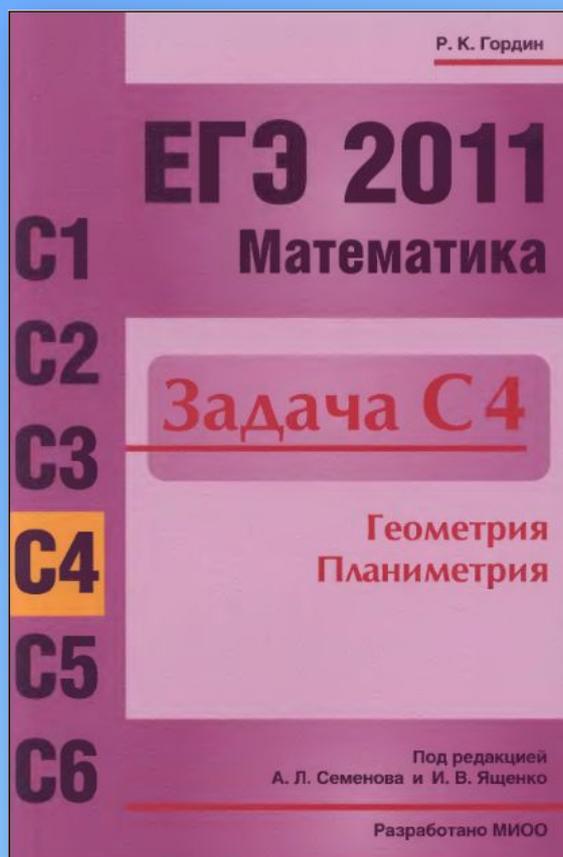


Задачи из пособия Р. К. Гордина



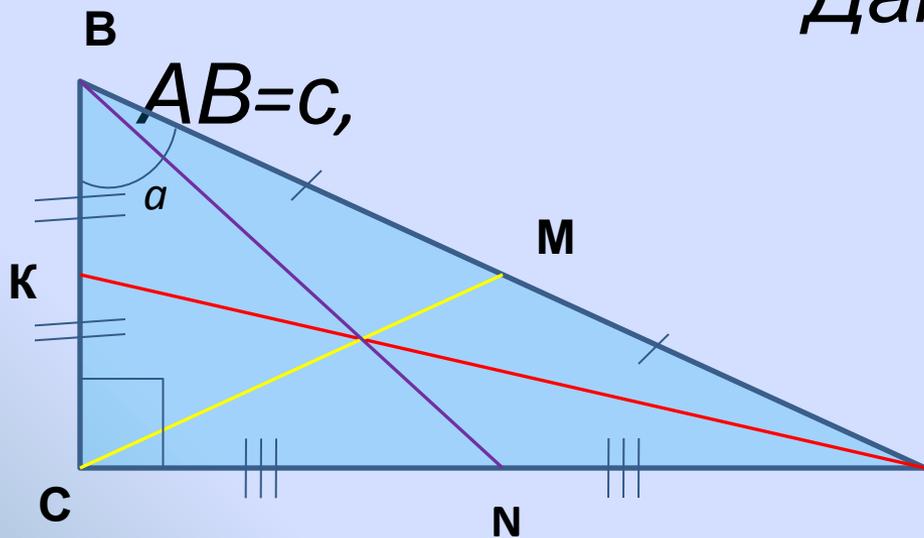
*Учитель математики
МОУ СОШ № 5 г
Лермонтова
Рудневская Е. Т.*

п. 1 Медиана прямоугольного треугольника.

1. В прямоугольном треугольнике ABC гипотенуза AB равна c и $\angle ABC = a$. Найти все медианы в этом треугольнике.

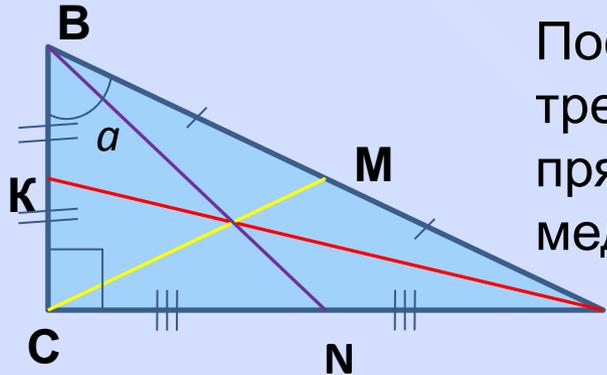
Дано: $\triangle ABC, \angle C = 90^\circ$,

$$\angle ABC = a$$



CM, AK, BN - медианы
А Найти: CM, AK, BN

Решение:



Поскольку медиана прямоугольного треугольника, проведённая из вершины прямого угла, равна половине гипотенузы, медиана $CM = \frac{AB}{2}$

Из треугольника АКС, угол С - прямой

$$CK = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} AB \cos \alpha = \frac{1}{2} c \cdot \cos \alpha$$

По теореме Пифагора из прямоугольного треугольника АСК находим, что

$$AK = \sqrt{AC^2 + CK^2} = \sqrt{(AB \sin \alpha)^2 + \left(\frac{1}{2} AB \cos \alpha\right)^2} =$$

$$= \frac{c}{2} \sqrt{4 \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha} = \frac{c}{2} \sqrt{1 + 3 \sin^2 \alpha}$$

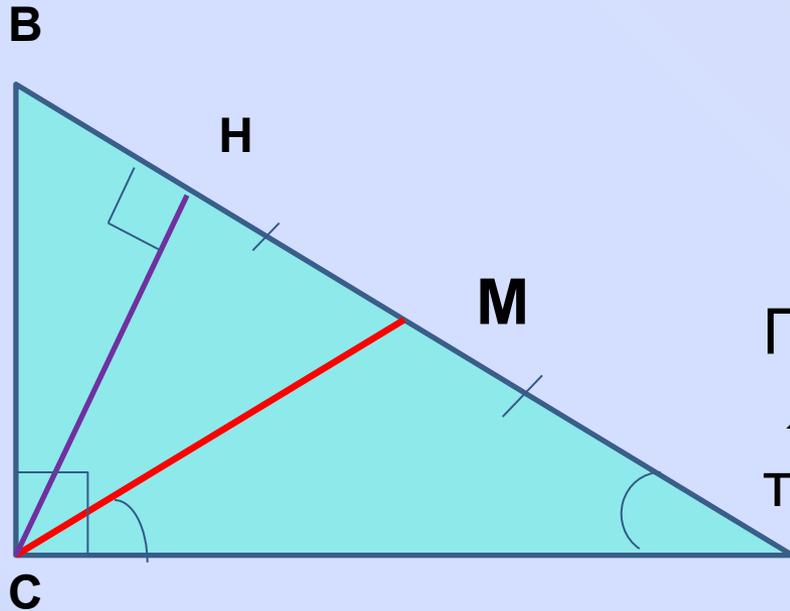
Аналогично находим медиану

$BN =$

Ответ: $\frac{c}{2}$; $\frac{c}{2} \sqrt{1 + 3 \sin^2 \alpha}$; $\frac{c}{2} \sqrt{1 + 3 \cos^2 \alpha}$

Пример 1. Найти гипотенузу прямоугольного треугольника с острым углом 15° , если известно, что высота треугольника, опущенная на гипотенузу, равна 1.

Дано: $\triangle ABC, \angle C = 90^\circ, \angle A = 15^\circ$
 CH - высота, $CH=1$



Найти:

AB

Решени

е: Проведём медиану CM. Тогда $\angle CMH = 30^\circ$ как внешний угол треугольника AMC.

А Медиана CM равна половине

гипотенузы AB. Из прямоугольного треугольника CMH с острым углом 30° и

противолежащим ему катетом следует $CM=2CH=2$,

Ответ:
 $AB=2CM=4$

Пример 2. Через основание биссектрисы AD равнобедренного треугольника ABC с вершиной B проведён перпендикуляр к этой биссектрисе, пересекающий прямую AC в точке E . Найдите отрезок AE , если известно, что $CD=4$

Дано: $\triangle ABC$, $AB=BC$

AD -биссектриса, AD и

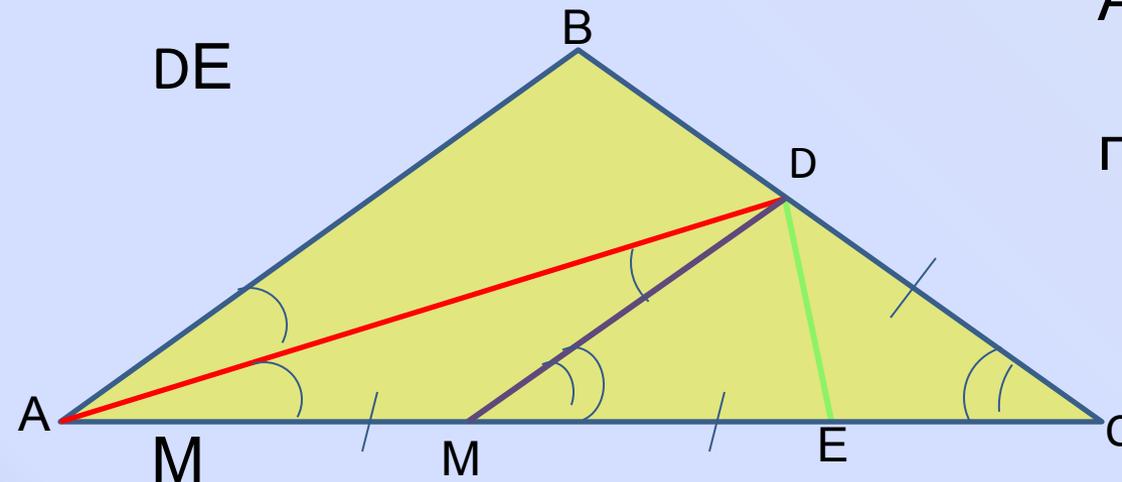
перпендикулярны, $CD=4$

Найти: AE

Решение:

Отметим середину

отрезка AE .



Отрезок

$$\angle BAC = \angle BCA = \alpha$$

DM – медиана прямоугольного треугольника

$$\angle DME = \angle DAC + \angle ADM = \frac{\alpha}{2} + \frac{\alpha}{2} = \alpha = \angle DCM$$

ADE , проведённая из вершины прямого угла,

поэтому $AM=DM=ME$. Обозначим

По теореме о внешнем угле треугольника:

значит треугольник CDM равнобедренный

Подготовительные задачи

1.1 Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 4. найдите радиус описанной окружности.

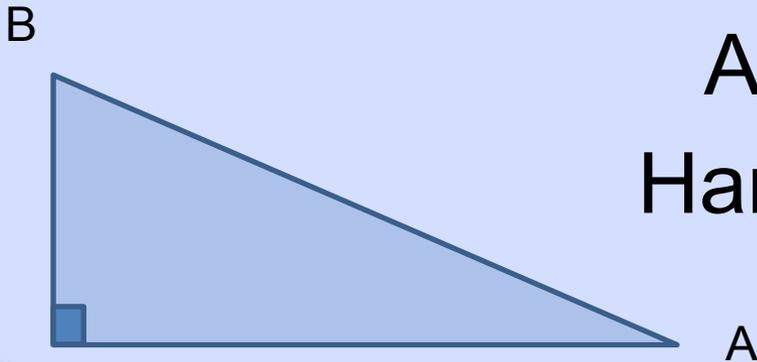
Дано: $\triangle ABC$, $\angle C = 90^\circ$

$$AB = 4$$

Найти: R

Решение:

По условию треугольник прямоугольный, значит гипотенуза – диаметр описанной окружности и $R=2$. Ответ: 2



1.2 Медиана, проведённая к гипотенузе прямоугольного треугольника, равна m и делит прямой угол в отношении 2:1. Найдите стороны треугольника.

