

# Оптика.

Лекция 5.

**Описание оптических систем**

# Элементы оптических систем

**Оптическая система** – это совокупность оптических сред, разделенных оптическими поверхностями, которые ограничиваются диафрагмами. Оптическая система предназначена для формирования изображения путем перераспределения в пространстве электромагнитного поля, исходящего из предмета (преобразования световых пучков).

- оптические среды,
- оптические поверхности,
- зеркала,
- диафрагмы,
- дифракционные оптические элементы.

# Оптические среды

**Оптические среды** – это прозрачные однородные среды с точным значением показателя преломления (с точностью до 4-6 знаков после запятой).

воздух (вакуум) ;

оптические стекла – точно известны их показатели преломления и различные оптико-физические свойства ;

оптические кристаллы – работают в более широком диапазоне длин волн, чем

**Дисперсия оптических материалов** – это зависимость показателя преломления от длины волны. Она описывается дисперсионными формулами, называемыми **формулами Зельмейера**:

$$n^2 = 1 + \sum_{k=1}^{4-5} \frac{b_k}{\lambda^2 - \lambda_k^2}$$

$$n = a_1 + a_2\lambda^2 + a_3\lambda^4 + a_4\lambda^{-2} + a_5\lambda^{-4} + a_6\lambda^{-6}$$

Все стекла отличаются друг от друга характером зависимости показателя преломления от длины волны. Оптические материалы могут работать только в определенном интервале длин волн (от до ), в пределах которого показатель преломления хорошо описывается дисперсионной формулой. Вблизи границ этого интервала зависимость показателя преломления сильно отличается от описанного дисперсионной формулой (показатель преломления либо резко убывает, либо резко увеличивается). Пограничные интервалы длин волн называются **полосами поглощения**. У различных стекол эти полосы разные

# Фраунгоферовы линии

$i$  - 365 нм

$h$  - 404 нм

$G'$  - 434 нм

$g$  - 436 нм

$F'$  - 480 нм

$F$  - 486 нм

$e$  - 546 нм

$d$  - 587 нм

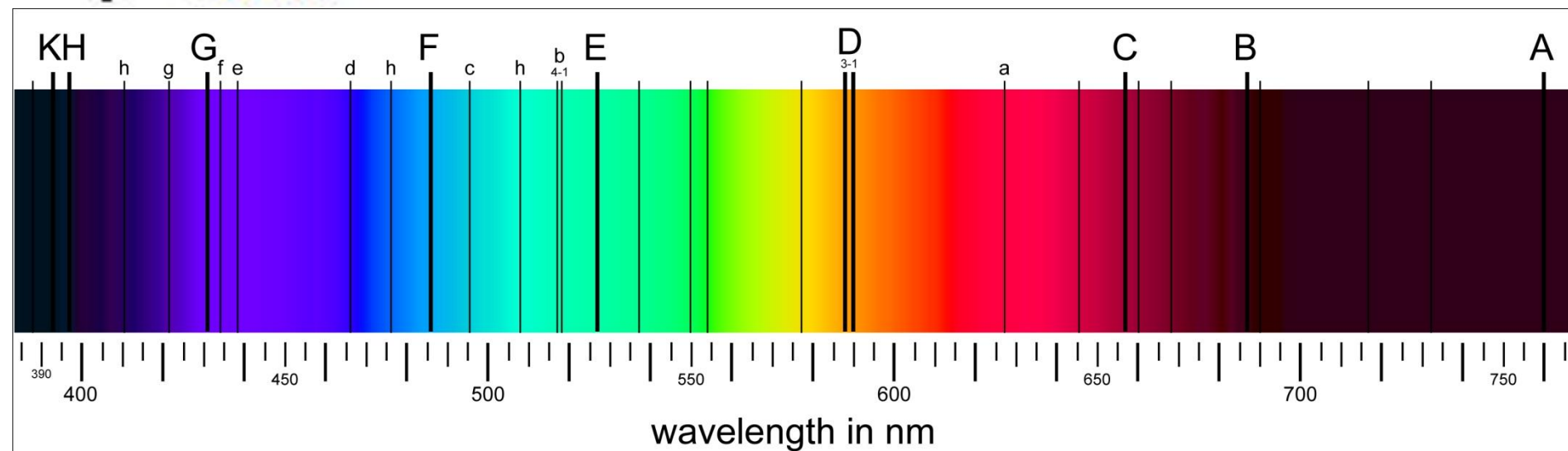
$D$  - 589 нм

$C'$  - 643 нм

$C$  - 656 нм

$r$  - 706 нм

$A'$  - 768 нм



Основными характеристиками стекол являются **показатель преломления для основной длины волны  $n_{\lambda_0}$**  и **общая дисперсия  $n_{\lambda_1} - n_{\lambda_2}$** , где  $\lambda_1, \lambda_2$  – наибольшая и наименьшая длины волн, которые пропускает стекло.

В качестве опорных или основных длин волн для видимой области сейчас используются: центральная длина волны  $\lambda_0 = e$  крайние длины волн  $\lambda_1 = F'$ ,  $\lambda_2 = C'$ .

Ранее в качестве основных длин волн использовались:  $\lambda_0 = D$  крайние длины волн  $\lambda_1 = F$ ,  $\lambda_2 = C$ .

Оптическое стекло характеризуется показателем преломления для основной длины волны (или ), а также общей дисперсией (или ).

$$V_e = \frac{n_e - 1}{n_{F'} - n_{C'}} \quad - \text{ число Аббе (коэффициент относительной дисперсии)}$$

$V_e > 60$  – кроны;

$V_e < 60$  –  
флинты.

# Оптические поверхности

плоские,  
сферические

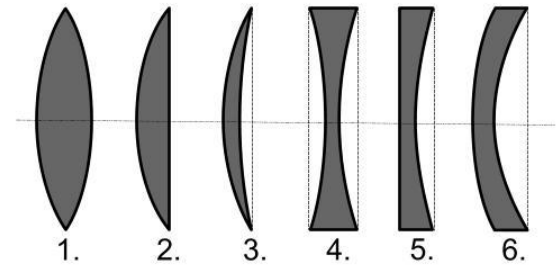
,  
асферические

При компьютерных расчетах удобно использовать не радиус кривизны,

**а кривизну поверхности:**

$$\rho = \frac{1}{R}$$

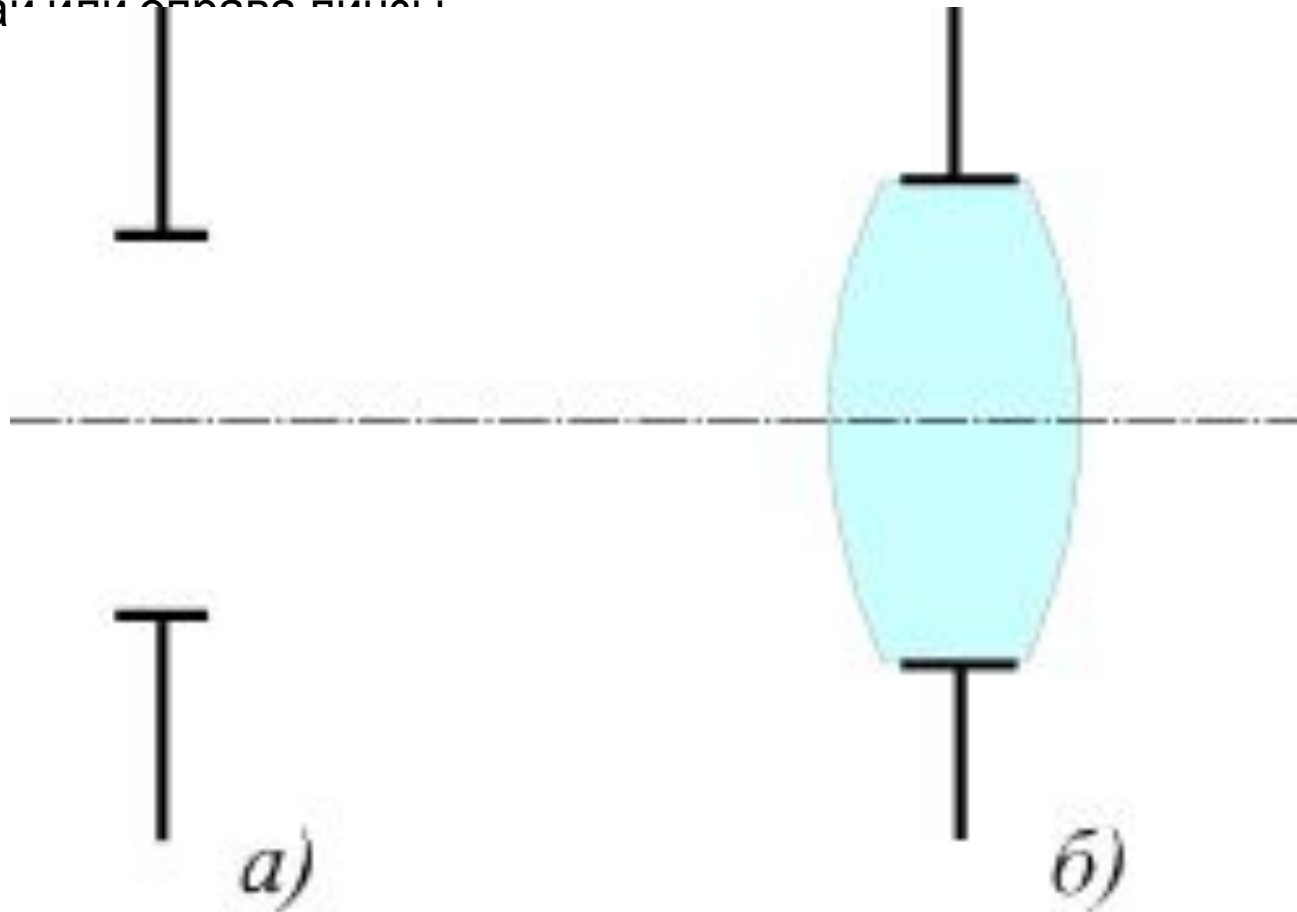
Форма оптических поверхностей должна выдерживаться с точностью меньше длины волны. В идеальных оптических системах отклонения от идеальной формы поверхности не должны превышать  $\lambda/8$ , при этом допуск не зависит от размера поверхности.



Плоские и сферические поверхности изготавливаются достаточно просто (методом притирки), и поэтому именно их чаще всего используют в оптических системах. Асферические поверхности используются редко из-за сложности их изготовления и контроля, так как у них различная величина радиуса кривизны по различным направлениям. В настоящее время существуют технологии изготовления асферических поверхностей на станках с программным управлением. Получение точного профиля асферической поверхности возможно только методом ретуши

# Диафрагмы

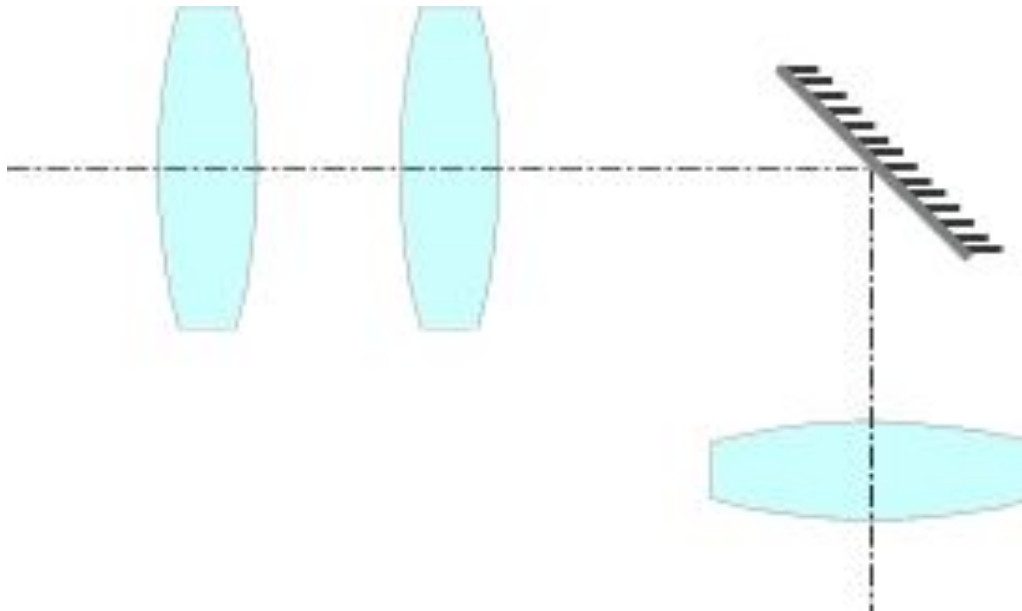
**Диафрагма** – это металлический экран с круглым отверстием. На оптических схемах диафрагмы могут быть заданы явно – диафрагма является самостоятельным элементом оптической системы, или неявно – роль диафрагмы играет край или центр диска.



# Взаимное расположение элементов в оптической системе

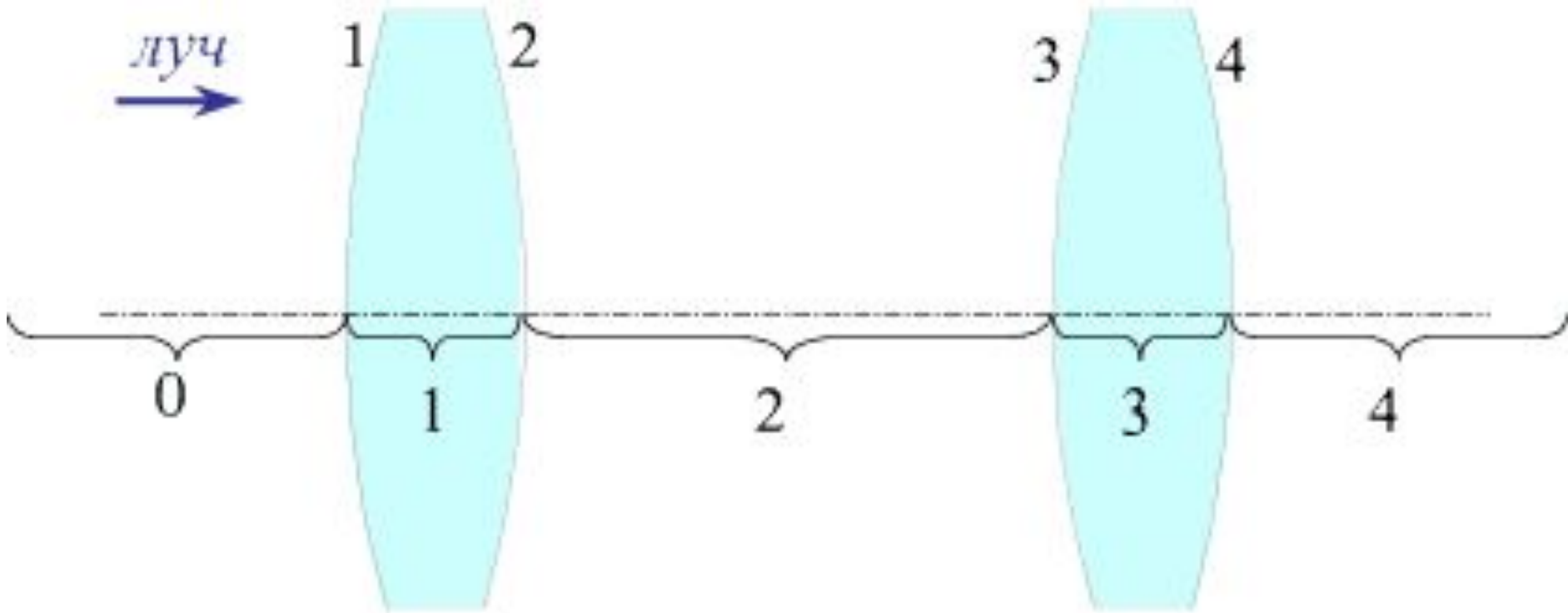
**Центрированная оптическая система** – это оптическая система, которая имеет ось симметрии (оптическую ось) и сохраняет все свои свойства при вращении вокруг этой оси.

- все плоские поверхности перпендикулярны оси,
- центры всех сферических поверхностей принадлежат оси,
- все диафрагмы круглые, центры всех диафрагм принадлежат оси,
- все среды либо однородны, либо распределение показателя преломления симметрично относительно оси.





Нумерация элементов оптической системы ведется по ходу луча. Все расстояния между поверхностями (толщины линз или воздушные промежутки) откладываются по оси.



# Правила знаков

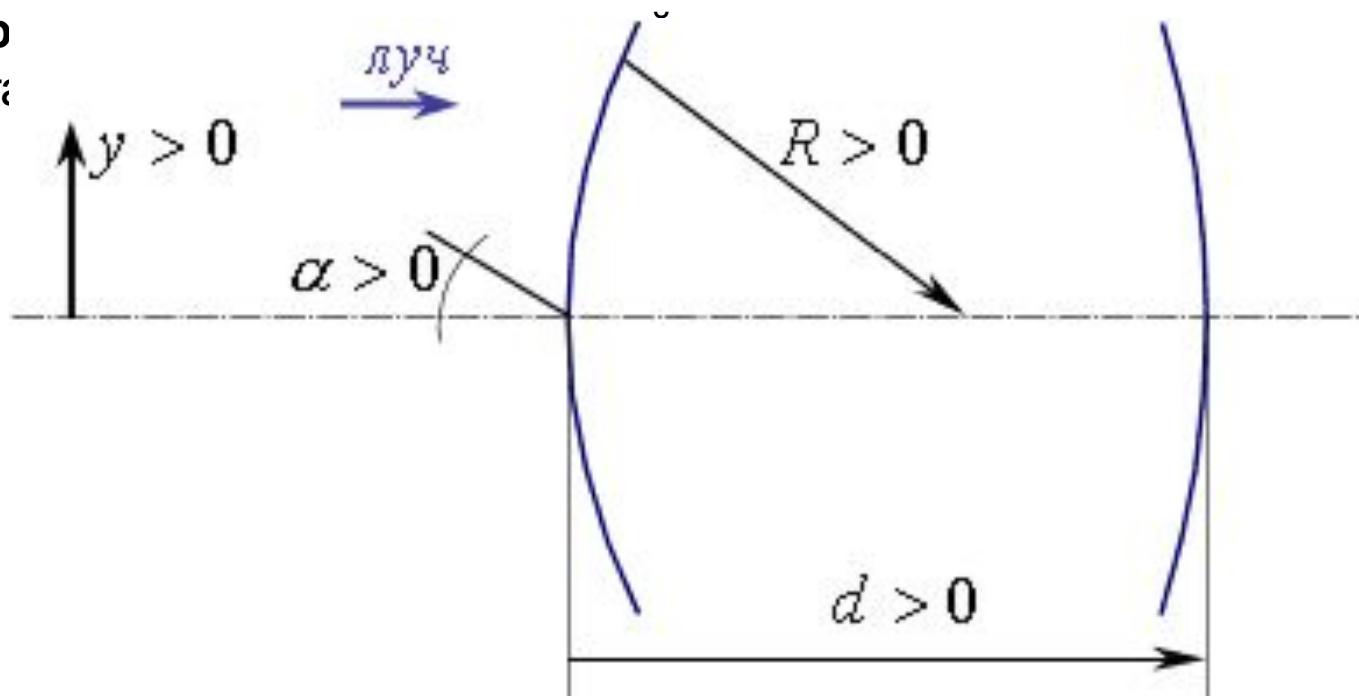
Положительным **направлением света** считается распространение слева направо.

**Осевые расстояния** между преломляющими поверхностями считаются положительными, если они измеряются по направлению распространения света (слева направо) (рис.5.1.4).

**Радиус кривизны поверхности** считается положительным, если центр кривизны находится справа от поверхности (поверхность обращена выпуклостью влево) (рис.5.1.4).

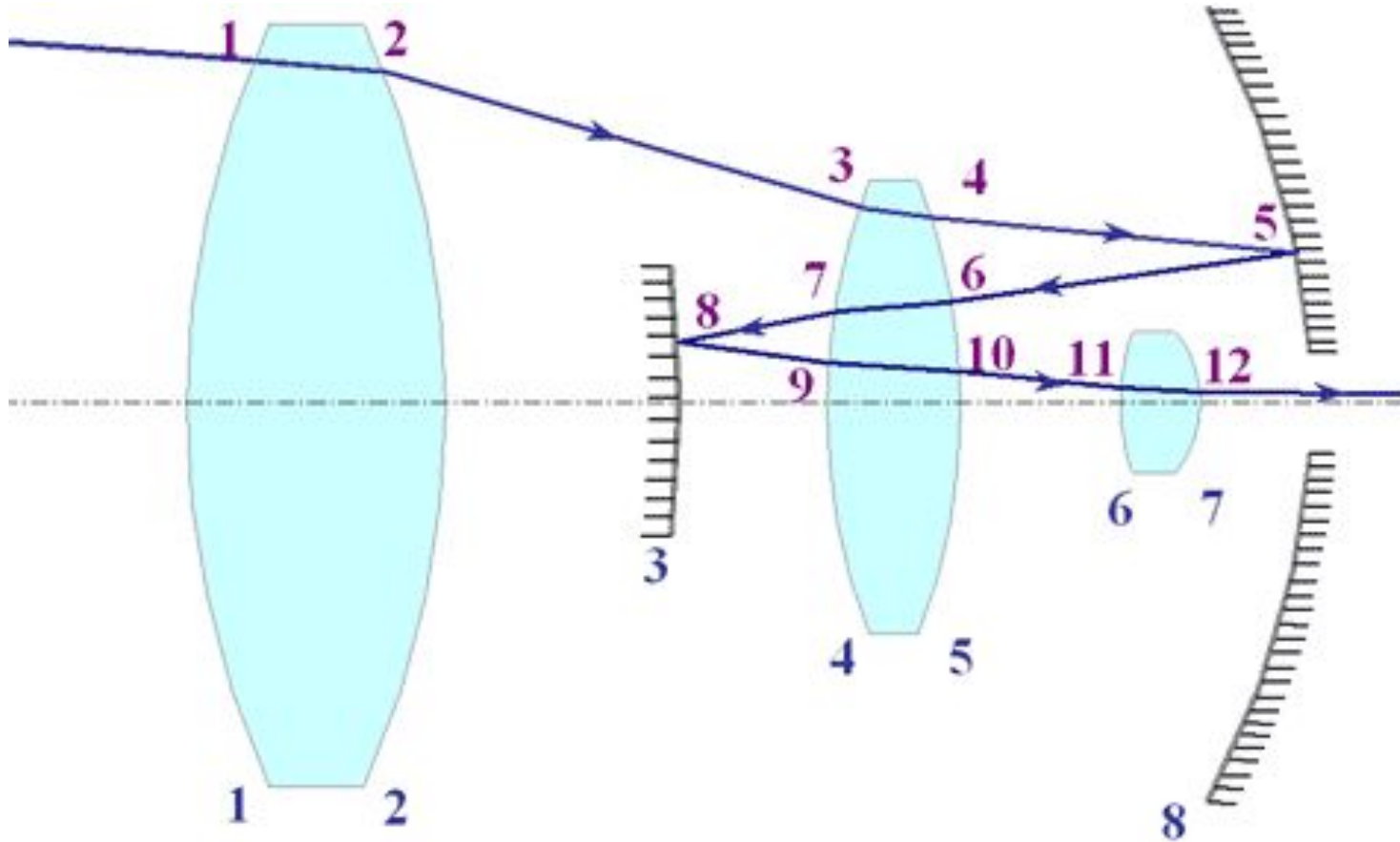
**Угол между лучом и оптической осью** считается положительным, если для совмещения оси с лучом ось нужно вращать по часовой стрелке (рис.5.1.4).

**Отрезки, пер**  
они располага



ли, если

Луч может пройти одну и ту же поверхность несколько раз, поэтому физическое и расчетное число поверхностей может различаться. Например, на рисунке показаны 8 физических и 12 расчетных поверхностей.



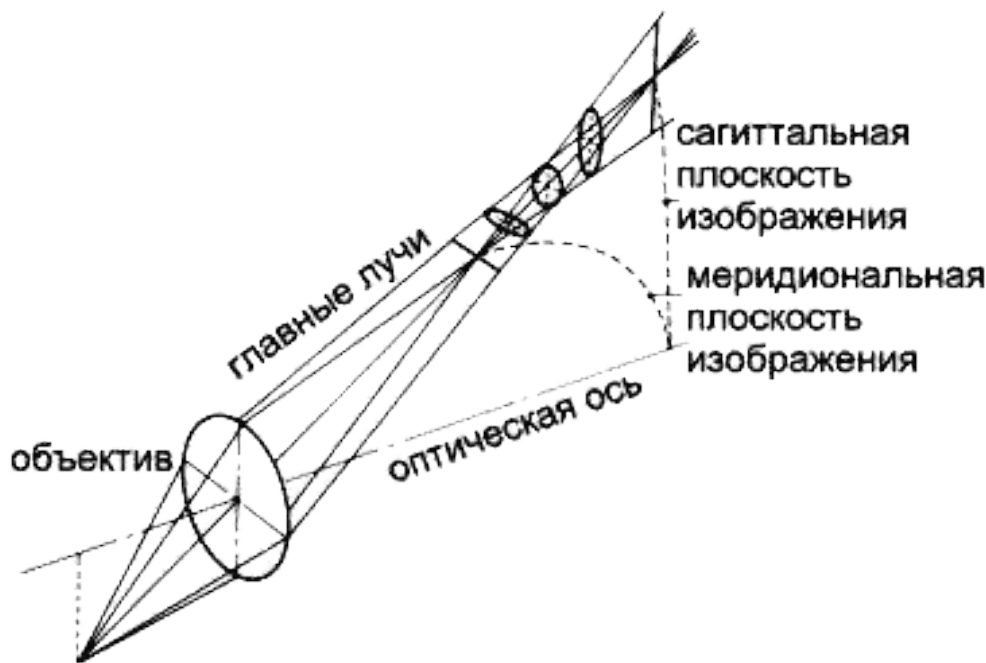
линзовые (нет зеркал, кроме плоских для излома оптической оси),  
зеркальные,  
зеркально-линзовые.

# Меридиональная и сагиттальная

## ПЛОСКОСТИ

**Меридиональная плоскость** – это плоскость, проходящая через оптическую ось

**Сагиттальная плоскость** – это плоскость, которая содержит луч, перпендикулярна меридиональной плоскости и не проходит через ось (может быть ломаной и рассматривается по частям). Ее название произошло от слова “сагитта” (лат.) – стрела.



# Предмет и изображение в оптической системе

В геометрической оптике **предмет** – это совокупность точек, из которых выходят лучи, попадающие в оптическую систему.

Из каждой точки предмета выходит [гомоцентрический пучок лучей](#). Вся возможная совокупность точек (от до ) образует **пространство предметов**.  
Пространство предметов может быть **действительным** или **мнимым**.

Оптическая система делит все пространство на две части:  
пространство предметов,  
пространство изображений.

**Плоскость предметов и плоскость изображений** – это плоскости, перпендикулярные оптической оси и проходящие через предмет и изображение.

# Сопряженные точки

В геометрической оптике любой точке пространства предметов можно поставить в соответствие сопряженную ей точку в пространстве изображений. Если из некоторой точки в пространстве предметов выходят лучи и эти лучи затем пересекаются в пространстве изображений в какой-либо точке, то эти две точки называются **сопряженными**.

**Сопряженные линии** – это линии, для которых каждая точка линии в пространстве предметов сопряжена с каждой соответствующей точкой линии в пространстве изображений (для [идеальных оптических систем](#)).

**Ближний тип** – предмет (изображение) расположены на конечном расстоянии, поперечные размеры измеряются в единицах длины.

**Дальний тип** – предмет (изображение) расположены в бесконечности, поперечные размеры выражены в угловой мере.

Термины “конечное расстояние” и “бесконечность” достаточно условны и просто соответствуют более или менее близкому расположению предмета (изображения) по отношению к оптической системе.

# систем (параксиальная или

В параксиальной области (Безжонковская зона оптической оси), любая реальная система ведет себя как идеальная:

Каждой точке пространства предметов можно поставить в соответствие сопряженную ей точку в пространстве изображений.

Каждая прямая линия имеет сопряженную ей прямую линию в пространстве изображений.

Каждая плоскость пространства предметов имеет сопряженную ей плоскость в пространстве изображений.

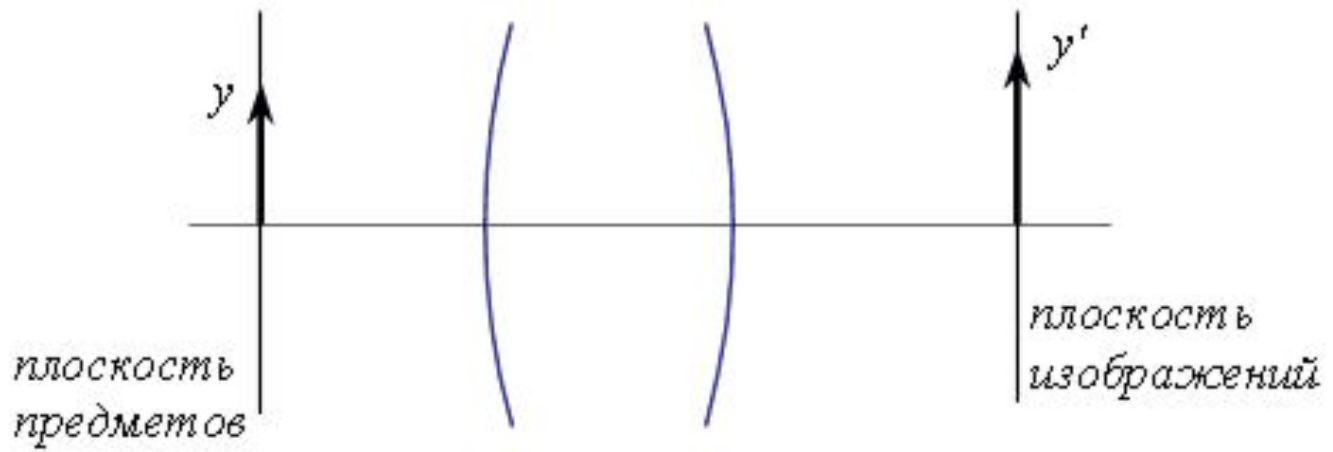
Меридиональная плоскость имеет сопряженную ей меридиональную плоскость в пространстве изображений.

Плоскость в пространстве предметов, перпендикулярная оптической оси, имеет сопряженную ей плоскость, перпендикулярную оптической оси в пространстве изображений.

# Линейное, угловое, продольное увеличение

**Линейное увеличение оптической системы** – это отношение линейного размера изображения в направлении, перпендикулярном оптической оси, к соответствующему размеру предмета в направлении перпендикулярном оптической оси

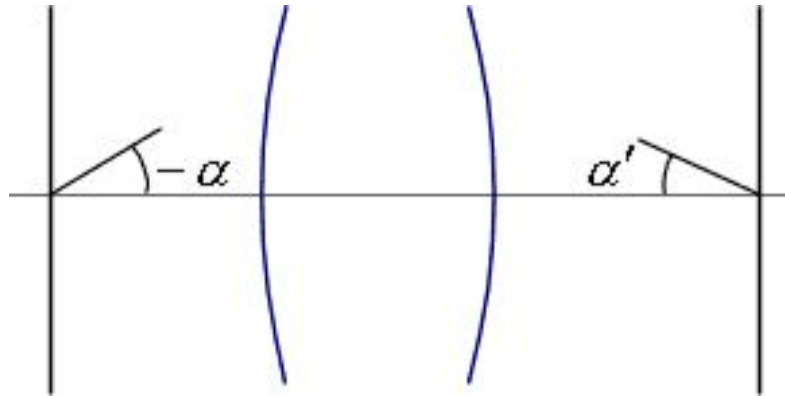
$$\beta = \frac{y'}{y}$$





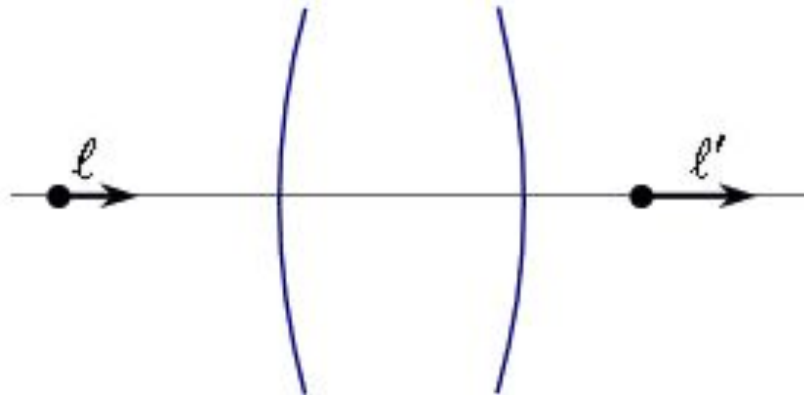
**Угловое увеличение оптической системы** – это отношение тангенса угла между лучом и оптической осью в пространстве изображений к тангенсу угла между сопряженным с ним лучом в пространстве предметов и осью

$$W = \frac{\operatorname{tg} \alpha'}{\operatorname{tg} \alpha}$$



**Продольное увеличение оптической системы** – это отношение бесконечно малого отрезка, взятого вдоль оптической оси в пространстве изображений, к сопряженному с ним отрезку в пространстве предметов

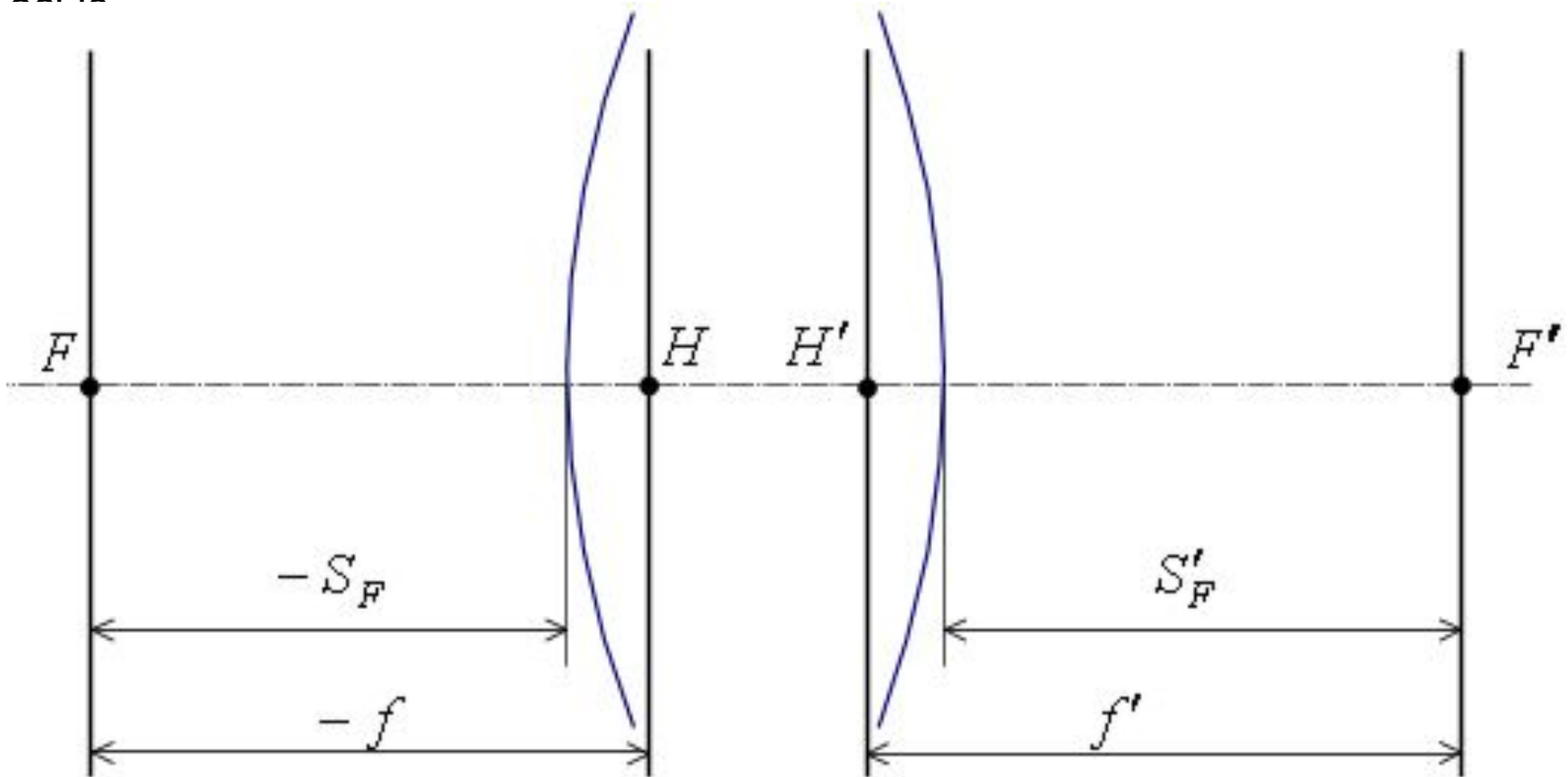
$$Q = \frac{l'}{l}$$



# Кардинальные точки и отрезки

Главными плоскостями системы называется пара сопряженных плоскостей, в которых линейное увеличение равно единице ( $\beta=1$ ).

Главные точки и – это точки пересечения главных плоскостей с оптической осью



Расстояние от задней главной точки до заднего фокуса называется **задним фокусным расстоянием** .

Расстояние от последней поверхности до заднего фокуса называется **задним фокальным отрезком** .

**Передний фокус** – это точка на оптической оси в пространстве предметов, сопряженная с бесконечно удаленной точкой, расположенной на оптической оси в пространстве изображений

**Переднее фокусное расстояние** – это расстояние от передней главной точки до переднего фокуса.

**Передний фокальный отрезок** – это расстояние от первой поверхности до переднего фокуса.

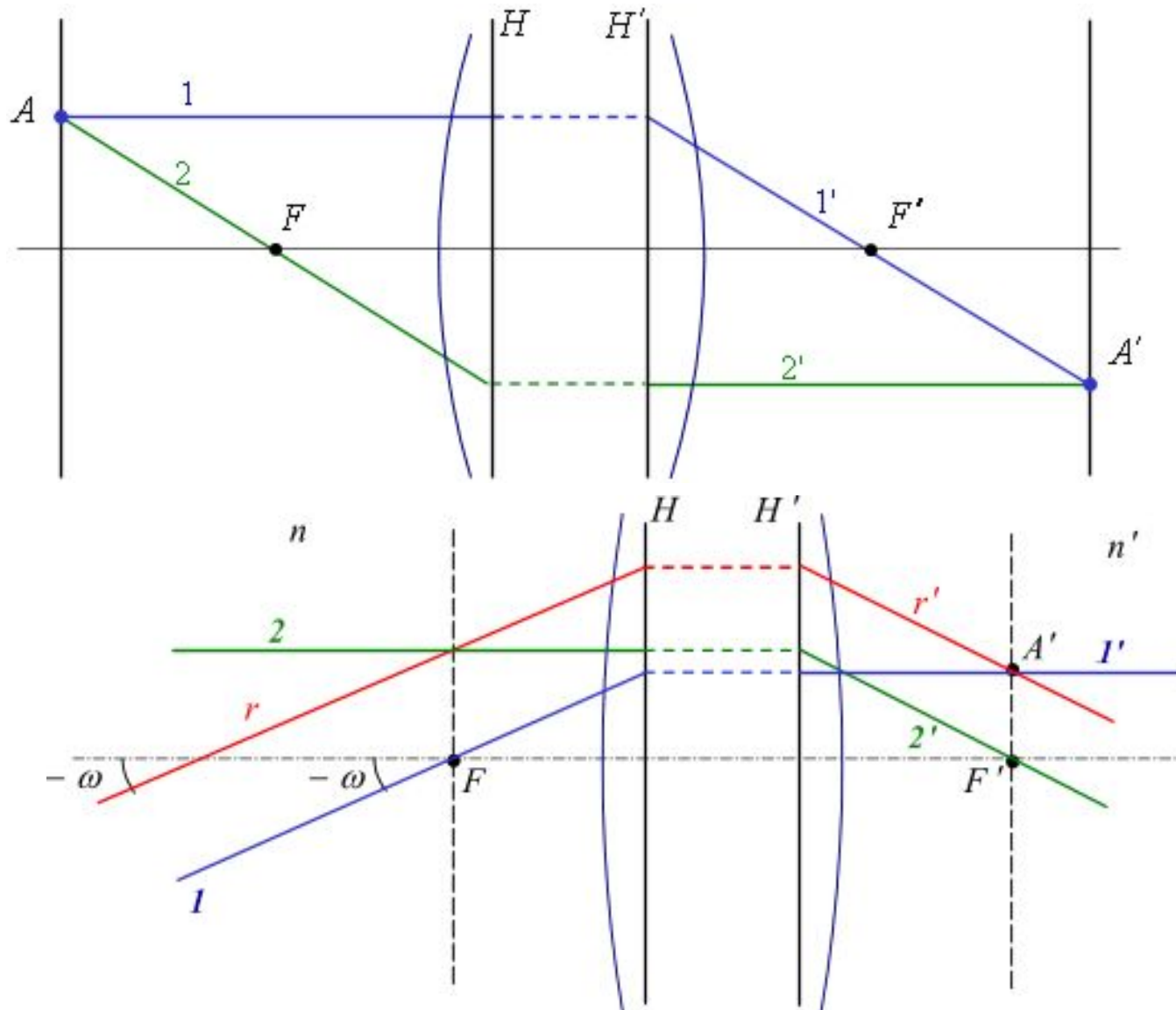
Переднее и заднее фокусные расстояния не являются абсолютно независимыми, они связаны между собой соотношением:

$$\frac{f'}{f} = -\frac{n'}{n} \quad \longrightarrow \quad \frac{f'}{n'} = -\frac{f}{n}$$

$\frac{f}{n}$  – **приведенное** или **эквивалентное фокусное расстояние**.

$\Phi = \frac{n'}{f'} = -\frac{n}{f}$  - **оптическая сила** оптической системы

# Построение изображений



# Основные соотношения параксиальной оптики

$$\frac{y}{-y'} = \frac{-z}{f'} \longrightarrow \frac{y'}{y} = -\frac{f}{z}$$

$$\beta = \frac{y'}{y} = -\frac{f}{z}$$

$$\beta = \frac{y'}{y} = -\frac{z'}{f'}$$

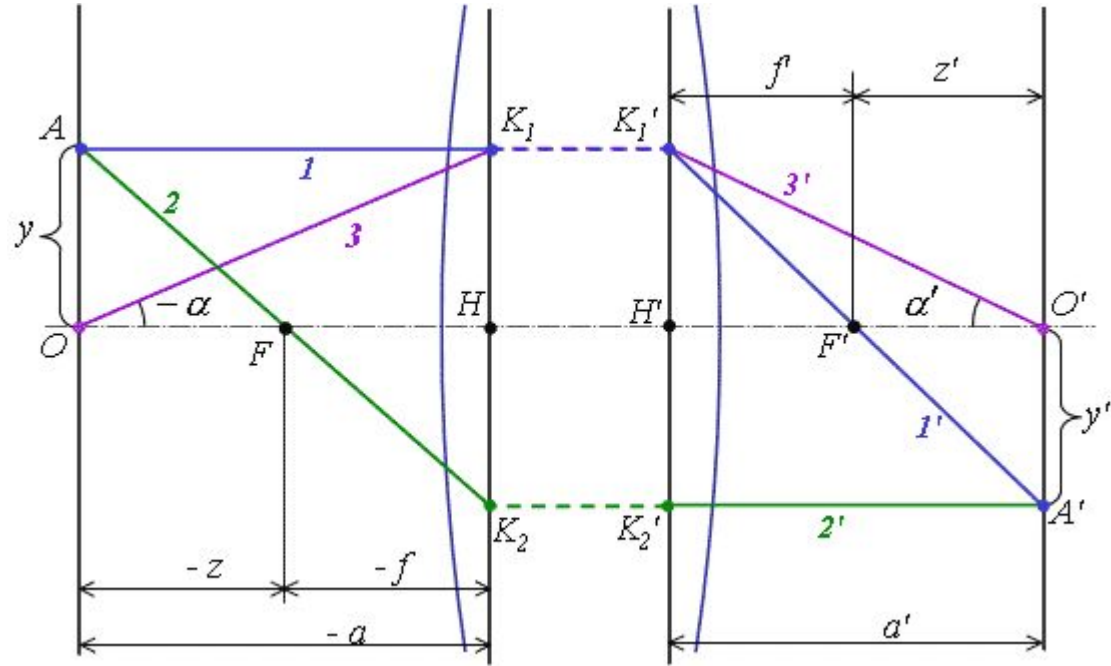
$$z \cdot z' = f \cdot f' \quad \text{- формула}$$

Ньютона  
при равных показателях  
преломления

$$z' = a' - f'$$

$$(a - f) \cdot (a' - f') = f \cdot f''$$

$$\frac{f'}{a'} + \frac{f}{a} = 1 \quad \text{- формула Гаусса}$$



# Угловое увеличение и узловые точки

## ТОЧКИ

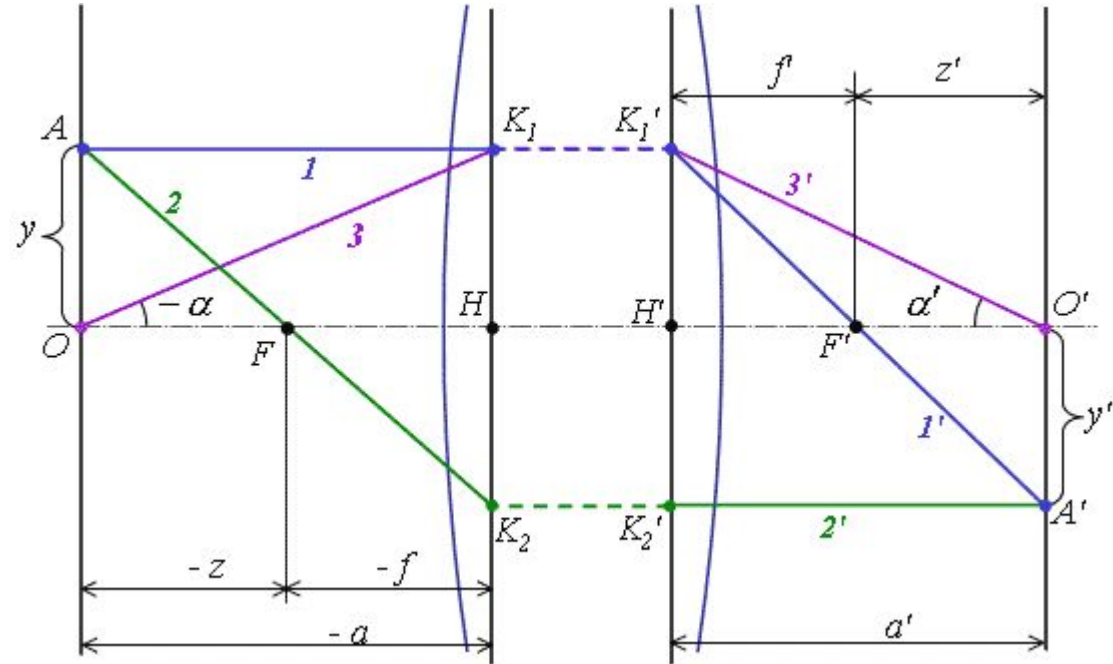
$$\operatorname{tg}(-\alpha) = \frac{y}{-a} \longrightarrow -\alpha = \frac{y}{-a}$$

$$\alpha' = \frac{y}{a'}$$

$$W = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{y \cdot a}{y \cdot a'} = \frac{a}{a'} = \frac{f + z}{f + z'}$$

Используем формулу Ньютона

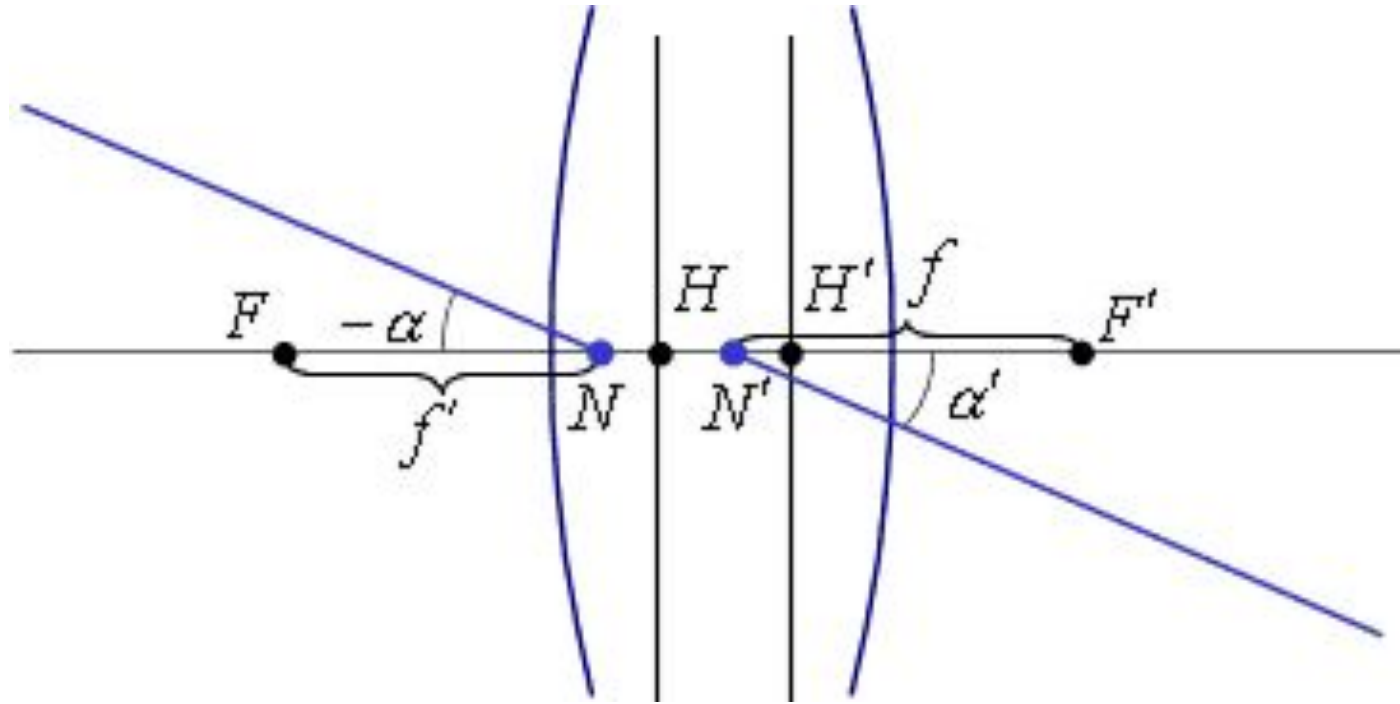
$$W = \frac{z}{f'} = \frac{f}{z'}$$



Если выбрать плоскости предмета и изображения таким образом, что  $z=f'$  и  $z'=f$ , то в точках пересечения этих плоскостей с осью угловое увеличение равно единице. Такие точки называются **узловыми точками**.

# Угловое увеличение и узловые точки

$$\beta \cdot W = -\frac{f}{f'} = \frac{n}{n'}$$



# Частные случаи положения предмета и изображения

Рассмотрим различные положения предмета и изображения ( $z$  и  $z'$ )

$$z = -f \longrightarrow z' = -f'$$

линейное увеличение  $\beta=1$ , следовательно, предмет и изображение – это главные

плоскости

$$W = -\frac{f}{f'} = \frac{n}{n'}$$

$$z = f' \longrightarrow z' = f'$$

угловое увеличение  $W=1$ , следовательно, предмет и изображение – это узловые

плоскости

$$\beta = -\frac{f}{f'} = \frac{n}{n'}$$

$$z = f \longrightarrow z' = f$$

линейное увеличение  $\beta=-1$ , угловое

$$W = \frac{f}{f'} = -\frac{n}{n'}$$

увеличение

следовательно, предмет находится на двойном фокусном расстоянии, то есть расстояние между предметом и изображением минимально.



$$z = 0 \quad z' = \infty$$

Тогда , линейное увеличение  $\beta = -\infty$ , угловое увеличение  $W = 0$ , следовательно, предмет находится в переднем фокусе, а изображение – в бесконечности.

$$z' = 0 \quad z = \infty$$

Тогда , линейное увеличение  $\beta = 0$ , угловое увеличение  $W = -\infty$  , следовательно, предмет находится на бесконечности, а изображение – в заднем фокусе.

# Связь продольного увеличения с поперечным и угловым

$$l = z_1 - z$$

$$l' = z' - z'_1$$

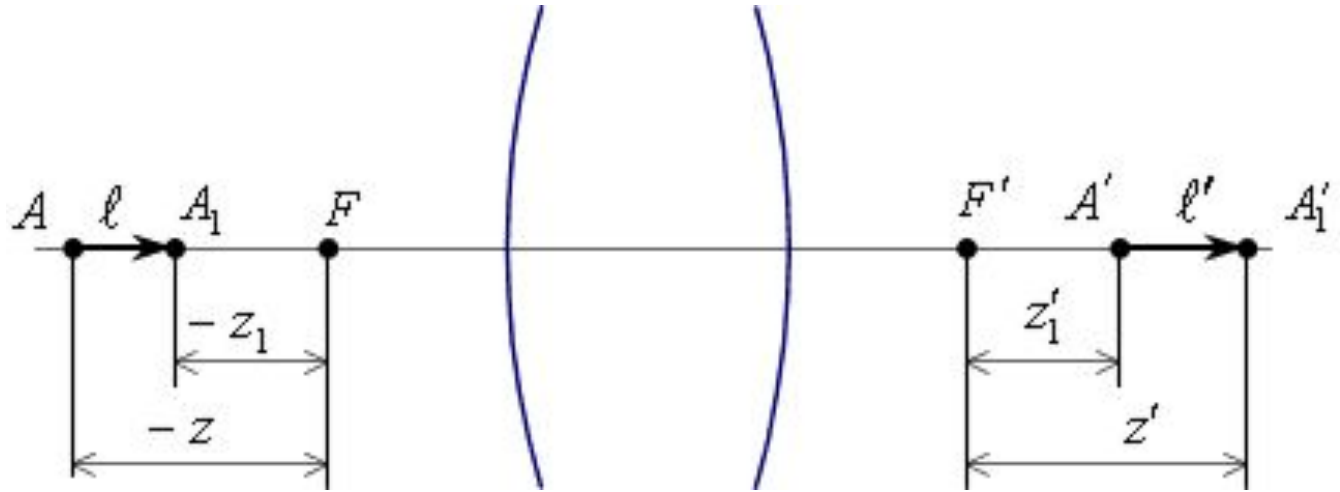
$$Q = \frac{l'}{l} = \frac{z' - z'_1}{z_1 - z}$$

$$Q = -\frac{f'}{f} \cdot \beta \cdot \beta_1$$

$$Q = -\frac{n'}{n} \cdot \beta \cdot \beta_1$$

$$Q_{l \rightarrow 0} = -\frac{f'}{f} \cdot \beta^2 = -\frac{n'}{n} \cdot \beta^2$$

$$W = -\frac{f}{f'} \cdot \beta^{-1} = \frac{n}{n'} \cdot \beta^{-1}$$



Если оптическая система находится в однородной среде,  
 $Q = \beta^2, W = \beta^{-1}$

То есть продольное увеличение равно квадрату линейного увеличения, а угловое обратно пропорционально ему.

# Диоптрийное исчисление

Диоптрийное исчисление – это измерение продольных отрезков в обратных единицах (диоптриях):

$$D = \left( \frac{a}{n} \right)^{-1}$$

$\frac{a}{n}$  - приведенная длина

Одна диоптрия соответствует приведенному отрезку в 1м. Если отрезок измеряется в мм, то обратный отрезок измеряется в килодиоптриях.

Используя формулу отрезков можно получить важное соотношение для приведенных отрезков в пространстве предметов и изображений и [оптической силы](#), измеряемых в диоптриях:

$$\frac{n'}{a'} = \frac{n}{a} + \frac{n'}{f'}$$

$$D' = D + \Phi$$

где D и D' – приведенные передний и задний отрезки в диоптриях. То есть оптическая система увеличивает приведенный отрезок в пространстве изображений (в дптр) на величину оптической силы.

# Инвариант Лагранжа-Гельмгольца

Инвариант Лагранжа-Гельмгольца связывает линейный размер предмета и угловой размер пучка лучей. Эта величина инвариантна, то есть неизменна в любом пространстве.

Для вывода этого инварианта воспользуемся выражением, связывающим [угловое](#) и [линейное](#) увеличения. Тогда воспользовавшись выражениями определяющими линейное и угловое увеличения, получим следующее соотношение:

$$\frac{a' \cdot y'}{a \cdot y} = \frac{n}{n'}$$

$a \cdot y \cdot n = a' \cdot y' \cdot n'$  - инвариант Лагранжа-Гельмгольца

Инвариант Лагранжа-Гельмгольца характеризует информационную емкость оптической системы, то есть величину пространства, которое может быть отображено оптической системой. Этот инвариант математически выражает закон сохранения информации в [геометрической оптике](#).

