

**Айтуар негізгі орта мектебінің  
математика пәнінің мұғалімі  
Құттыбеков Мерей Сапарбайұлы**

## 9-сынып

### **Тақырып:** ТРИГОНОМЕТРИЯЛЫҚ ФУНКЦИЯЛАРДЫҢ ҚОСЫНДЫСЫН ЖӘНЕ АЙЫРМАСЫН КӨБЕЙТІНДІГЕ ТҮРЛЕНДІРУ ФОРМУЛАЛАРЫ

**Сабақтың мақсаты:** Тригонометриялық есептерді қосындысын және айырмасын қолдана отырып есеп шығару.

#### **Сабақтың мазмұны:**

Синустар қосындысы

Синустар айырмасы

Косинустар қосындысы

Косинустар айырмасы

Тангенстер мен котангенстердің қосындысы мен айырмасының формулалары

Тест

# Синустар қосындысы

Екі бұрыштың синустарының қосындысы осы бұрыштардың қосындысының жартысының синусының осы бұрыштардың айырмасының жартысының косинусына көбейтіндісін екі еселегенге тең.

Синустар қосындысының формуласы:  $\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$ .

1-мысал.  $\sin 105^\circ + \sin 15^\circ$  есептейік:

$$\sin 105^\circ + \sin 15^\circ = 2 \sin \frac{105^\circ + 15^\circ}{2} \cdot \cos \frac{105^\circ - 15^\circ}{2} = 2 \sin 60^\circ \cdot \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{6}}{2}.$$

2-мысал.  $\sin \left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) + \sin \left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right)$  өрнегін ықшамдау керек:

$$\sin \left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) + \sin \left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) = 2 \sin \frac{\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) + \left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right)}{2} \cdot \cos \frac{\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) - \left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right)}{2} = 2 \sin \frac{\pi}{3} \cdot \cos \alpha = \cos \alpha.$$

3-мысал.  $\sqrt{2} + 2 \sin \alpha$  өрнегін көбейтінді түрінде жазу керек:

$$\sqrt{2} + 2 \sin \alpha = 2 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \sin \alpha\right) = 2 \left(\frac{\pi}{4} + \sin \alpha\right) = 4 \sin \frac{\frac{\pi}{4} + \alpha}{2} \cdot \cos \frac{\frac{\pi}{4} - \alpha}{2} = 4 \sin \left(\frac{\pi}{8} + \frac{\alpha}{2}\right) \cdot \cos \left(\frac{\pi}{8} - \frac{\alpha}{2}\right).$$

# Синустар айырмасы

Екі бұрыштың синустарының айырмасы осы бұрыштардың айырмасының жартысының синусының осы бұрыштардың қосындысының жартысының косинусына көбейтіндісін екі еселегенге

Синустар айырмасының формуласы:  $\sin x - \sin y = 2 \sin \frac{x-y}{2} \cos \frac{x+y}{2}$ .

**1-мысал.**  $\sin 105^\circ - \sin 15^\circ$  есептейік:

$$\sin 105^\circ - \sin 15^\circ = 2 \sin \frac{105^\circ - 15^\circ}{2} \cdot \cos \frac{105^\circ + 15^\circ}{2} = 2 \sin 45^\circ \cdot \cos 60^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

**2-мысал.**  $\sin \left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) - \sin \left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right)$  өрнегін ықшамдау керек:

$$\sin \left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) - \sin \left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) = 2 \sin \frac{\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) - \left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right)}{2} \cdot \cos \frac{\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) + \left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right)}{2} = 2 \sin \alpha \cdot \cos \frac{\pi}{3} = \cos \alpha.$$

**3-мысал.**  $1 - 2 \sin \alpha$  өрнегін көбейтінді түрінде жазу керек:

$$1 - 2 \sin \alpha = 2 \left(\frac{1}{2} - \sin \alpha\right) = 2 \left(\frac{\pi}{6} - \sin \alpha\right) = 4 \sin \frac{\frac{\pi}{6} - \alpha}{2} \cdot \cos \frac{\frac{\pi}{6} + \alpha}{2} = 4 \sin \left(\frac{\pi}{12} - \frac{\alpha}{2}\right) \cdot \cos \left(\frac{\pi}{12} + \frac{\alpha}{2}\right)$$

## 1-ЖАТТЫҒУ

Қосу амалдарын орында.

$$\sin 40^\circ + \sin 20^\circ$$

$$\sin 75^\circ + \sin 15^\circ$$

$$\sin 60^\circ + \sin 30^\circ$$

$$\sin 25^\circ + \sin 85^\circ$$

$$\cos 10^\circ$$

$$\frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$\sqrt{2} \cos 15^\circ$$

$$\sqrt{3} \sin 55^\circ$$



## 2-ЖАТТЫҒУ

Өрнектерді ықшамдап, дұрыс жауаптарды таңда.

a)  $\frac{\sin 10^\circ + \sin 50^\circ}{\cos 20^\circ}$

b)  $\frac{2 \sin 35^\circ \cos 45^\circ}{\sin 65^\circ + \sin 5^\circ}$

a) 1

b)  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

a) -2

b)  $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

a)  $\frac{1}{2}$

b)  $\cos 45^\circ$

a) -1

b)  $\frac{2}{3}$

a)  $\cos 20^\circ$

b)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Активация Windows

Чтобы активировать Windows, перейдите в раздел "Параметры".

# Синустар айырмасы

## 3-жаттығу

Синустар айырмасының формуласын пайдалану арқылы өрнектерді ықшамда.

$$\sin 40^\circ - \sin 20^\circ = \boxed{\phantom{000}}$$

$$\sin 60^\circ - \sin 30^\circ = \boxed{\phantom{000}}$$

$$\sin \frac{5\pi}{6} - \sin \frac{2\pi}{3} = \boxed{\phantom{000}}$$

$$\frac{\sin 10^\circ - \sin 50^\circ}{\sqrt{3} \sin 20^\circ} = \boxed{\phantom{000}}$$

# Косинустар қосындысы

## Косинустар қосындысы

Екі бұрыштың косинустарының қосындысы осы бұрыштардың қосындысының жартысының косинусының осы бұрыштардың айырмасының жартысының косинусына көбейтіндісін екі еселегенге тең.

Косинустар қосындысының формуласы:  $\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$ .

**1-мысал.**  $\cos 105^\circ + \cos 15^\circ$  есептейік:

$$\cos 105^\circ + \cos 15^\circ = 2 \cos \frac{105^\circ + 15^\circ}{2} \cdot \cos \frac{105^\circ - 15^\circ}{2} = 2 \cos 60^\circ \cdot \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

**2-мысал.**  $\cos \left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) + \cos \left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right)$  өрнегін ықшамдау керек:

$$\cos \left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) + \cos \left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) = 2 \cos \frac{\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) + \left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right)}{2} \cdot \cos \frac{\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) - \left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right)}{2} = 2 \cos \frac{\pi}{3} \cdot \cos \alpha = \cos \alpha.$$

**3-мысал.**  $\sqrt{3} + 2 \cos \alpha$  өрнегін көбейтінді түрінде жазу керек:

$$\sqrt{3} + 2 \cos \alpha = 2 \left( \frac{\sqrt{3}}{2} + \cos \alpha \right) = 2 \left( \cos \frac{\pi}{6} + \cos \alpha \right) = 4 \cos \frac{\frac{\pi}{6} + \alpha}{2} \cdot \cos \frac{\frac{\pi}{6} - \alpha}{2} = 4 \cos \left( \frac{\pi}{12} + \frac{\alpha}{2} \right) \cdot \cos \left( \frac{\pi}{12} - \frac{\alpha}{2} \right).$$



# Косинустар қосындысы

## 4-жаттығу

Өрнектің мәнін тап.

$$\cos \frac{\pi}{8} + \cos \frac{3\pi}{8} = \sqrt{\boxed{\phantom{000}}} \cos \frac{\pi}{\boxed{\phantom{000}}}$$

# Косинустар қосындысы

## 5-жаттығу

Тепе-тең өрнектерді байланыстыр.

$$\frac{\cos 7\alpha + \cos \alpha}{\sin 7\alpha - \sin \alpha}$$

$$\frac{\sin 2\beta + \sin 8\beta}{\cos 8\beta + \cos 2\beta}$$

$$\operatorname{ctg} 3\alpha$$

$$\operatorname{tg} 5\beta$$

$$\operatorname{tg} 4\alpha$$

$$\operatorname{ctg} 3\beta$$

# Косинустар айырмасы

## Косинустар айырмасы

Екі бұрыштың косинустарының айырмасы осы бұрыштардың қосындысының жартысының синусының осы бұрыштардың айырмасының жартысының синусына көбейтіндісін минус таңбасымен алынған екі еселенгенге тең.

Косинустар айырмасының формуласы:  $\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$ .

**1-мысал.**  $\cos 105^\circ - \cos 15^\circ$  есептейік:

$$\cos 105^\circ - \cos 15^\circ = -2 \sin \frac{105^\circ + 15^\circ}{2} \cdot \sin \frac{105^\circ - 15^\circ}{2} = -2 \sin 60^\circ \cdot \sin 45^\circ = -\frac{\sqrt{6}}{2}.$$

**2-мысал.**  $\cos \left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) - \cos \left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right)$ . өрнегін ықшамдау керек:

$$\cos \left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) - \cos \left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) = -2 \sin \frac{\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) + \left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right)}{2} \cdot \cos \frac{\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) - \left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right)}{2} = -2 \sin \alpha \cdot \sin \frac{\pi}{3} = -\sqrt{3} \sin \alpha.$$

**3-мысал.**  $1 - 2 \cos \alpha$  өрнегін көбейтінді түрінде жазу керек:

$$1 - 2 \cos \alpha = 2 \left(\frac{1}{2} - \cos \alpha\right) = 2 \left(\cos \frac{\pi}{3} - \cos \alpha\right) = -4 \sin \frac{\frac{\pi}{3} + \alpha}{2} \cdot \cos \frac{\frac{\pi}{3} - \alpha}{2} = -4 \sin \left(\frac{\pi}{6} + \frac{\alpha}{2}\right) \cdot \sin \left(\frac{\pi}{6} - \frac{\alpha}{2}\right).$$

## 6-жаттығу

Косинустар айырмасы формуласының дұрыс қолданылуын белгіле.

a)  $\cos 3\alpha - \cos 7\alpha$

b)  $\cos \frac{3\pi}{4} - \cos \frac{\pi}{8}$

a)  $-2 \sin 5\alpha \sin 2\alpha$

b)  $2 \sin \frac{7\pi}{16} \cos \frac{5\pi}{16}$

a)  $-2 \cos 5\alpha \cos 2\alpha$

b)  $-2 \sin \frac{7\pi}{16} \cos \frac{5\pi}{16}$

a)  $2 \sin 5\alpha \sin 2\alpha$

b)  $-2 \sin \frac{7\pi}{16} \sin \frac{5\pi}{16}$

a)  $2 \sin 5\alpha \cos 2\alpha$

b)  $2 \sin \frac{7\pi}{16} \sin \frac{5\pi}{16}$



# Косинустар айырмасы

## 7-жаттығу

Айырманы көбейтіндіге жікте.

$$\cos 2\alpha - \frac{\sqrt{2}}{2} = \text{✦}$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) - \cos \alpha = \text{✦}$$

$$\text{✦ } -2 \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{8}\right) \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{8}\right)$$

$$\text{✦ } -\sin\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right)$$

# Үй-жұмысы

**№742**

**№741**

**№740**

**Есептерді шығарып фотосын түсіріп жібереміз**

**Көңіл қойып  
тыңдағандарыңызға  
рахмет !**

