

# **Тема: Арифметические операции в позиционных системах счисления.**

## **Цель:**

Научиться производить арифметические операции в позиционных системах счисления.

# Сложение

Рассмотрим сложение чисел в двоичной системе счисления. В его основе лежит таблица сложения одноразрядных двоичных чисел:

$$0 + 0 = 0$$

$$0 + 1 = 1$$

$$1 + 0 = 1$$

$$1 + 1 = 10$$

# В качестве примера сложим в столбик двоичные числа $110_2$ и $11_2$

$$\begin{array}{r} 110 \\ + 11 \\ \hline 1001 \end{array}$$

Проверим правильность вычислений сложением в десятичной системе счисления. Переведем двоичные числа в десятичную систему счисления и затем их сложим:

$$110_2 = 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 6_{10};$$

$$11_2 = 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 3_{10};$$

$$6_{10} + 3_{10} = 9_{10}.$$

Теперь переведем результат двоичного сложения в десятичное число:

$$1001_2 = 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 9_{10}.$$

Сравним результаты — сложение выполнено правильно.

# Вычитание

Рассмотрим вычитание двоичных чисел. В его основе лежит таблица вычитания одноразрядных двоичных чисел. При вычитании из меньшего числа (0) большего (1) производится заем из старшего разряда. В таблице заем обозначен 1 с чертой:

$$0 - 0 = 0$$

$$10 - 1 = 1$$

$$1 - 0 = 1$$

$$1 - 1 = 0$$

# Например

10111001,1

-

10001101,1

-----

00101100,0

110110101

-

101011111

-----

001010110

# Умножение

В основе умножения лежит таблица умножения одноразрядных двоичных чисел:

$$0 * 0 = 0$$

$$0 * 1 = 0$$

$$1 * 0 = 0$$

$$1 * 1 = 1$$

# Например

$$\begin{array}{r} 11001 \\ \times 1101 \\ \hline 11001 \\ 11001 \\ 11001 \\ 11001 \\ \hline 101000101 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11001,01 \\ \times 11,01 \\ \hline 1100101 \\ 1100101 \\ 1100101 \\ \hline 1010010,0001 \end{array}$$

# Деление

Операция деления выполняется по алгоритму, подобному алгоритму выполнения операции деления в десятичной системе счисления.



<b>+</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>
<b>0</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>
<b>1</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>10</b>
<b>2</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>10</b>	<b>11</b>
<b>3</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>
<b>4</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>
<b>5</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>
<b>6</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>
<b>7</b>	<b>7</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>

<b>*</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>
<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
<b>1</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>
<b>2</b>	<b>0</b>	<b>2</b>	<b>4</b>	<b>6</b>	<b>10</b>	<b>12</b>	<b>14</b>	<b>16</b>
<b>3</b>	<b>0</b>	<b>3</b>	<b>6</b>	<b>11</b>	<b>14</b>	<b>17</b>	<b>22</b>	<b>25</b>
<b>4</b>	<b>0</b>	<b>4</b>	<b>10</b>	<b>14</b>	<b>20</b>	<b>24</b>	<b>30</b>	<b>34</b>
<b>5</b>	<b>0</b>	<b>5</b>	<b>12</b>	<b>17</b>	<b>24</b>	<b>31</b>	<b>36</b>	<b>43</b>
<b>6</b>	<b>0</b>	<b>6</b>	<b>14</b>	<b>22</b>	<b>30</b>	<b>36</b>	<b>44</b>	<b>52</b>
<b>7</b>	<b>0</b>	<b>7</b>	<b>16</b>	<b>25</b>	<b>34</b>	<b>43</b>	<b>52</b>	<b>61</b>

<b>+</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>E</b>	<b>F</b>
<b>0</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>E</b>	<b>F</b>
<b>1</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>E</b>	<b>F</b>	<b>10</b>
<b>2</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>E</b>	<b>F</b>	<b>10</b>	<b>11</b>
<b>3</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>E</b>	<b>F</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>
<b>4</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>E</b>	<b>F</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>
<b>5</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>E</b>	<b>F</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>
<b>6</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>E</b>	<b>F</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>
<b>7</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>E</b>	<b>F</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>
<b>8</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>E</b>	<b>F</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>
<b>9</b>	<b>9</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>E</b>	<b>F</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>
<b>A</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>E</b>	<b>F</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>	<b>19</b>
<b>B</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>E</b>	<b>F</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>	<b>19</b>	<b>1A</b>
<b>C</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>E</b>	<b>F</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>	<b>19</b>	<b>1A</b>	<b>1B</b>
<b>D</b>	<b>D</b>	<b>E</b>	<b>F</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>	<b>19</b>	<b>1A</b>	<b>1B</b>	<b>1C</b>
<b>E</b>	<b>E</b>	<b>F</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>	<b>19</b>	<b>1A</b>	<b>1B</b>	<b>1C</b>	<b>1D</b>
<b>F</b>	<b>F</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>	<b>19</b>	<b>1A</b>	<b>1B</b>	<b>1C</b>	<b>1D</b>	<b>1E</b>

<b>*</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>E</b>	<b>F</b>
<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
<b>1</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>E</b>	<b>F</b>
<b>2</b>	<b>0</b>	<b>2</b>	<b>4</b>	<b>6</b>	<b>8</b>	<b>A</b>	<b>C</b>	<b>E</b>	<b>10</b>	<b>12</b>	<b>14</b>	<b>16</b>	<b>18</b>	<b>1A</b>	<b>1C</b>	<b>1E</b>
<b>3</b>	<b>0</b>	<b>3</b>	<b>6</b>	<b>9</b>	<b>C</b>	<b>F</b>	<b>12</b>	<b>15</b>	<b>18</b>	<b>1B</b>	<b>1E</b>	<b>21</b>	<b>24</b>	<b>27</b>	<b>2A</b>	<b>2D</b>
<b>4</b>	<b>0</b>	<b>4</b>	<b>8</b>	<b>C</b>	<b>10</b>	<b>14</b>	<b>18</b>	<b>1C</b>	<b>20</b>	<b>24</b>	<b>28</b>	<b>2C</b>	<b>30</b>	<b>34</b>	<b>38</b>	<b>3C</b>
<b>5</b>	<b>0</b>	<b>5</b>	<b>A</b>	<b>F</b>	<b>14</b>	<b>19</b>	<b>1E</b>	<b>23</b>	<b>28</b>	<b>2D</b>	<b>32</b>	<b>37</b>	<b>3C</b>	<b>41</b>	<b>46</b>	<b>4B</b>
<b>6</b>	<b>0</b>	<b>6</b>	<b>C</b>	<b>12</b>	<b>18</b>	<b>1E</b>	<b>24</b>	<b>2A</b>	<b>30</b>	<b>36</b>	<b>3C</b>	<b>42</b>	<b>48</b>	<b>4E</b>	<b>54</b>	<b>5A</b>
<b>7</b>	<b>0</b>	<b>7</b>	<b>E</b>	<b>15</b>	<b>1C</b>	<b>23</b>	<b>2A</b>	<b>31</b>	<b>38</b>	<b>3F</b>	<b>46</b>	<b>4D</b>	<b>54</b>	<b>5B</b>	<b>62</b>	<b>69</b>
<b>8</b>	<b>0</b>	<b>8</b>	<b>10</b>	<b>18</b>	<b>20</b>	<b>28</b>	<b>30</b>	<b>38</b>	<b>40</b>	<b>48</b>	<b>50</b>	<b>58</b>	<b>60</b>	<b>68</b>	<b>70</b>	<b>78</b>
<b>9</b>	<b>0</b>	<b>9</b>	<b>12</b>	<b>1B</b>	<b>24</b>	<b>2D</b>	<b>36</b>	<b>3F</b>	<b>48</b>	<b>51</b>	<b>5A</b>	<b>63</b>	<b>6C</b>	<b>75</b>	<b>7E</b>	<b>87</b>
<b>A</b>	<b>0</b>	<b>A</b>	<b>14</b>	<b>1E</b>	<b>28</b>	<b>32</b>	<b>3C</b>	<b>46</b>	<b>50</b>	<b>5A</b>	<b>64</b>	<b>6E</b>	<b>78</b>	<b>82</b>	<b>8C</b>	<b>96</b>
<b>B</b>	<b>0</b>	<b>B</b>	<b>16</b>	<b>21</b>	<b>2C</b>	<b>37</b>	<b>42</b>	<b>4D</b>	<b>58</b>	<b>63</b>	<b>6E</b>	<b>79</b>	<b>84</b>	<b>8F</b>	<b>9A</b>	<b>A5</b>
<b>C</b>	<b>0</b>	<b>C</b>	<b>18</b>	<b>24</b>	<b>30</b>	<b>3C</b>	<b>48</b>	<b>54</b>	<b>60</b>	<b>6C</b>	<b>78</b>	<b>84</b>	<b>90</b>	<b>9C</b>	<b>A8</b>	<b>B4</b>
<b>D</b>	<b>0</b>	<b>D</b>	<b>1A</b>	<b>27</b>	<b>34</b>	<b>41</b>	<b>4E</b>	<b>5B</b>	<b>68</b>	<b>75</b>	<b>82</b>	<b>8F</b>	<b>9C</b>	<b>A9</b>	<b>B6</b>	<b>C3</b>
<b>E</b>	<b>0</b>	<b>E</b>	<b>1C</b>	<b>2A</b>	<b>38</b>	<b>46</b>	<b>54</b>	<b>62</b>	<b>70</b>	<b>7E</b>	<b>8C</b>	<b>9A</b>	<b>A8</b>	<b>B6</b>	<b>C4</b>	<b>D2</b>
<b>F</b>	<b>0</b>	<b>F</b>	<b>1E</b>	<b>2D</b>	<b>3C</b>	<b>4B</b>	<b>5A</b>	<b>69</b>	<b>78</b>	<b>87</b>	<b>96</b>	<b>A5</b>	<b>B4</b>	<b>C3</b>	<b>D2</b>	<b>E1</b>

# Задание в классе:

- **№ 1.** Составьте таблицы сложения и умножения в двоичной системе счисления и выполните вычисления: 1)  $1110 + 101$ ; 2)  $10101 - 11$ ; 3)  $101 \times 11$ ; 4)  $1110 : 10$ .
- **№ 2.** Составьте таблицу сложения в восьмеричной системе счисления и выполните вычисления: 1)  $3456 + 245$ ;  
2)  $7631 - 456$ ; 3)  $77771 + 234$ ; 4)  $77777 - 237$ .
- **№ 3.** Составьте таблицу сложения в шестнадцатеричной системе счисления и выполните вычисления: 1)  $FFFF + 1$ ;  
2)  $1996 + BA6A$ ; 3)  $BEDA - BAC$ ; 4)  $1998 - A1F$ .
- **№ 4.** Вычислить выражения: 1)  $10101_2 \times 101_2$ ;  
2)  $AFF1_{16} - 19D_{16}$ ;

# Домашнее задание:

**№ 1.** Найти основание системы счисления, в которой справедливо данное равенство; определить неизвестные цифры, отмеченные звездочками.  $24**1 + *235* = 116678$ .

**№ 2.**

Ей было 1100 лет.

Она в 101 класс ходила.

В портфеле по 100 книг носила.

Все это правда, а не бред.

Когда пыля десятком ног,

Она шагала по дороге,

За ней всегда бежал щенок

С одним хвостом, зато стоногий,

Она ловила каждый звук

Своими десятью ушами,

И 10 загорелых рук

Портфель и поводок держали.

И 10 темно-синих глаз

Оглядывали мир привычно.

Но станет все совсем обычным,

Когда поймете наш рассказ.

**№3.** В саду 100 фруктовых деревьев — 14 яблонь и 42 груши. В какой системе счисления посчитаны деревья?

**№ 4.** «Загадочная автобиография». В бумагах одного чудака математика найдена была его автобиография. Она начиналась следующими удивительными словами:

«Я окончил курс университета 44 лет от роду. Спустя год, 100-летним молодым человеком, я женился на 34-летней девушке. Незначительная разница в возрасте — всего 11 лет — способствовала тому, что мы жили общими интересами и мечтами. Спустя немного лет у меня была уже и маленькая семья из 10 детей. Жалованья я получал в месяц всего 200 рублей, из которых 1/10 приходилось отдавать сестре, так что мы с детьми жили на 130 руб. в месяц» и т.д. Чем объяснить странные противоречия в числах этого отрывка?