Бывают случаи, когда первые собственные частоты связаны с формами колебаний, которые не возбуждаются действующей нагрузкой. Это заставляет увеличивать  $n$ .



У этой конструкции несколько десятков первых форм собственных колебаний соответствуют локальным вибрациям «спиц». Для расчета основной несущей системы необходимо использовать более высокие моды.

# 3. Собственные частоты

Есть случаи, когда в нормативных документах рекомендуется учет определенного числа форм собственных колебаний (СНиП 2.01.07–85 —диапазон частот, СНиП II–7–81 —не менее 10 форм для бетонных и не менее 15 форм для земляных плотин). Однако большинство рекомендаций наших норм ориентировано на простые схемы типа консоли и требуют учета немногих частот. **Для сложных схем следует использовать большее число собственных форм.**

**Нормы США требуют, чтобы при расчетах на сейсмику сумма обобщенных масс по учитываемым формам собственных колебаний была не меньшей, чем 90% общей массы системы.**

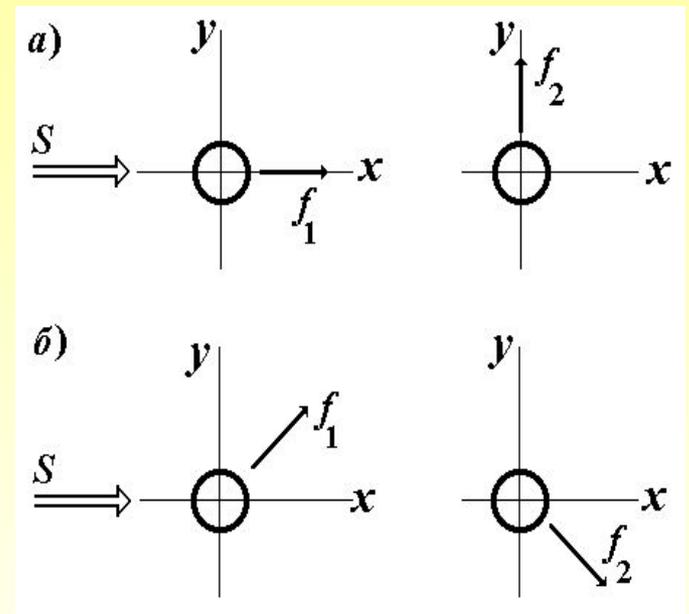
# 3. Собственные частоты

## 3.2. Кратные частоты

Все формы, соответствующие кратным частотам следует учитывать одновременно.

Кратные формы определяются неоднозначно.

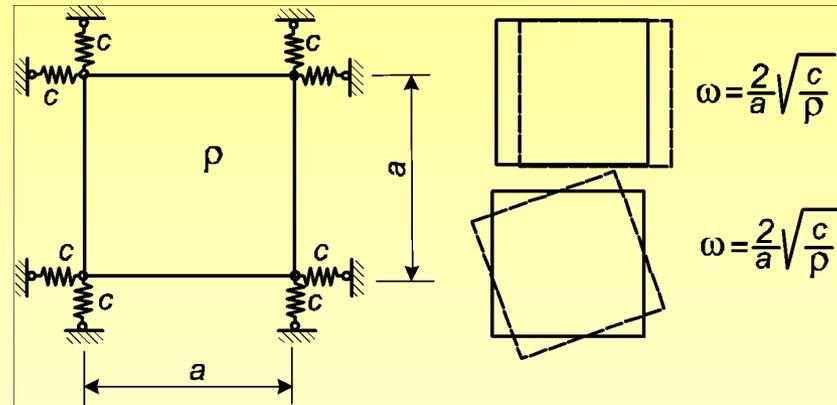
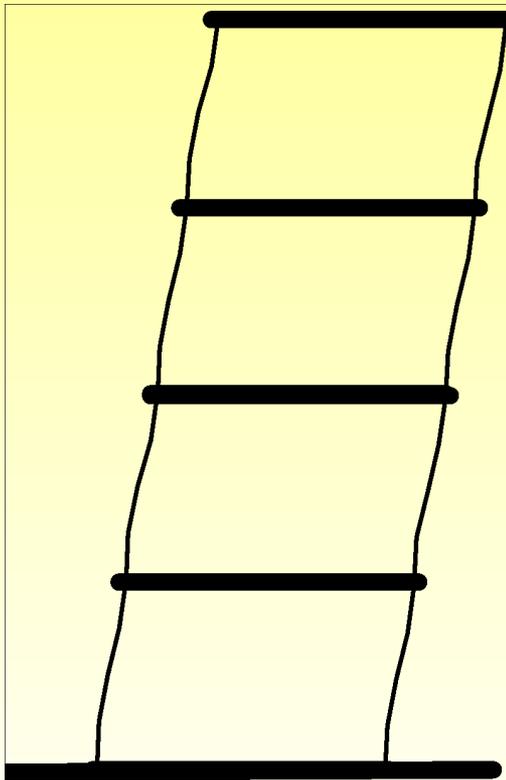
Например, вертикально расположенный консольный стержень с одинаковыми главными жесткостями имеет кратные формы, которые определяются с точностью до произвольного поворота вокруг оси  $Z$



# 3. Собственные частоты

## 3.3. О крутильных формах

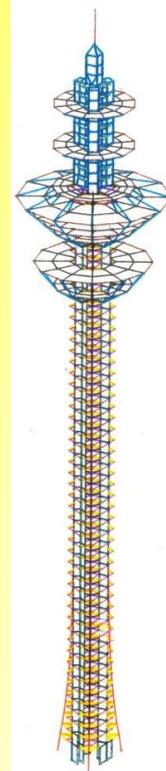
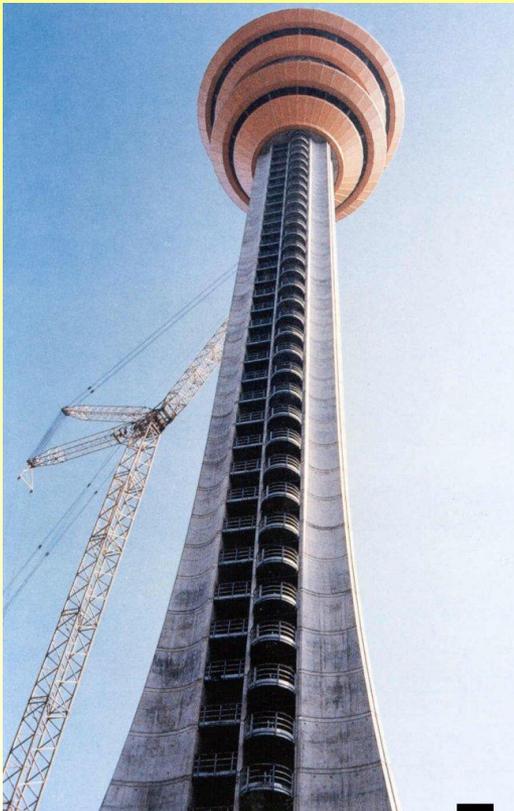
Достаточно часто встречаются случаи когда первая форма собственных колебаний является крутильной.



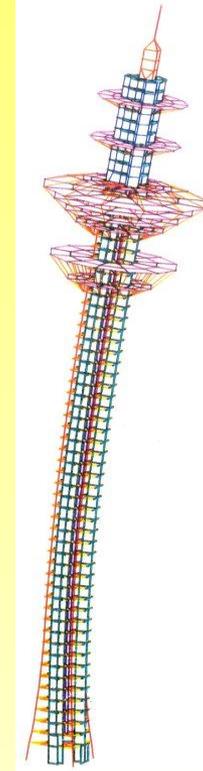
Если преобладающим является **сдвиговой тип деформирования**, то появление крутильной формы весьма вероятно.

# 3. Собственные частоты

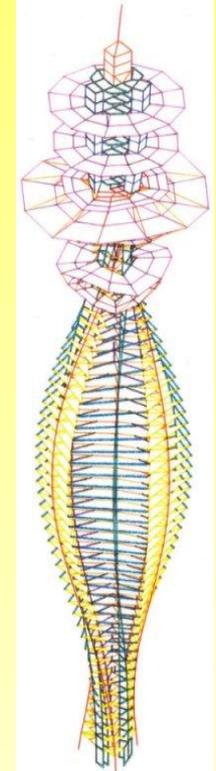
Присутствие крутильных форм в числе первых характерно и для высотных сооружений



Конечно-элементная модель



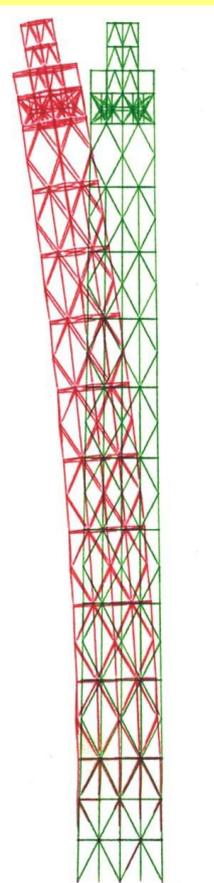
1-я форма (изгибная)  
 $f_1 = 0,22$  Гц



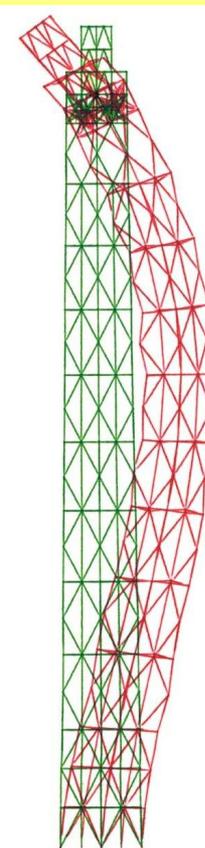
2-я форма (крутильная)  
 $f_2 = 1,89$  Гц

Телебашня в Милане

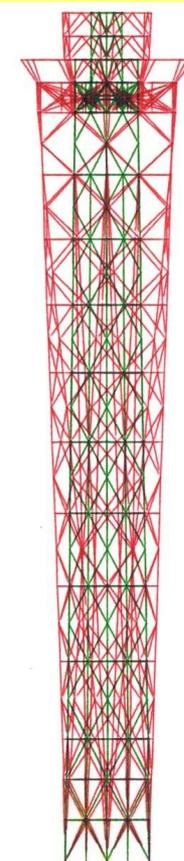
# 3. Собственные частоты



$$f_1 = 0,45 \text{ Гц}$$



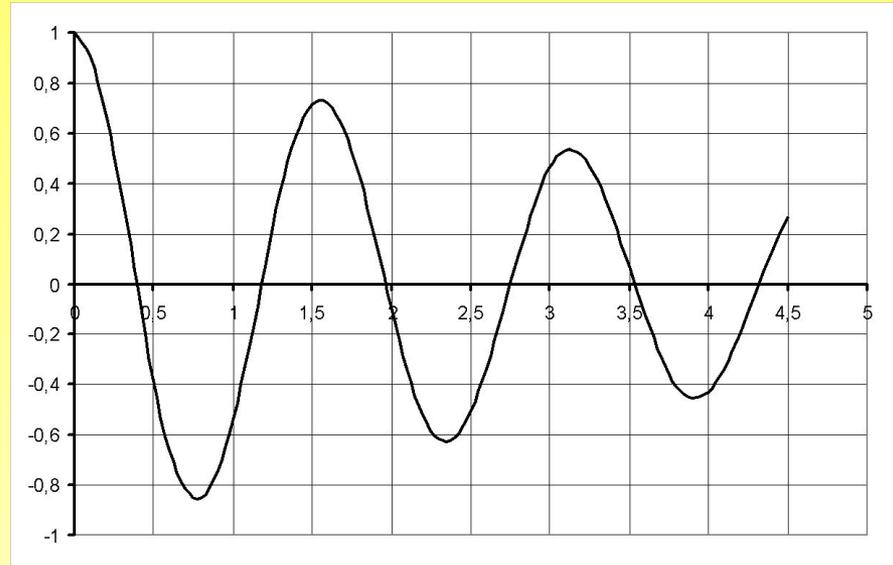
$$f_2 = 2,0 \text{ Гц}$$



$$f_3 = 2,3 \text{ Гц}$$

# 4. Демпфирование колебаний

Логарифмический декремент  $\delta$  характеризует затухание колебаний, он равен натуральному логарифму отношения амплитуд с интервалом в один период.



При установившихся вынужденных колебаниях логарифмический декремент выражается через коэффициент поглощения  $\psi = E^*/E$  ( $E^*$  - поглощенная энергия;  $E$  – потенциальная энергия) по формуле  $\delta = \psi/2$ .

# 4. Демпфирование колебаний

Один из главных механизмов демпфирования – излучение в окружающую среду. Энергия теряемая конструкцией за цикл колебаний

$$E = \pi \omega \rho C r^2,$$

$\rho$  — плотность среды,  $C$  — скорость звука в этой среде и  $r$  — амплитуда вибрации. Тогда энергия, рассеянная за цикл, соответствует вязкому трению с коэффициентом демпфирования  $B = \rho C$  для области единичного размера.

Для естественных оснований под колеблющимися фундаментами можно использовать приближенные формулы, которые связывают параметры  $B$  с коэффициентами жесткости  $C_z$ :

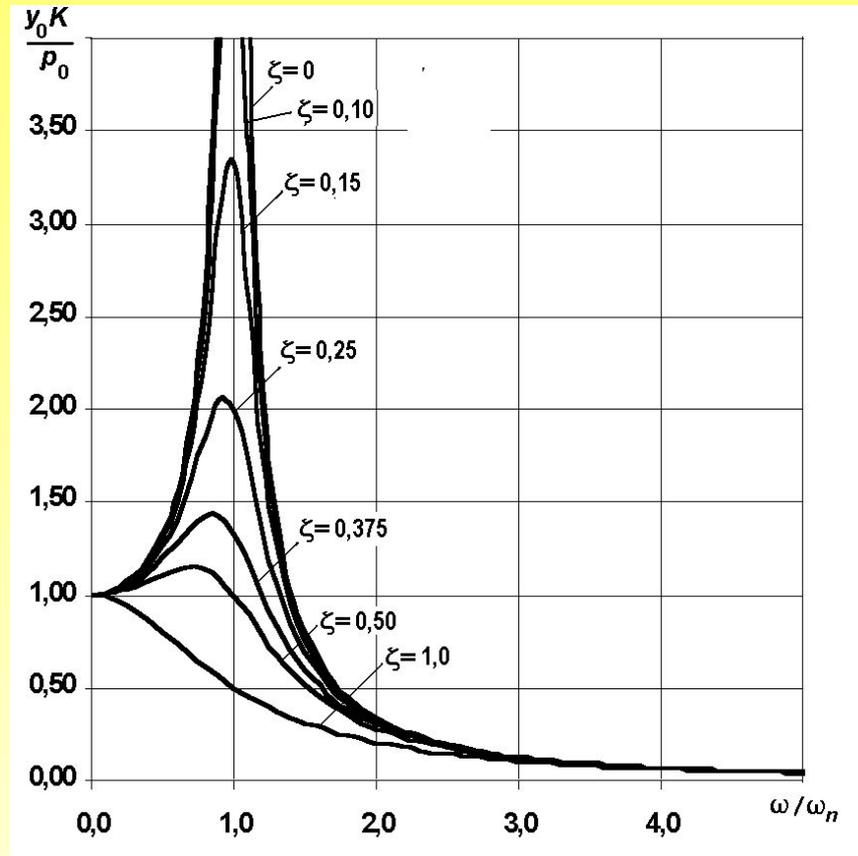
$$B_z = 0,014 F \sqrt{C_z}$$

Здесь  $F$  - площадь подошвы.

## 5. Резонансные кривые (АЧХ)

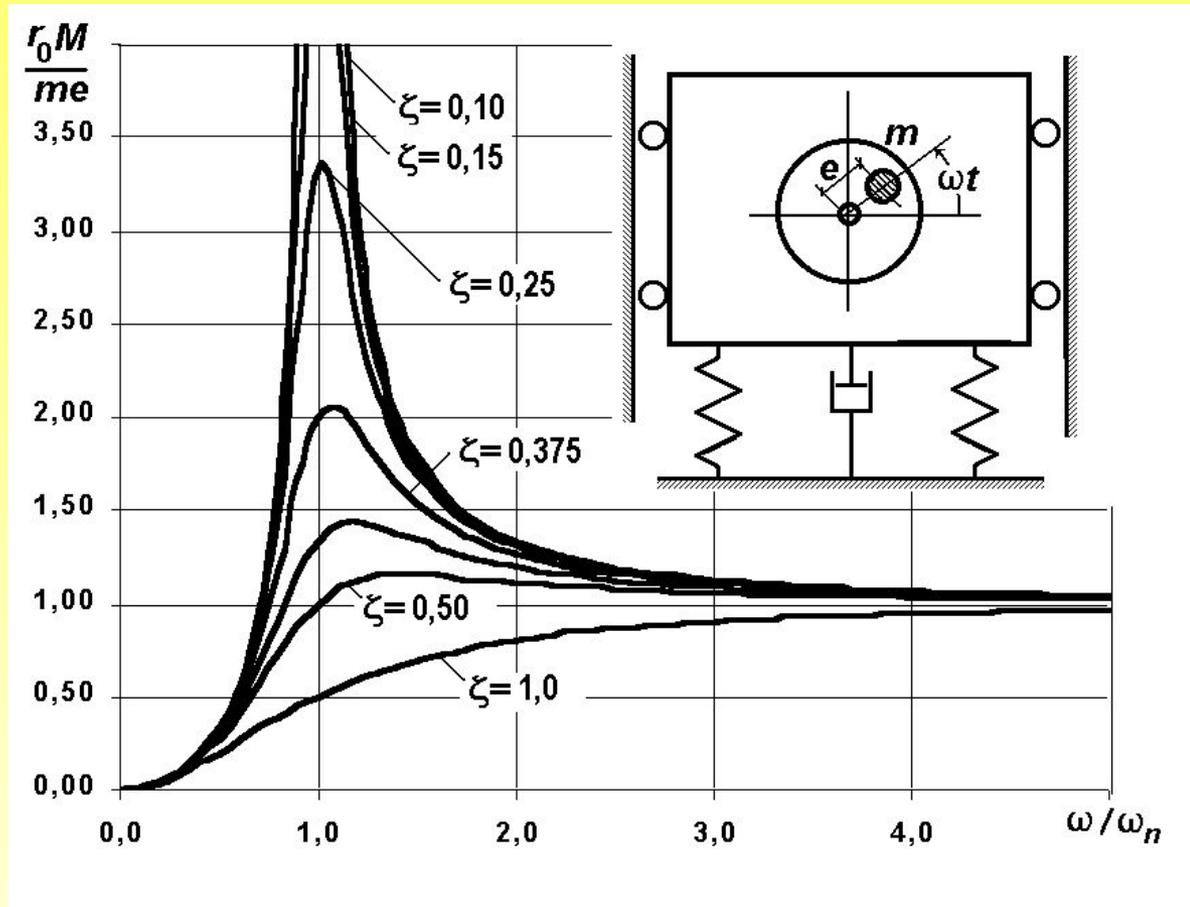
Понятно стремление избежать резонанса, создав такую систему, собственная частота которой не совпадает с частотой возмущающей силы. Но насколько она должна не совпадать? **Что выгоднее: чтобы собственная частота была большей или меньшей частоты возмущения?** Ответ на эти вопросы дает анализ так называемых резонансных кривых.

# 5. Резонансные кривые (АЧХ)



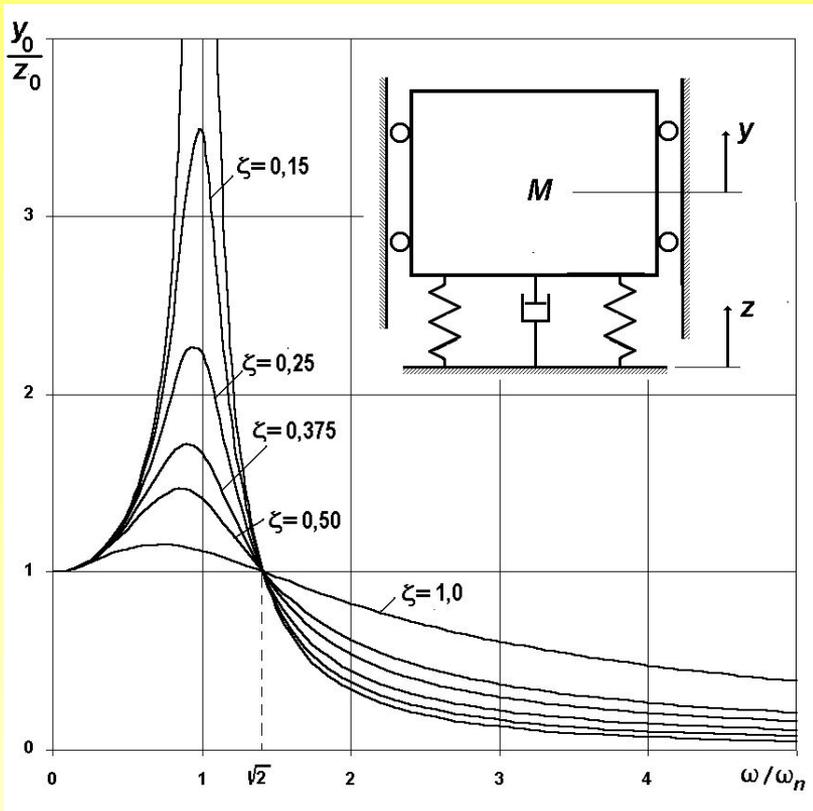
Силовое гармоническое возбуждение  $p = p_0 \sin \omega t$  - более выгодным является **увеличение частоты собственных колебаний.**

# 5. Резонансные кривые (АЧХ)



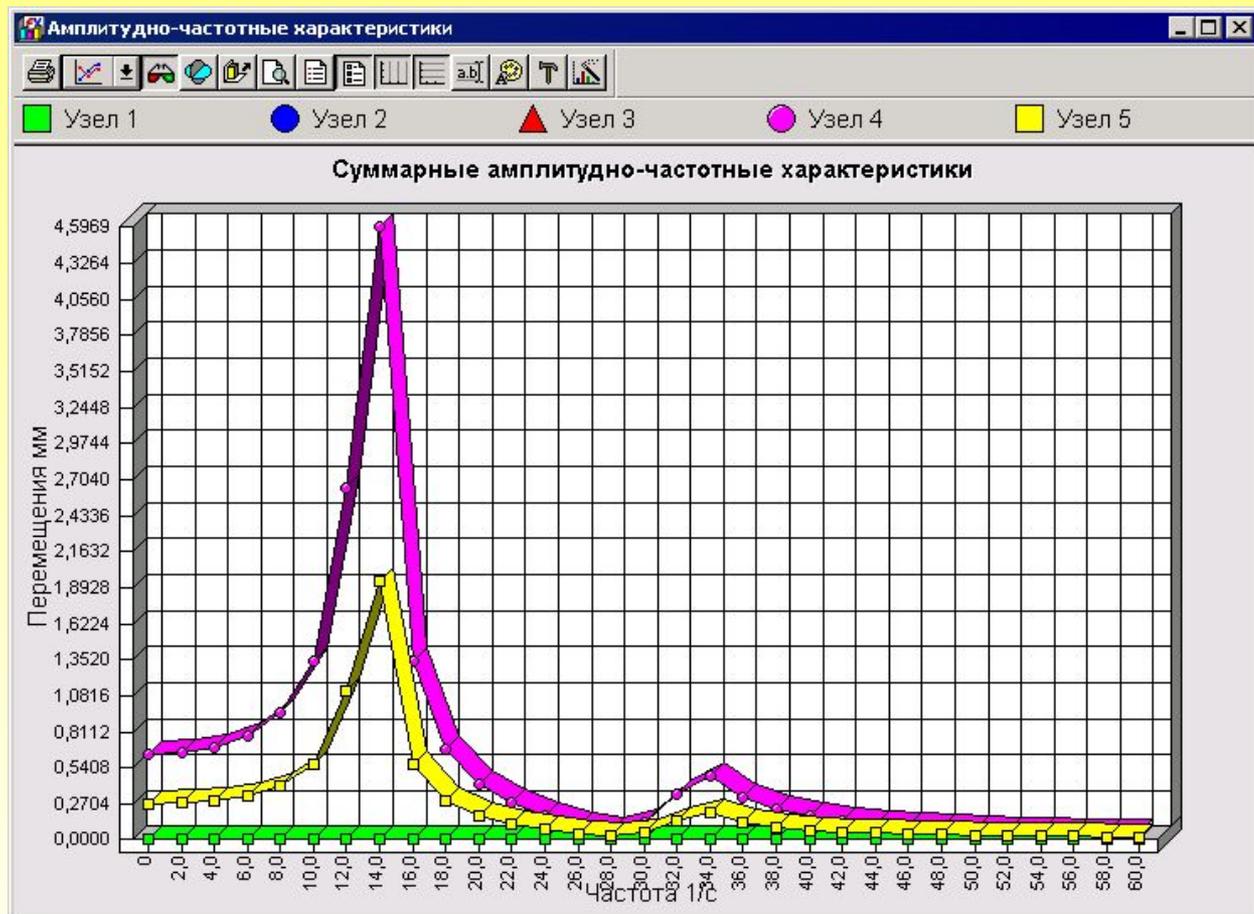
Возбуждение неуравновешенной массой - рекомендация по уходу от резонанса имеет **прямо противоположный характер**.

# 5. Резонансные кривые (АЧХ)



Гармоническое возбуждение основания - отношение  $y_0 / z_0$  в некотором смысле характеризует **качество виброизоляции**, которая является эффективной лишь при частотах  $\omega/\omega_n > 0,707$ , а наличие в ней затухания, вообще говоря, является **нежелательным**.

# 5. Резонансные кривые (АЧХ)



# 6. Гармоническое возбуждение

Нагрузка меняется по  
закону  $P=P_0 \sin f t$

Параметры динамических воздействий

Ввод параметров динамической нагрузки | Гармонические колебания

Учет промежуточных резонансных состояний

Расчет на заданную частоту

Число учитываемых форм собственных колебаний

Коэффициент неупругого сопротивления материала

Угловая частота внешнего воздействия  рад/сек

Точность вычисления частоты

OK Отмена Справка

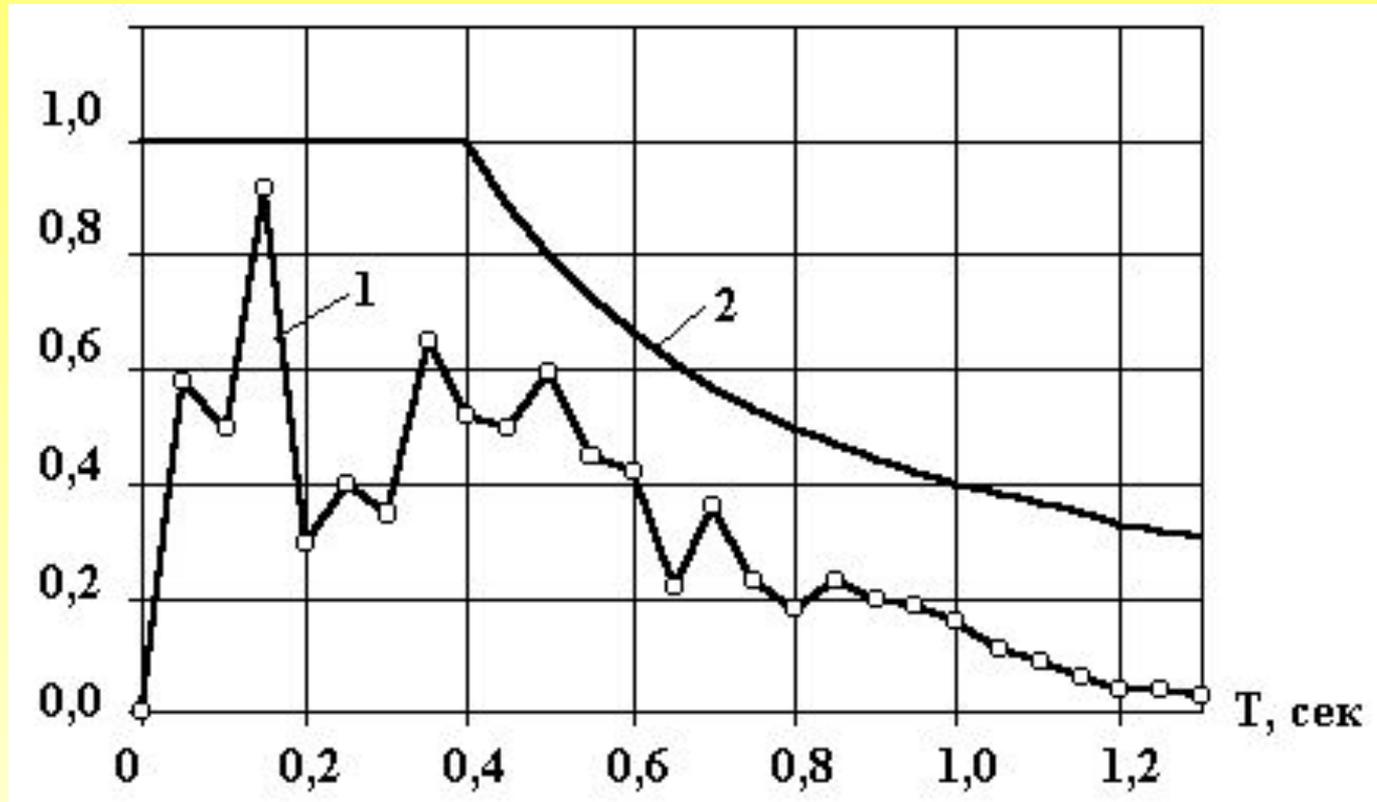
Учитывается, что при разгоне частота  $f$  меняется от нуля до заданного значения

# 7. Сейсмическая реакция

## 7.1. Спектры землетрясений

Нормативные документы регламентируют выполнение сейсмических расчетов на базе линейно-спектральной теории. В ее основе лежат вычисленные (или замеренные) ускорения маятников с различными периодами собственных колебаний, вызванные землетрясением. Максимальные значения таких ускорений представляются в функции периода собственных колебаний маятника (пробного осциллятора) и образуют **спектр реакций**, который служат основой для определения сейсмической нагрузки.

# 7. Сейсмическая реакция



Спектры ускорений: 1 — измеренный;  
2 — аппроксимация огибающей из СНиП

# 7. Сейсмическая реакция

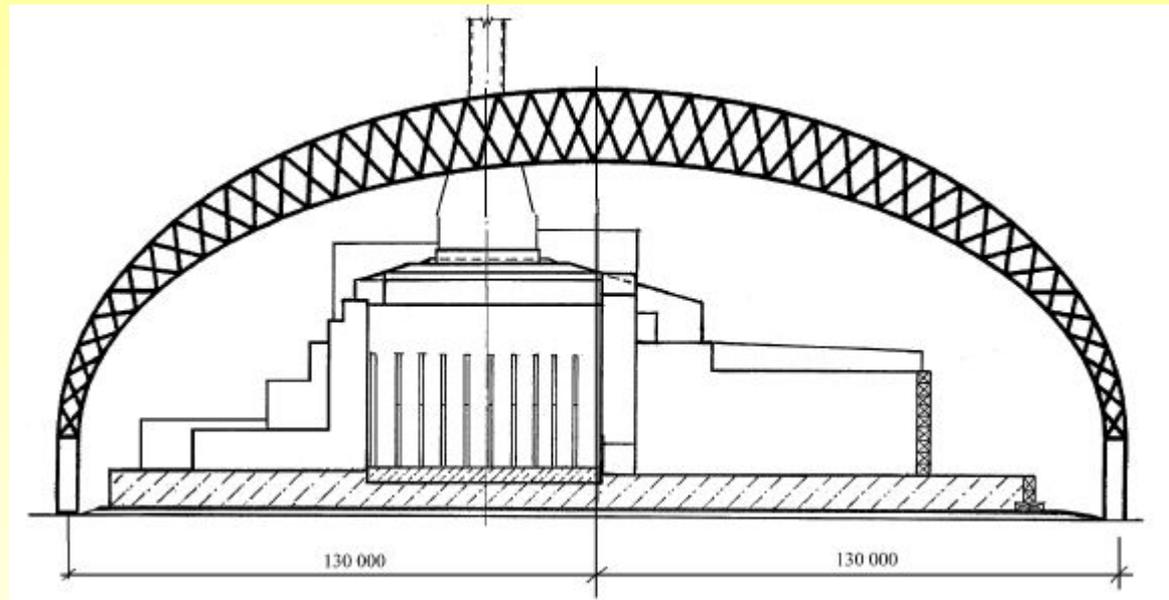
## 7.2. Движение грунта

Используется предположение о поведении основания сооружения как единого жесткого тела (к сожалению, без явного указания на эту гипотезу), предполагая, что все опорные точки конструкции **движутся поступательно** по одинаковому закону  $X_0 = X_0(t)$ .

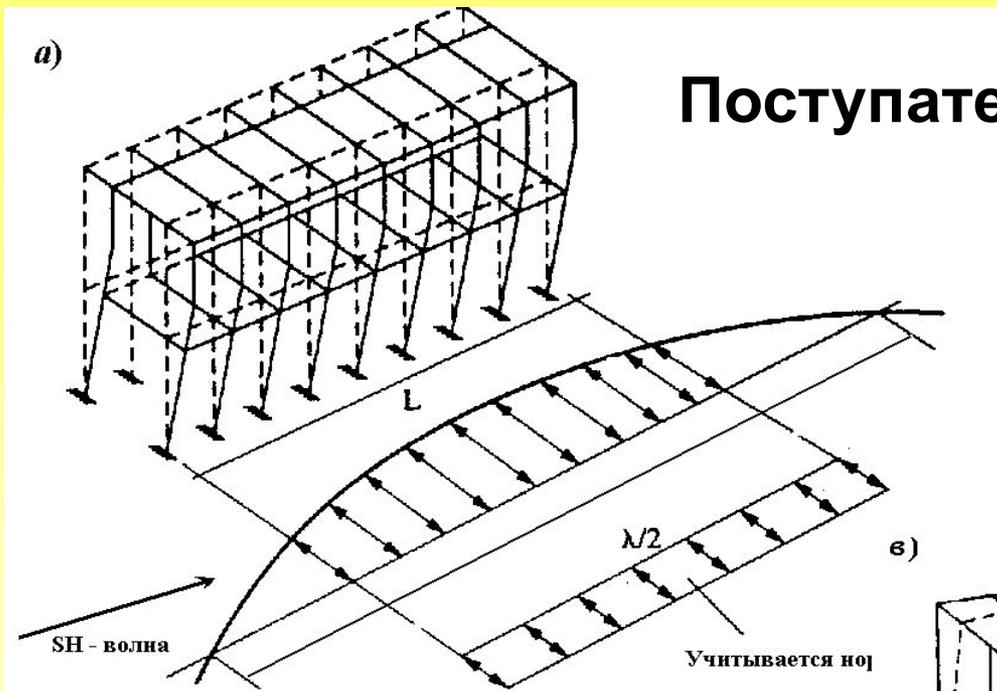
Учет вращений, сопровождающих поступательное перемещение основания, предусматривается в проекте норм СНГ. Предполагается реализация этого документа в рамках SCAD, версия 7.31 R 2.

# 7. Сейсмическая реакция

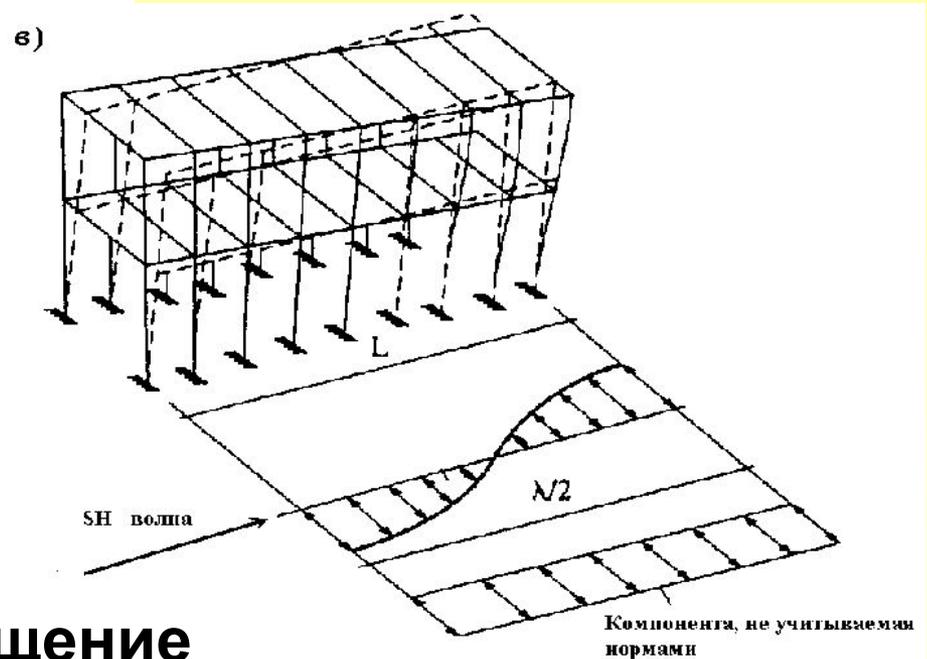
Предположение о синхронном движении всего основания недопустимо использовать, когда размеры сооружения сопоставимы с длиной сейсмической волны.



# 7. Сейсмическая реакция



Поступательное движение



Вращение

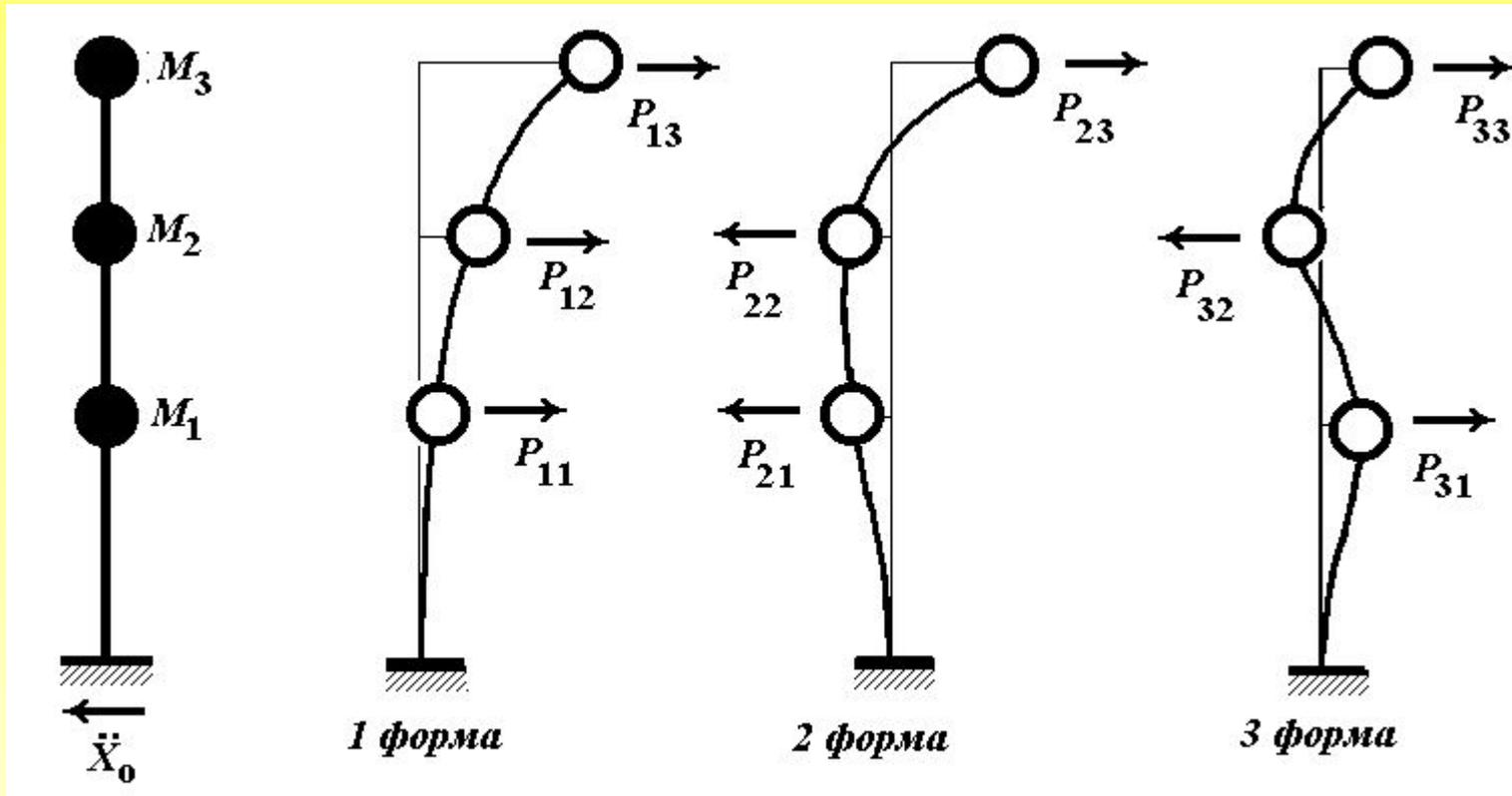
# 7. Сейсмическая реакция

## 7.3. Разложение по формам собственных колебаний

Распределение сейсмической нагрузки между массами системы реализуется с помощью коэффициентов.

$$\eta_{ik} = \frac{\Psi_{ik} \sum_{j=1}^n Q_j \Psi_{ij}}{\sum_{j=1}^n \Psi_j^2}$$

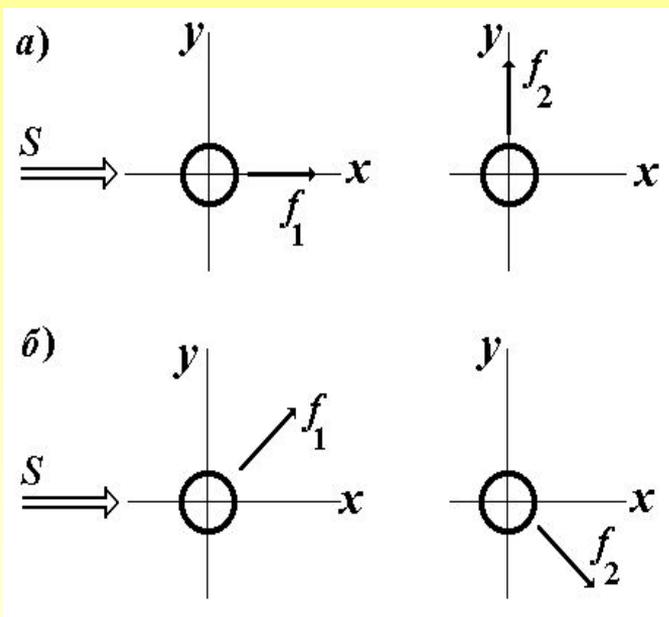
# 7. Сейсмическая реакция



Суммирование вкладов отдельных форм колебаний нормами рекомендуется выполнять с использованием среднеквадратичной оценки Розенблума.

# 7. Сейсмическая реакция

Использование формулы Розенблюма «гасит» знаки модальных компонент сейсмической реакции, что может приводить к недоразумениям.



Для варианта б) будут возбуждаться обе формы собственных колебаний, но тот факт, что компоненты по оси  $Y$  имеют разные знаки и гасят друг друга, окажется потерянным. В результате окажется, что возбуждаются перемещения не только по направлению действия сейсмического толчка, но и в перпендикулярном направлении.

# 7. Сейсмическая реакция

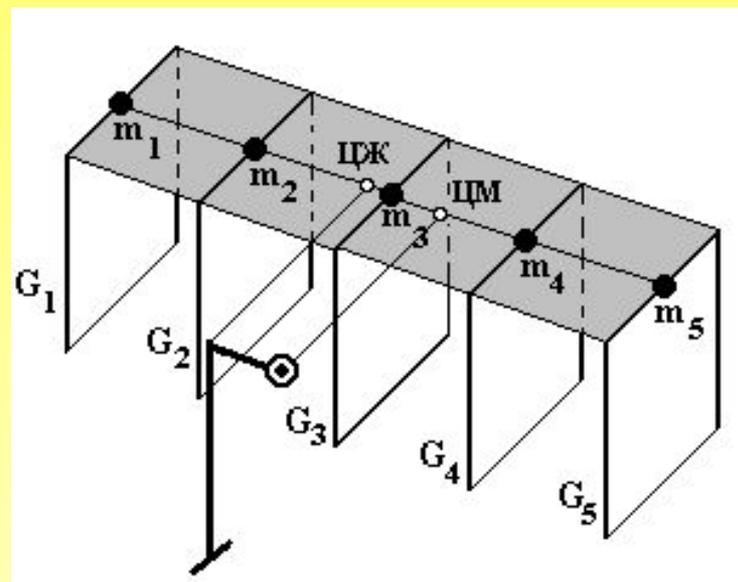
Суммирование внутренних усилий, которые определяются для каждой из учитываемых форм собственных колебаний, также выполняют по формуле Розенблюма, и потеря знака при возведении в квадрат приводит, например, к тому, что сжато-изогнутые сечения оказываются растянуто-изогнутыми.

Для борьбы с этим явлением значениям компонент вектора внутренних усилий присваиваются знаки, как в первой форме собственных колебаний. Но для этого нужно предположить, что именно первая форма собственных колебаний и реализует основной вклад в суммарное значение каждой из компонент вектора-ответа. А это не всегда так.

# 7. Сейсмическая реакция

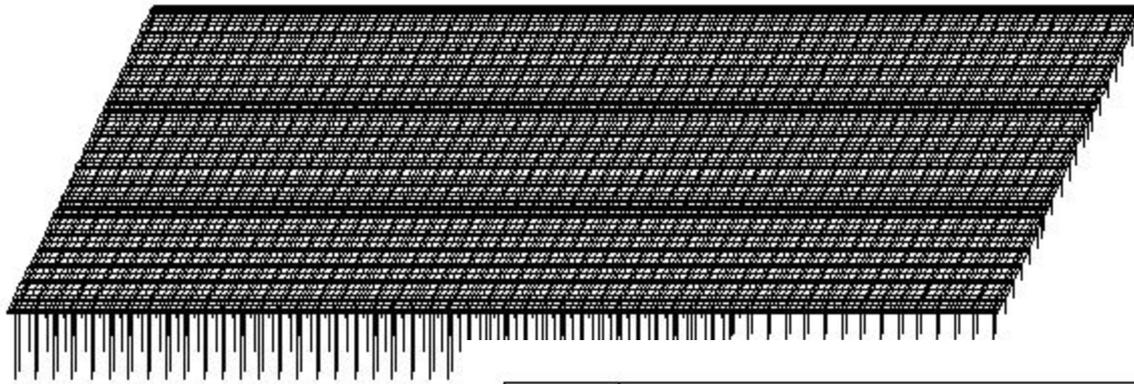
## 7.4. Нарушение симметрии

Простейшие консольные схемы, широко распространенные в практике проектирования являются данью традиции «ручного» расчета. Более того, они маскируют некоторые реальные эффекты поведения конструкций, что приводит к необходимости **искусственного введения эксцентриситетов** (см. п. 2.15 норм), чтобы учесть крутильные колебания.



Можно ввести массы с коэффициентами  $\gamma_f$  и  $2-\gamma_f$  на разных половинах схемы.

# 7. Сейсмическая реакция



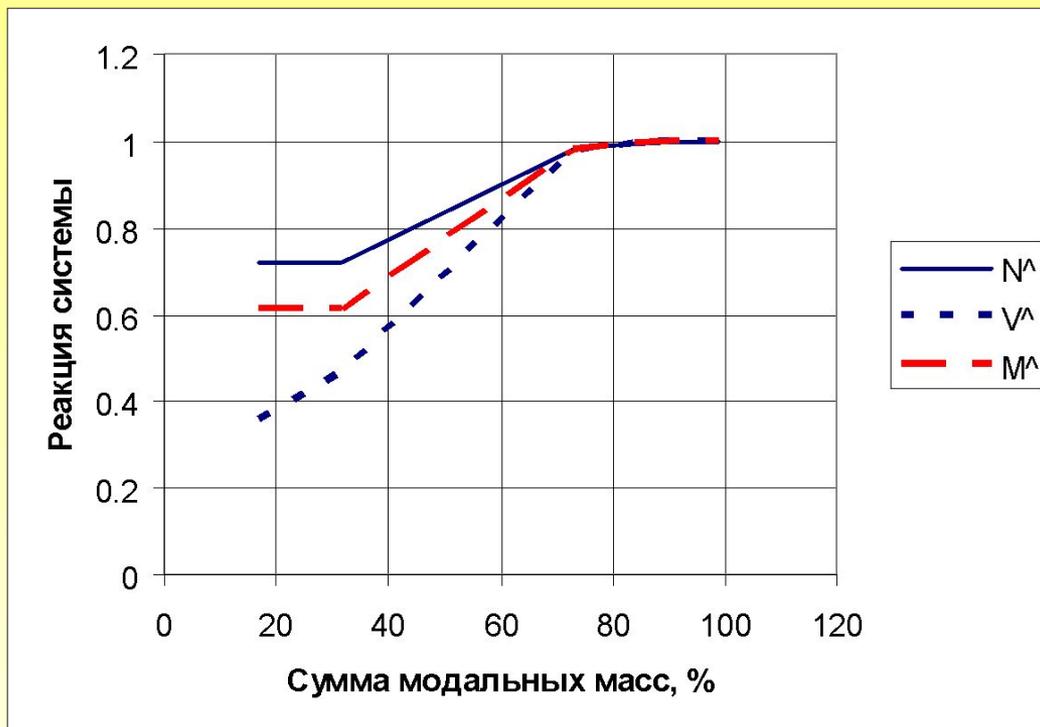
Пример задачи

Данные из протокола

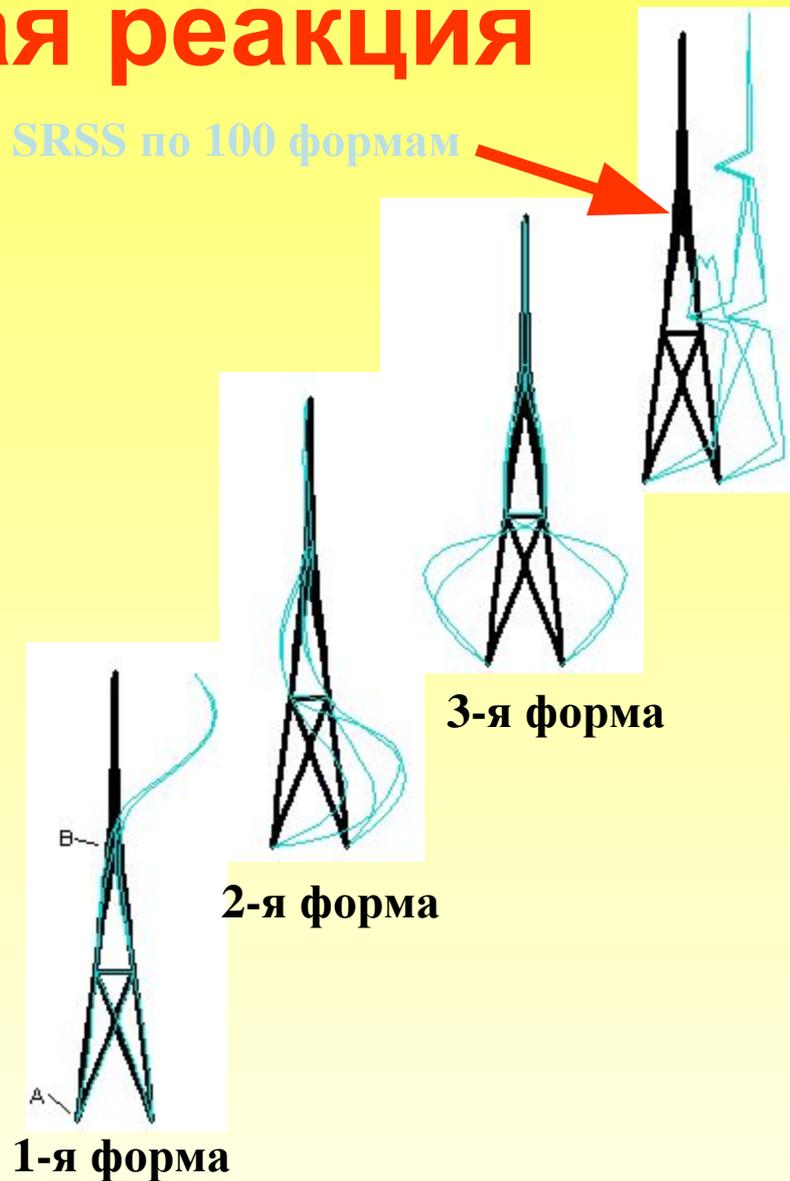
| Номер формы | Сеймика по направлению Y в загрузении: |          |          |          | Сеймика по направлению Z в загрузении: |         |         |         |
|-------------|--|----------|----------|----------|--|---------|---------|---------|
|             | 8                                      | 10       | 12       | 14       | 9                                      | 11      | 13      | 15      |
| 1           | 2,0067                                 | 23,5251  | 70,4781  | 539,7260 | 0,0000                                 | 0,0007  | 0,0009  | 0,0027  |
| 2           | 110,0640                               | 214,1420 | 555,3950 | 36,7708  | 0,0098                                 | 0,0112  | 0,0193  | 0,0026  |
| 3           | 0,6906                                 | 100,2820 | 61,3361  | 582,4860 | 0,0011                                 | 0,0006  | 0,0001  | 0,0018  |
| 4           | 0,0004                                 | 0,0000   | 0,0002   | 0,0009   | 4,5096                                 | 9,1741  | 11,2259 | 11,5235 |
| 5           | 0,0002                                 | 0,0002   | 0,0012   | 0,0028   | 3,4103                                 | 0,6274  | 0,7919  | 0,0107  |
| 6           | 0,0001                                 | 0,0002   | 0,0077   | 0,0014   | 6,1213                                 | 1,5467  | 35,7387 | 5,7680  |
| 7           | 0,0001                                 | 0,0000   | 0,0001   | 0,0022   | 1,0409                                 | 5,8103  | 0,3153  | 3,1629  |
| 8           | 0,0008                                 | 0,0000   | 0,0021   | 0,0346   | 0,0936                                 | 18,1459 | 6,4158  | 34,6230 |
| 9           | 0,0002                                 | 0,0000   | 0,0594   | 0,0002   | 0,0694                                 | 0,7738  | 0,2242  | 0,0106  |
| 10          | 0,0049                                 | 0,0000   | 0,0009   | 0,0034   | 2,1191                                 | 0,0006  | 0,0138  | 4,1952  |
| 11          | 0,0020                                 | 0,0635   | 0,0003   | 0,0000   | 4,5506                                 | 0,0026  | 1,2334  | 0,0025  |
| 12          | 0,0000                                 | 0,0600   | 0,0000   | 0,0023   | 0,0066                                 | 0,1460  | 0,3488  | 0,3680  |
| 13          | 0,0006                                 | 0,0001   | 0,0005   | 0,0025   | 0,8207                                 | 0,3303  | 25,9881 | 33,1057 |
| 14          | 0,0015                                 | 0,0008   | 0,0001   | 0,0006   | 0,1792                                 | 2,5221  | 4,5090  | 7,5794  |
| 15          | 0,0000                                 | 0,0081   | 0,0000   | 0,0001   | 0,0075                                 | 7,6437  | 3,4056  | 0,1024  |

# 7. Сейсмическая реакция

Сопоставление критерия учтенных масс и критерия реакции системы



SRSS по 100 формам



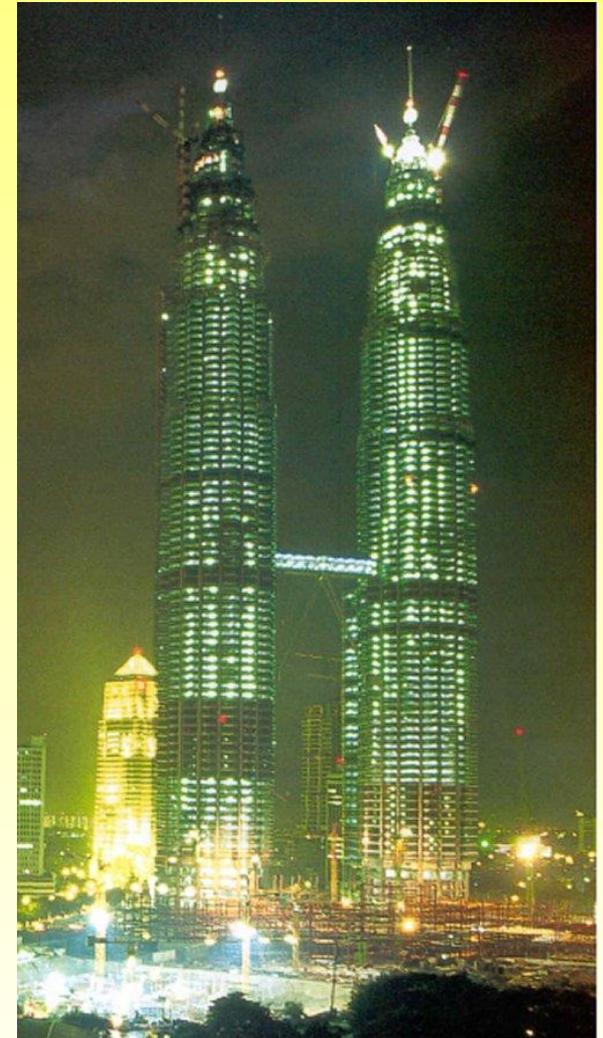
# 8. Ветровые пульсации

Ветровая нагрузка является определяющей для высотных и большепролетных систем

Висячий мост пролетом 1990 м, Япония

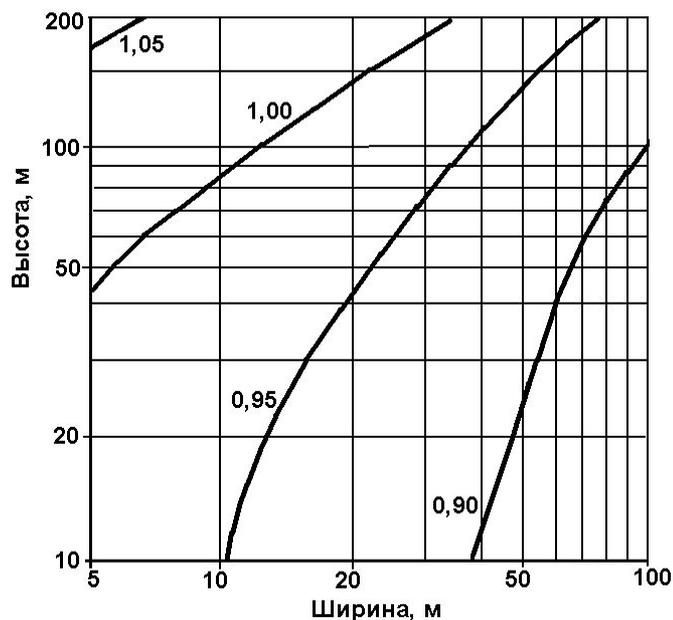


Самое высокое здание мира (Petronas tower, высота = 452 м)

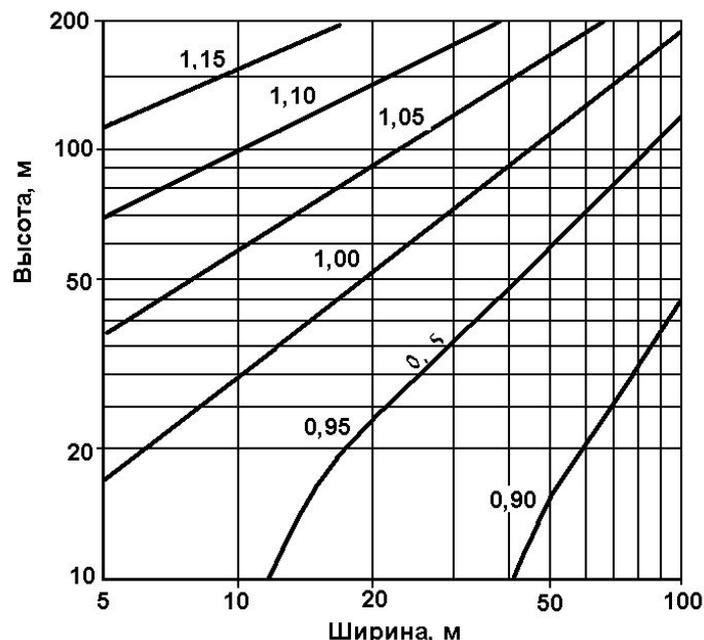


# 8. Ветровые пульсации

Для обычных зданий эффект влияния ветровых пульсаций относительно невелик. Ориентировку дает Eurocode, в соответствии с которым для зданий обычного типа динамический коэффициент принимается по таким графикам



железобетонный каркас



стальной каркас