

F-критерий. Группы объясняющих переменных (регрессоры).

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + u$$

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_4 X_4 + u$$

Теперь мы переходим к более общим F-испытаниям соответствия предсказаний модели данным. Это испытание совместной объяснительной силы группы переменных, когда они добавляются к модели регрессии.

F-критерий. Группы объясняющих переменных (регрессоры).

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + u$$

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_4 X_4 + u$$

Например, в исходной спецификации, Y может быть записана как простая функция X_2 .
Во втором случае мы добавим X_3 и X_4 .

F-критерий. Группы объясняющих переменных (регрессоры).

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + u$$

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_4 X_4 + u$$

$$H_0 : \beta_3 = \beta_4 = 0$$

$$H_1 : \beta_3 \neq 0 \text{ или } \beta_4 \neq 0 \text{ или оба } \beta_3 \text{ и } \beta_4 \neq 0$$

Нулевая гипотеза состоит в том, что ни X_3 , ни X_4 не принадлежат модели. Альтернативная гипотеза состоит в том, что хотя бы один из них принадлежит модели, а возможно, даже оба.

F-критерий. Группы объясняющих переменных (регрессоры).

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + u$$

RSS_1

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_4 X_4 + u$$

RSS_2

$$H_0 : \beta_3 = \beta_4 = 0$$

$$H_1 : \beta_3 \neq 0 \text{ или } \beta_4 \neq 0 \text{ или оба } \beta_3 \text{ и } \beta_4 \neq 0$$

Когда к модели добавляются новые переменные, RSS не может повышаться. В общем, он будет уменьшаться. Если новые переменные неактуальны, они уменьшатся только на случайную величину. Тест оценивает, будет ли уменьшение в RSS больше, чем можно было бы ожидать на основе чистой случайности.

F-критерий. Группы объясняющих переменных (регрессоры).

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + u$$

RSS_1

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_4 X_4 + u$$

RSS_2

$$H_0 : \beta_3 = \beta_4 = 0$$

$$H_1 : \beta_3 \neq 0 \text{ или } \beta_4 \neq 0 \text{ или оба } \beta_3 \text{ и } \beta_4 \neq 0$$

F (стоимость в с.с.,
доставшиеся с.с.) =

$$\frac{\text{уменьшение в } RSS}{\text{Оставшаяся } RSS} \quad / \quad \frac{\text{стоимость в с.с.}}{\text{Оставшиеся степени свободы}}$$

Соответствующим тестом является F-критерий. При рассмотрении этого критерия (теста) и для нескольких других, с которыми мы столкнемся, полезно подумать о статистике F как о структуре, указанной выше.

F-критерий. Группы объясняющих переменных (регрессоры).

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + u$$

RSS_1

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_4 X_4 + u$$

RSS_2

$$H_0 : \beta_3 = \beta_4 = 0$$

$$H_1 : \beta_3 \neq 0 \text{ или } \beta_4 \neq 0 \text{ или оба } \beta_3 \text{ и } \beta_4 \neq 0$$

$$F \text{ (стоимость в с.с., доставшиеся с.с.)} = \frac{\text{уменьшение в } RSS}{\text{Оставшаяся } RSS} \bigg/ \frac{\text{стоимость в с.с.}}{\text{Оставшиеся степени свободы}}$$

«Уменьшение (сокращение) в RSS» - это сокращение при внесении изменений, в этом случае, когда добавляется группа новых переменных.

F-критерий. Группы объясняющих переменных (регрессоры).

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + u$$

RSS_1

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_4 X_4 + u$$

RSS_2

$$H_0 : \beta_3 = \beta_4 = 0$$

$$H_1 : \beta_3 \neq 0 \text{ или } \beta_4 \neq 0 \text{ или оба } \beta_3 \text{ и } \beta_4 \neq 0$$

F (стоимость в с.с.,
доставшиеся с.с.) =

$$\frac{\text{уменьшение в } RSS}{\text{стоимость в с.с.}} = \frac{\text{Оставшаяся } RSS}{\text{Оставшиеся степени свободы}}$$

«Стоимость в с.с.» - это сокращение числа степеней свободы, оставшихся после внесения изменений. В данном случае он равен числу добавленных новых переменных.

F-критерий. Группы объясняющих переменных (регрессоры).

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + u$$

RSS_1

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_4 X_4 + u$$

RSS_2

$$H_0 : \beta_3 = \beta_4 = 0$$

$$H_1 : \beta_3 \neq 0 \text{ или } \beta_4 \neq 0 \text{ или оба } \beta_3 \text{ и } \beta_4 \neq 0$$

$$F \text{ (стоимость в с.с., доставшиеся с.с.)} = \frac{\text{уменьшение в } RSS}{\text{стоимость в с.с.}} = \frac{\text{Оставшаяся } RSS}{\text{Оставшиеся степени свободы}}$$

(Помните, что число степеней свободы в уравнении регрессии - это количество наблюдений, меньшее, чем количество оцениваемых параметров. В этом примере он будет падать с $n - 2$ на $n - 4$, когда добавляются X_3 and X_4 , поэтому стоимость будет равна 2.)

F-критерий. Группы объясняющих переменных (регрессоры).

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + u$$

RSS_1

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_4 X_4 + u$$

RSS_2

$$H_0 : \beta_3 = \beta_4 = 0$$

$$H_1 : \beta_3 \neq 0 \text{ или } \beta_4 \neq 0 \text{ или оба } \beta_3 \text{ и } \beta_4 \neq 0$$

$$F \text{ (стоимость в с.с., доставшиеся с.с.)} = \frac{\text{уменьшение в } RSS}{\text{стоимость в с.с.}} = \frac{\text{Оставшаяся } RSS}{\text{Оставшиеся степени свободы}}$$

«Остаток RSS» - это остаточная сумма квадратов после внесения изменений.

F-критерий. Группы объясняющих переменных (регрессоры).

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + u$$

RSS_1

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_4 X_4 + u$$

RSS_2

$$H_0 : \beta_3 = \beta_4 = 0$$

$$H_1 : \beta_3 \neq 0 \text{ или } \beta_4 \neq 0 \text{ или оба } \beta_3 \text{ и } \beta_4 \neq 0$$

$$F \text{ (стоимость в с.с., доставшиеся с.с.)} = \frac{\text{уменьшение в } RSS}{\text{стоимость в с.с.}} = \frac{\text{Оставшаяся } RSS}{\text{Оставшиеся степени свободы}}$$

«Степени свободы» - это количество степеней свободы, оставшихся после внесения изменений.

F-критерий. Группы объясняющих переменных (регрессоры).

```
. reg S ASVABC
```

Source	SS	df	MS	Number of obs = 500		
Model	1006.99534	1	1006.99534	F(1, 498)	=	182.56
Residual	2747.02666	498	5.5161178	Prob > F	=	0.0000
Total	3754.022	499	7.52309018	R-squared	=	0.2682
				Adj R-squared	=	0.2668
				Root MSE	=	2.3486

S	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
ASVABC	1.580901	.1170059	13.51	0.000	1.351015	1.810787
_cons	14.43677	.1097335	131.56	0.000	14.22117	14.65237

Мы проиллюстрируем этот тест примером образования. Здесь S регрессируется на ASVABC с использованием набора данных 21. Мы отмечаем остаточную сумму квадратов.

F-критерий. Группы объясняющих переменных (регрессоры).

```
. reg S ASVABC SM SF
```

Source	SS	df	MS	Number of obs = 500		
Model	1235.0519	3	411.683966	F(3, 496) = 81.06		
Residual	2518.9701	496	5.07856875	Prob > F = 0.0000		
Total	3754.022	499	7.52309018	R-squared = 0.3290		
				Adj R-squared = 0.3249		
				Root MSE = 2.2536		

S	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
ASVABC	1.242527	.123587	10.05	0.000	.999708	1.485345
SM	.091353	.0459299	1.99	0.047	.0011119	.1815941
SF	.2028911	.0425117	4.77	0.000	.1193658	.2864163
_cons	10.59674	.6142778	17.25	0.000	9.389834	11.80365

F-тест показывает, что SF имеет очень значительный коэффициент.

Мы отмечаем RSS.

F-критерий. Группы объясняющих переменных (регрессоры).

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + u \quad RSS_1$$

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_4 X_4 + u \quad RSS_2$$

$$H_0 : \beta_3 = \beta_4 = 0$$

$$H_1 : \beta_3 \neq 0 \text{ или } \beta_4 \neq 0 \text{ или оба } \beta_3 \text{ и } \beta_4 \neq 0$$

$$F (\text{стоимость в с.с., доставшиеся с.с.}) = \frac{\text{уменьшение в RSS} / \text{стоимость в с.с.}}{\text{Оставшаяся RSS} / \text{Оставшиеся степени свободы}}$$

$$F (2, 500 - 4) = \frac{(RSS_1 - RSS_2) / 2}{RSS_2 / (500 - 4)} = \frac{(2747.0 - 2519.0) / 2}{2519.0 / 496}$$

При добавлении родительских переменных уменьшается остаточная сумма квадратов.

F-критерий. Группы объясняющих переменных (регрессоры).

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + u \quad RSS_1$$

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_4 X_4 + u \quad RSS_2$$

$$H_0 : \beta_3 = \beta_4 = 0$$

$$H_1 : \beta_3 \neq 0 \text{ или } \beta_4 \neq 0 \text{ или оба } \beta_3 \text{ и } \beta_4 \neq 0$$

$$F \text{ (стоимость в с.с., доставшиеся с.с.)} = \frac{\text{уменьшение в RSS} / \text{стоимость в с.с.}}{\text{Оставшаяся RSS} / \text{Оставшиеся степени свободы}}$$

$$F(2, 500 - 4) = \frac{(RSS_1 - RSS_2) / 2}{RSS_2 / (500 - 4)} = \frac{(2747.0 - 2519.0) / 2}{2519.0 / 496}$$

Стоимость - 2 степени свободы, потому что были оценены 2 дополнительных параметра.

F-критерий. Группы объясняющих переменных (регрессоры).

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + u \quad RSS_1$$

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_4 X_4 + u \quad RSS_2$$

$$H_0 : \beta_3 = \beta_4 = 0$$

$$H_1 : \beta_3 \neq 0 \text{ или } \beta_4 \neq 0 \text{ или оба } \beta_3 \text{ и } \beta_4 \neq 0$$

$$F (\text{стоимость в с.с., доставшиеся с.с.}) = \frac{\text{уменьшение в RSS} / \text{стоимость в с.с.}}{\text{Оставшаяся RSS} / \text{Оставшиеся степени свободы}}$$

$$F (2, 500 - 4) = \frac{(RSS_1 - RSS_2) / 2}{RSS_2 / (500 - 4)} = \frac{(2747.0 - 2519.0) / 2}{2519.0 / 496}$$

Остальные необъяснимые - это остаточная сумма квадратов после добавления SM и SF.

F-критерий. Группы объясняющих переменных (регрессоры).

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + u \quad RSS_1$$

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_4 X_4 + u \quad RSS_2$$

$$H_0 : \beta_3 = \beta_4 = 0$$

$$H_1 : \beta_3 \neq 0 \text{ или } \beta_4 \neq 0 \text{ или оба } \beta_3 \text{ и } \beta_4 \neq 0$$

$$F (\text{стоимость в с.с., доставшиеся с.с.}) = \frac{\text{уменьшение в RSS} / \text{стоимость в с.с.}}{\text{Оставшаяся RSS} / \text{Оставшиеся степени свободы}}$$

$$F (2, 500 - 4) = \frac{(RSS_1 - RSS_2) / 2}{RSS_2 / (500 - 4)} = \frac{(2747.0 - 2519.0) / 2}{2519.0 / 496}$$

Число оставшихся степеней свободы равно $n - k$, т. е. $540 - 4 = 536$.

F-критерий. Группы объясняющих переменных (регрессоры).

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + u \quad RSS_1$$

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_4 X_4 + u \quad RSS_2$$

$$H_0 : \beta_3 = \beta_4 = 0$$

$$H_1 : \beta_3 \neq 0 \text{ или } \beta_4 \neq 0 \text{ или оба } \beta_3 \text{ и } \beta_4 \neq 0$$

$$F (\text{стоимость в с.с., доставшиеся с.с.}) = \frac{\text{уменьшение в RSS} / \text{стоимость в с.с.}}{\text{Оставшаяся RSS} / \text{Оставшиеся степени свободы}}$$

$$F(2, 500 - 4) = \frac{(RSS_1 - RSS_2)/2}{RSS_2/(500 - 4)} = \frac{(2747.0 - 2519.0)/2}{2519.0/496} = 22.45$$

F – статистика - 22.45.

F-критерий. Группы объясняющих переменных (регрессоры).

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + u \quad RSS_1$$

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_4 X_4 + u \quad RSS_2$$

$$H_0 : \beta_3 = \beta_4 = 0$$

$$H_1 : \beta_3 \neq 0 \text{ или } \beta_4 \neq 0 \text{ или оба } \beta_3 \text{ и } \beta_4 \neq 0$$

$$F (\text{стоимость в с.с., доставшиеся с.с.}) = \frac{\text{уменьшение в RSS}}{\text{стоимость в с.с.}} = \frac{\text{Оставшаяся RSS}}{\text{Оставшиеся степени свободы}}$$

$$F(2, 500 - 4) = \frac{(RSS_1 - RSS_2)/2}{RSS_2/(500 - 4)} = \frac{(2747.0 - 2519.0)/2}{2519.0/496} = 22.45$$

$$F_{\text{crit}, 0.1\%}(2, 500) = 7.00$$

Критическое значение F (2,500) на уровне 0,1% составляет 7,00. Критическое значение F (2 496) должно быть очень близким, поэтому мы отвергаем H_0 и делаем вывод, что переменные родительского образования имеют значительную совместную объяснительную силу.

F-критерий(тест). Группы объясняющих переменных (регрессоры).

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + u \quad RSS_1$$

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_4 X_4 + u \quad RSS_2$$

Эта последовательность завершится, показывая, что *t*-тесты эквивалентны маргинальным *F*-тестам, когда дополнительная группа переменных состоит из одной переменной.

F-критерий. Группы объясняющих переменных (регрессоры).

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + u \quad RSS_1$$

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_4 X_4 + u \quad RSS_2$$

Предположим, что в исходной модели Y является функцией X_2 и X_3 и что в пересмотренной модели X_4 добавляется.

F-критерий. Группы объясняющих переменных (регрессоры).

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + u \quad RSS_1$$

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_4 X_4 + u \quad RSS_2$$

$$H_0 : \beta_4 = 0$$

$$H_1 : \beta_4 \neq 0$$

Нулевой гипотезой для F-теста объясняющей силы дополнительной «группы» является то, что все новые коэффициенты наклона равны нулю. Конечно, есть только один новый коэффициент наклона, β_4 .

F-критерий. Группы объясняющих переменных (регрессоры).

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + u \quad RSS_1$$

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_4 X_4 + u \quad RSS_2$$

$$H_0 : \beta_4 = 0$$

$$H_1 : \beta_4 \neq 0$$

$$F \text{ (стоимость в с.с., доставшиеся с.с.)} = \frac{\text{уменьшение в } RSS}{\text{Оставшаяся } RSS} \bigg/ \frac{\text{стоимость в с.с.}}{\text{Оставшиеся степени свободы}}$$

Тест F имеет обычную структуру. Мы проиллюстрируем его моделью образования, где S зависит от ASVABC и SM в исходной модели и от SF, а также в пересмотренной модели.

F-критерий. Группы объясняющих переменных (регрессоры).

```
. reg S ASVABC SM
```

Source	SS	df	MS			
Model	1119.3742	2	559.687101	Number of obs =	500	
Residual	2634.6478	497	5.30110221	F(2, 497) =	105.58	
Total	3754.022	499	7.52309018	Prob > F =	0.0000	
				R-squared =	0.2982	
				Adj R-squared =	0.2954	
				Root MSE =	2.3024	

S	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
ASVABC	1.377521	.1229142	11.21	0.000	1.136026	1.619017
SM	.1919575	.0416913	4.60	0.000	.1100445	.2738705
_cons	11.8925	.5629644	21.12	0.000	10.78642	12.99859

Вот регрессия S на ASVABC и SM. Запишем остаточную сумму квадратов.

F-критерий. Группы объясняющих переменных (регрессоры).

```
. reg S ASVABC SM SF
```

Source	SS	df	MS			
Model	1235.0519	3	411.683966	Number of obs =	500	
Residual	2518.9701	496	5.07856875	F(3, 496) =	81.06	
Total	3754.022	499	7.52309018	Prob > F =	0.0000	
				R-squared =	0.3290	
				Adj R-squared =	0.3249	
				Root MSE =	2.2536	

S	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
ASVABC	1.242527	.123587	10.05	0.000	.999708	1.485345
SM	.091353	.0459299	1.99	0.047	.0011119	.1815941
SF	.2028911	.0425117	4.77	0.000	.1193658	.2864163
_cons	10.59674	.6142778	17.25	0.000	9.389834	11.80365

Теперь добавим SF и снова запомните остаточную сумму квадратов.

F-критерий. Группы объясняющих переменных (регрессоры).

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + u \quad RSS_1$$

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_4 X_4 + u \quad RSS_2$$

$$H_0 : \beta_4 = 0$$

$$H_1 : \beta_4 \neq 0$$

$$F (\text{стоимость в с.с., доставшиеся с.с.}) = \frac{\text{уменьшение в RSS} / \text{стоимость в с.с.}}{\text{Оставшаяся RSS} / \text{Оставшиеся степени свободы}}$$

$$F (1, 500 - 4) = \frac{(RSS_1 - RSS_2) / 1}{RSS_2 / (500 - 4)} = \frac{(2634.6 - 2519.0) / 1}{2519.0 / 496} = 22.76$$

Уменьшение остаточной суммы квадратов является уменьшением при добавлении SF.

F-критерий. Группы объясняющих переменных (регрессоры).

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + u \quad RSS_1$$

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_4 X_4 + u \quad RSS_2$$

$$H_0 : \beta_4 = 0$$

$$H_1 : \beta_4 \neq 0$$

$$F \text{ (стоимость в с.с., доставшиеся с.с.)} = \frac{\text{уменьшение в } RSS}{\text{стоимость в с.с.}} = \frac{\text{Оставшаяся } RSS}{\text{Оставшиеся степени свободы}}$$

$$F(1, 500 - 4) = \frac{(RSS_1 - RSS_2)/1}{RSS_2/(500 - 4)} = \frac{(2634.6 - 2519.0)/1}{2519.0/496}$$

Стоимость - это только одна степень свободы, потерянная при оценке β_4 .

F-критерий. Группы объясняющих переменных (регрессоры).

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + u \quad RSS_1$$

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_4 X_4 + u \quad RSS_2$$

$$H_0 : \beta_4 = 0$$

$$H_1 : \beta_4 \neq 0$$

$$F \text{ (стоимость в с.с., доставшиеся с.с.)} = \frac{\text{уменьшение в RSS} / \text{стоимость в с.с.}}{\text{Оставшаяся RSS} / \text{Оставшиеся степени свободы}}$$

$$F(1, 500 - 4) = \frac{(RSS_1 - RSS_2)/1}{RSS_2/(500 - 4)} = \frac{(2634.6 - 2519.0)/1}{2519.0/496}$$

Остаток RSS - это остаточная сумма квадратов после добавления SF.

F-критерий. Группы объясняющих переменных (регрессоры).

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + u \quad RSS_1$$

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_4 X_4 + u \quad RSS_2$$

$$H_0 : \beta_4 = 0$$

$$H_1 : \beta_4 \neq 0$$

$$F \text{ (стоимость в с.с., доставшиеся с.с.)} = \frac{\text{уменьшение в } RSS}{\text{стоимость в с.с.}} = \frac{\text{Оставшаяся } RSS}{\text{Оставшиеся степени свободы}}$$

$$F(1, 500 - 4) = \frac{(RSS_1 - RSS_2)/1}{RSS_2/(500 - 4)} = \frac{(2634.6 - 2519.0)/1}{2519.0/496}$$

Число степеней свободы, оставшихся после добавления SF, составляет $500 - 4 = 496$.

F-критерий. Группы объясняющих переменных (регрессоры).

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + u \quad RSS_1$$

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_4 X_4 + u \quad RSS_2$$

$$H_0 : \beta_4 = 0$$

$$H_1 : \beta_4 \neq 0$$

$$F \text{ (стоимость в с.с., доставшиеся с.с.)} = \frac{\text{уменьшение в } RSS}{\text{стоимость в с.с.}} = \frac{\text{Оставшаяся } RSS}{\text{Оставшиеся степени свободы}}$$

$$F(1, 500 - 4) = \frac{(RSS_1 - RSS_2)/1}{RSS_2/(500 - 4)} = \frac{(2634.6 - 2519.0)/1}{2519.0/496} = 22.76$$

Следовательно, F – статистика равна 22.76.

F-критерий. Группы объясняющих переменных (регрессоры).

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + u \quad RSS_1$$

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_4 X_4 + u \quad RSS_2$$

$$H_0 : \beta_4 = 0$$

$$H_1 : \beta_4 \neq 0$$

$$F (\text{стоимость в с.с., доставшиеся с.с.}) = \frac{\text{уменьшение в } RSS}{\text{стоимость в с.с.}} = \frac{\text{Оставшаяся } RSS}{\text{Оставшиеся степени свободы}}$$

$$F(1, 500 - 4) = \frac{(RSS_1 - RSS_2)/1}{RSS_2/(500 - 4)} = \frac{(2634.6 - 2519.0)/1}{2519.0/496} = 22.76$$

$$F_{\text{крит}, 0.1\%}(1, 500) = 10.96$$

Критическое значение F при уровне значимости 0,1% с 500 степенями свободы составляет 10,96. Критическое значение с 496 степенями свободы должно быть очень близким, поэтому мы отклоняем H_0 на уровне 0,1%.

F-критерий. Группы объясняющих переменных (регрессоры).

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + u \quad RSS_1$$

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_4 X_4 + u \quad RSS_2$$

$$H_0 : \beta_4 = 0$$

$$H_1 : \beta_4 \neq 0$$

$$F (\text{стоимость в с.с., доставшиеся с.с.}) = \frac{\text{уменьшение в RSS} / \text{стоимость в с.с.}}{\text{Оставшаяся RSS} / \text{Оставшиеся степени свободы}}$$

$$F(1, 500 - 4) = \frac{(RSS_1 - RSS_2)/1}{RSS_2/(500 - 4)} = \frac{(2634.6 - 2519.0)/1}{2519.0/496} = 22.76$$

$$F_{\text{крит}, 0.1\%}(1, 500) = 10.96$$

Нулевая гипотеза, которую мы тестируем, точно такая же, как для двухстороннего t-теста на коэффициент SF.

F-критерий. Группы объясняющих переменных (регрессоры).

```
. reg S ASVABC SM SF
```

Source	SS	df	MS	Number of obs = 500		
Model	1235.0519	3	411.683966	F(3, 496)	=	81.06
Residual	2518.9701	496	5.07856875	Prob > F	=	0.0000
				R-squared	=	0.3290
				Adj R-squared	=	0.3249
Total	3754.022	499	7.52309018	Root MSE	=	2.2536

S	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
ASVABC	1.242527	.123587	10.05	0.000	.999708	1.485345
SM	.091353	.0459299	1.99	0.047	.0011119	.1815941
SF	.2028911	.0425117	4.77	0.000	.1193658	.2864163
_cons	10.59674	.6142778	17.25	0.000	9.389834	11.80365

$$F(1, 496) = \frac{(2634.6 - 2519.0)/1}{2519.0/496} = 22.76 \quad F_{\text{крит}, 0.1\%}(1, 500) = 10.96$$

Мы выполним t-тест. Статистика t равна 4.77.

F-критерий. Группы объясняющих переменных (регрессоры).

```
. reg S ASVABC SM SF
```

Source	SS	df	MS	Number of obs = 500		
Model	1235.0519	3	411.683966	F(3, 496)	=	81.06
Residual	2518.9701	496	5.07856875	Prob > F	=	0.0000
				R-squared	=	0.3290
				Adj R-squared	=	0.3249
Total	3754.022	499	7.52309018	Root MSE	=	2.2536

S	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
ASVABC	1.242527	.123587	10.05	0.000	.999708	1.485345
SM	.091353	.0459299	1.99	0.047	.0011119	.1815941
SF	.2028911	.0425117	4.77	0.000	.1193658	.2864163
_cons	10.59674	.6142778	17.25	0.000	9.389834	11.80365

$$F(1, 496) = \frac{(2634.6 - 2519.0) / 1}{2519.0 / 496} = 22.76 \quad F_{\text{крит}, 0.1\%}(1, 500) = 10.96$$

$$t_{\text{крит}, 0.1\%} = 3.31$$

Критическое значение t на уровне 0,1% с 500 степенями свободы составляет 3,31. Критическое значение с 496 степенями свободы должно быть очень близко. Поэтому мы снова отвергаем H_0 .

F-критерий. Группы объясняющих переменных (регрессоры).

```
. reg S ASVABC SM SF
```

Source	SS	df	MS	Number of obs = 500		
Model	1235.0519	3	411.683966	F(3, 496)	=	81.06
Residual	2518.9701	496	5.07856875	Prob > F	=	0.0000
				R-squared	=	0.3290
				Adj R-squared	=	0.3249
Total	3754.022	499	7.52309018	Root MSE	=	2.2536

S	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
ASVABC	1.242527	.123587	10.05	0.000	.999708	1.485345
SM	.091353	.0459299	1.99	0.047	.0011119	.1815941
SF	.2028911	.0425117	4.77	0.000	.1193658	.2864163
_cons	10.59674	.6142778	17.25	0.000	9.389834	11.80365

$$F(1, 496) = \frac{(2634.6 - 2519.0)/1}{2519.0/496} = 22.76 \quad F_{\text{крит}, 0.1\%}(1, 500) = 10.96$$

$$4.77^2 = 22.75$$

$$t_{\text{крит}, 0.1\%} = 3.31$$

Можно показать, что F-статистика для F-теста объясняющей силы «группы» одной переменной должна быть равна квадрату t-статистики для этой переменной. (Разница в последней цифре связана с ошибкой округления).

F-критерий. Группы объясняющих переменных (регрессоры).

```
. reg S ASVABC SM SF
```

Source	SS	df	MS	Number of obs = 500		
Model	1235.0519	3	411.683966	F(3, 496)	=	81.06
Residual	2518.9701	496	5.07856875	Prob > F	=	0.0000
				R-squared	=	0.3290
				Adj R-squared	=	0.3249
Total	3754.022	499	7.52309018	Root MSE	=	2.2536

S	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
ASVABC	1.242527	.123587	10.05	0.000	.999708	1.485345
SM	.091353	.0459299	1.99	0.047	.0011119	.1815941
SF	.2028911	.0425117	4.77	0.000	.1193658	.2864163
_cons	10.59674	.6142778	17.25	0.000	9.389834	11.80365

$$F(1, 496) = \frac{(2634.6 - 2519.0)/1}{2519.0/496} = 22.76$$

$$F_{\text{крит}, 0.1\%}(1, 500) = 10.96$$

$$4.77^2 = 22.75$$

$$t_{\text{крит}, 0.1\%} = 3.31$$

$$3.31^2 = 10.96$$

Можно также показать, что критическое значение F должно быть равно квадрату критического значения t. (Критические значения приведены для 500 степеней свободы, но это также должно быть справедливо для 536 степеней свободы.)

F-критерий. Группы объясняющих переменных (регрессоры).

```
. reg S ASVABC SM SF
```

Source	SS	df	MS	Number of obs = 500		
Model	1235.0519	3	411.683966	F(3, 496)	=	81.06
Residual	2518.9701	496	5.07856875	Prob > F	=	0.0000
				R-squared	=	0.3290
				Adj R-squared	=	0.3249
Total	3754.022	499	7.52309018	Root MSE	=	2.2536

S	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
ASVABC	1.242527	.123587	10.05	0.000	.999708	1.485345
SM	.091353	.0459299	1.99	0.047	.0011119	.1815941
SF	.2028911	.0425117	4.77	0.000	.1193658	.2864163
_cons	10.59674	.6142778	17.25	0.000	9.389834	11.80365

$$F(1, 496) = \frac{(2634.6 - 2519.0) / 1}{2519.0 / 496} = 22.76$$

$$F_{\text{крит}, 0.1\%}(1, 500) = 10.96$$

$$4.77^2 = 22.75$$

$$t_{\text{крит}, 0.1\%} = 3.31$$

$$3.31^2 = 10.96$$

Следовательно, выводы двух тестов должны совпадать.

F-критерий. Группы объясняющих переменных (регрессоры).

```
. reg S ASVABC SM SF
```

Source	SS	df	MS	Number of obs = 500		
Model	1235.0519	3	411.683966	F(3, 496)	=	81.06
Residual	2518.9701	496	5.07856875	Prob > F	=	0.0000
				R-squared	=	0.3290
				Adj R-squared	=	0.3249
Total	3754.022	499	7.52309018	Root MSE	=	2.2536

S	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
ASVABC	1.242527	.123587	10.05	0.000	.999708	1.485345
SM	.091353	.0459299	1.99	0.047	.0011119	.1815941
SF	.2028911	.0425117	4.77	0.000	.1193658	.2864163
_cons	10.59674	.6142778	17.25	0.000	9.389834	11.80365

$$F(1, 496) = \frac{(2634.6 - 2519.0)/1}{2519.0/496} = 22.76 \quad F_{\text{крит}, 0.1\%}(1, 500) = 10.96$$

$$4.77^2 = 22.75 \quad t_{\text{крит}, 0.1\%} = 3.31 \quad 3.31^2 = 10.96$$

Этот результат означает, что t-критерий коэффициента переменной является проверкой его предельной объяснительной силы, после того как все остальные переменные были включены в уравнение.

F-критерий. Группы объясняющих переменных (регрессоры).

```
. reg S ASVABC SM SF
```

Source	SS	df	MS	Number of obs = 500		
Model	1235.0519	3	411.683966	F(3, 496)	=	81.06
Residual	2518.9701	496	5.07856875	Prob > F	=	0.0000
				R-squared	=	0.3290
				Adj R-squared	=	0.3249
Total	3754.022	499	7.52309018	Root MSE	=	2.2536

S	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
ASVABC	1.242527	.123587	10.05	0.000	.999708	1.485345
SM	.091353	.0459299	1.99	0.047	.0011119	.1815941
SF	.2028911	.0425117	4.77	0.000	.1193658	.2864163
_cons	10.59674	.6142778	17.25	0.000	9.389834	11.80365

$$F(1, 496) = \frac{(2634.6 - 2519.0)/1}{2519.0/496} = 22.76 \quad F_{\text{крит}, 0.1\%}(1, 500) = 10.96$$

$$4.77^2 = 22.75$$

$$t_{\text{крит}, 0.1\%} = 3.31$$

$$3.31^2 = 10.96$$

Если переменная коррелирована с одной или несколькими другими переменными, ее предельная объяснительная мощность может быть довольно низкой, даже если она действительно принадлежит модели.

F-критерий. Группы объясняющих переменных (регрессоры).

```
. reg S ASVABC SM SF
```

Source	SS	df	MS			
Model	1235.0519	3	411.683966	Number of obs = 500		
Residual	2518.9701	496	5.07856875	F(3, 496) = 81.06		
				Prob > F = 0.0000		
				R-squared = 0.3290		
				Adj R-squared = 0.3249		
				Root MSE = 2.2536		
S	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
ASVABC	1.242527	.123587	10.05	0.000	.999708	1.485345
SM	.091353	.0459299	1.99	0.047	.0011119	.1815941
SF	.2028911	.0425117	4.77	0.000	.1193658	.2864163
_cons	10.59674	.6142778	17.25	0.000	9.389834	11.80365

$$F(1, 496) = \frac{(2634.6 - 2519.0)/1}{2519.0/496} = 22.76 \quad F_{\text{крит}, 0.1\%}(1, 500) = 10.96$$

$$4.77^2 = 22.75$$

$$t_{\text{крит}, 0.1\%} = 3.31$$

$$3.31^2 = 10.96$$

Если все переменные коррелированы, все они могут иметь низкую предельную объяснительную мощность, и ни один из t-критериев не будет значительным, даже несмотря на то, что тест F для их совместной объяснительной мощности очень значителен.

F-критерий. Группы объясняющих переменных (регрессоры).

```
. reg S ASVABC SM SF
```

Source	SS	df	MS	Number of obs = 500		
Model	1235.0519	3	411.683966	F(3, 496)	=	81.06
Residual	2518.9701	496	5.07856875	Prob > F	=	0.0000
				R-squared	=	0.3290
				Adj R-squared	=	0.3249
Total	3754.022	499	7.52309018	Root MSE	=	2.2536

S	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
ASVABC	1.242527	.123587	10.05	0.000	.999708	1.485345
SM	.091353	.0459299	1.99	0.047	.0011119	.1815941
SF	.2028911	.0425117	4.77	0.000	.1193658	.2864163
_cons	10.59674	.6142778	17.25	0.000	9.389834	11.80365

$$F(1, 496) = \frac{(2634.6 - 2519.0)/1}{2519.0/496} = 22.76 \quad F_{\text{крит}, 0.1\%}(1, 500) = 10.96$$

$$4.77^2 = 22.75$$

$$t_{\text{крит}t, 0.1\%} = 3.31$$

$$3.31^2 = 10.96$$

Если это так, модель, как говорят, страдает от проблемы мультиколлинеарности, обсуждаемой в предыдущем случае.