Часть 2

ЭЛЕКТРОДИНАМИК
А

Электростатическ
ое поле и его
характеристики

Характеристики электрона и протона

$e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ Кл — элементарный заряд

$q_e = -e$ — у электрона

$m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг

$q_p = e$ — у протона

$m_p = 1{,}672 \cdot 10^{-27}$ кг

$m_p \approx 1836 m_e$

1. Электрический заряд не является знакоопределенной величиной

2. Электрический заряд величина инвариантная

3. Электрический заряд величина аддитивная

4. Электрический заряд обладает свойством квантованности

$$Q = \pm N \cdot e$$

5. Выполняется закон сохранения электрического заряда

$$q_1 + q_2 + q_3 + \ldots + q_n = const.$$

6. Взаимодействие в соответствии с законом Кулона

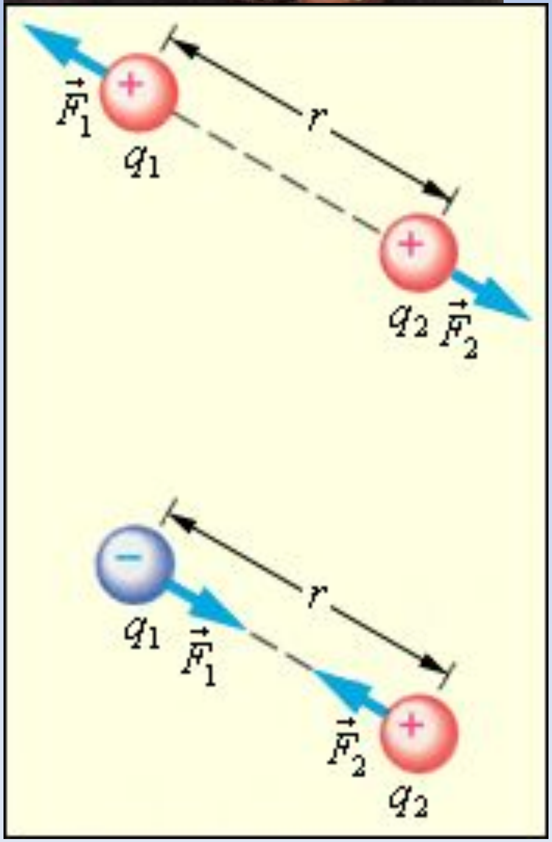
Закон Кулона

$$\overline{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q_1|\cdot|q_2|}{\varepsilon r^2}\frac{\overline{r}_{12}}{|\overline{r}_{12}|},$$

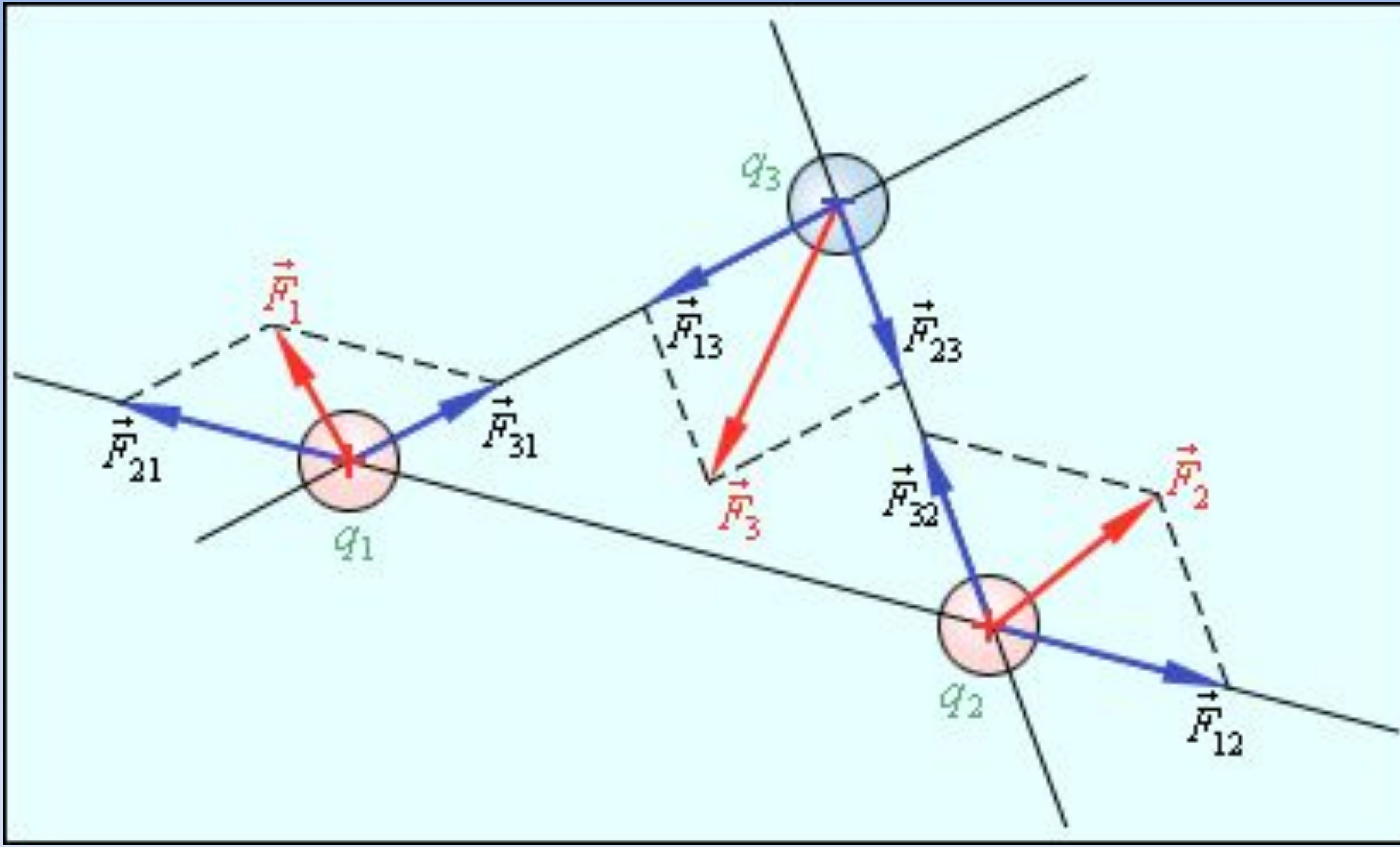
$$\overrightarrow{\overline{F}_{12}} = k\frac{|q_1|\cdot|q_2|}{r^2}\frac{\vec{r}}{r}$$

$$\mathrm{k} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} = 9\cdot10^9\ \frac{\text{Н}\cdot\text{м}^2}{\text{Кл}^2},$$

$$\varepsilon_o = 8{,}85\cdot10^{-12}\,\frac{\Phi}{м}$$



Принцип суперпозиции электростатических сил



$\vec{F}_1 = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31};$ $\vec{F}_2 = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{32};$ $\vec{F}_3 = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23}.$

Напряженность электрического поля $\vec{E}$

$$\boxed{\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}}$$

$$\vec{F} = k \cdot \frac{q \cdot q_{пр}}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}.$$

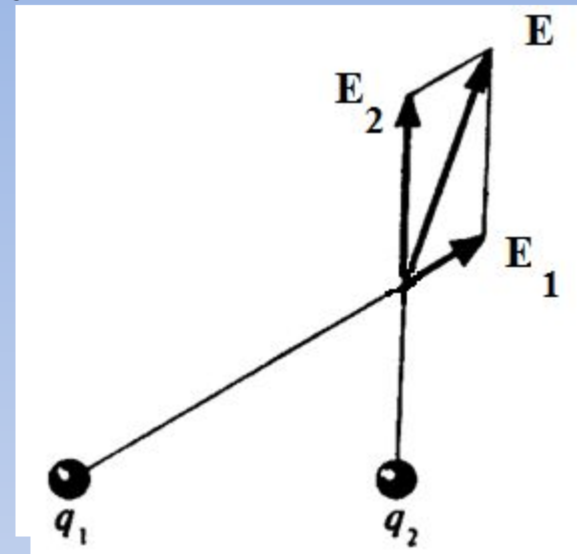
$$\vec{E} = k \cdot \frac{q}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}$$

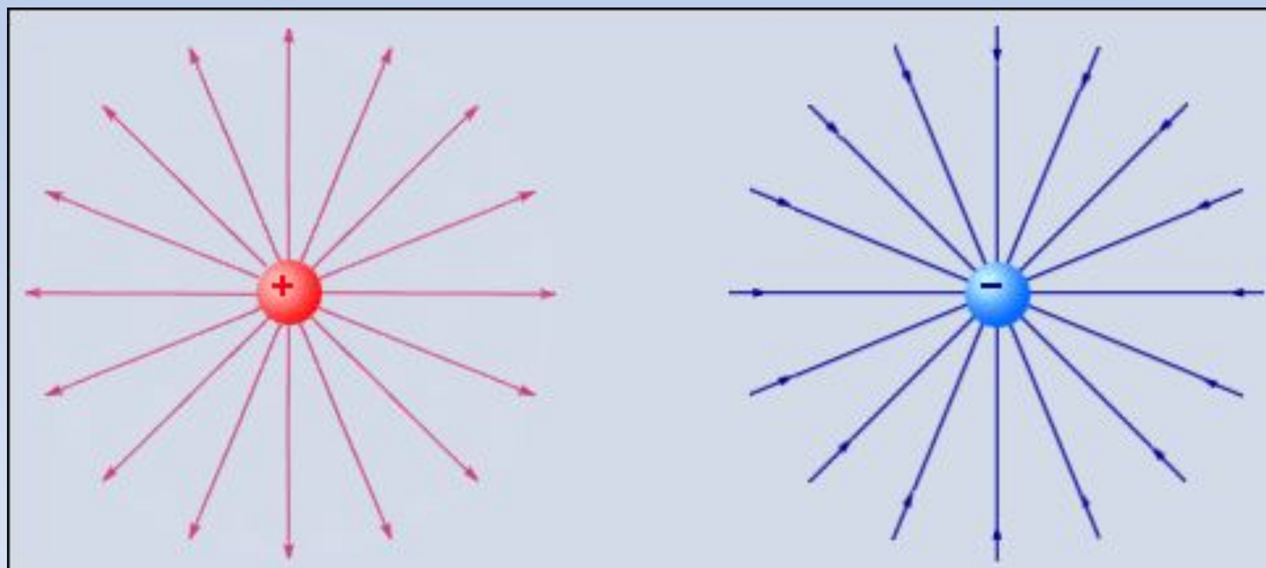
Принцип суперпозиции

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots$$

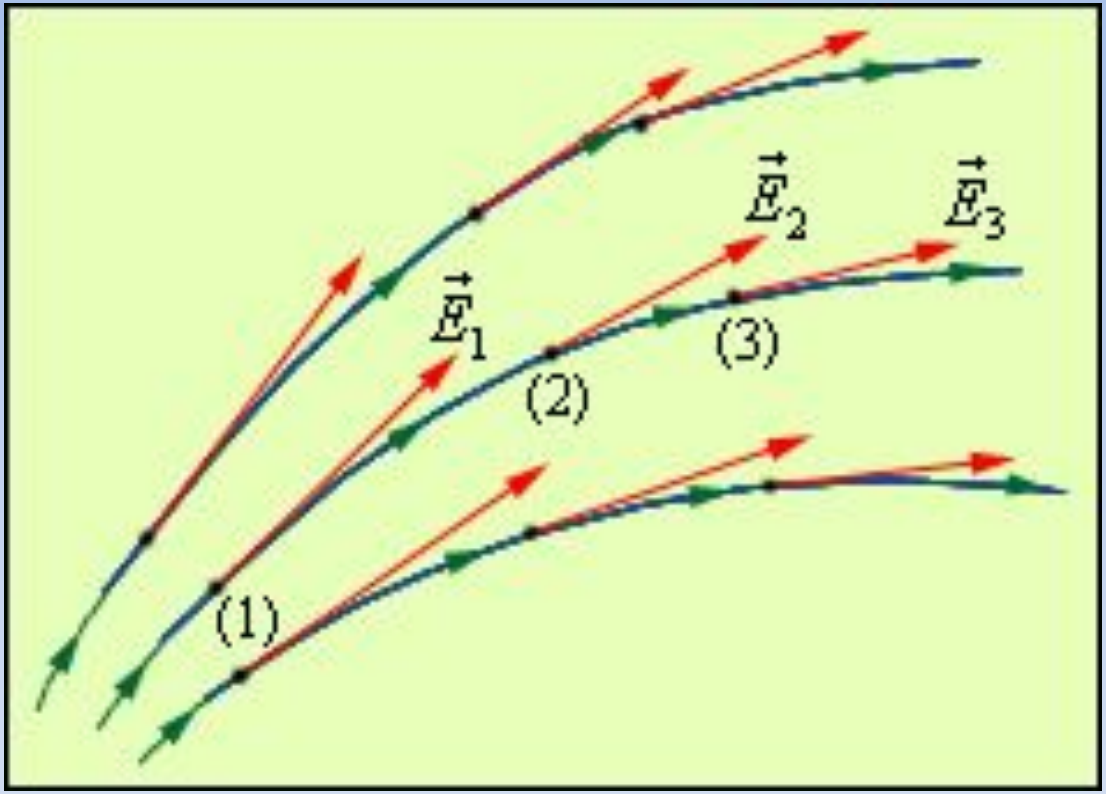
$$\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i$$

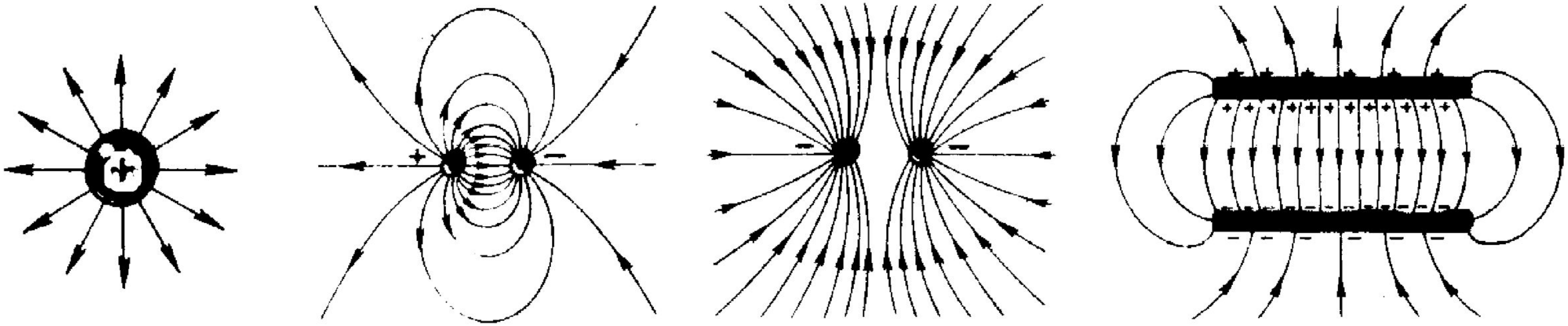
$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2}$$





Силовые линии





а – уединенный положительный заряд,
б – поле разноименных точечных зарядов,
в – поле одноименных точечных зарядов,
г - поле плоского конденсатора.

Физический смысл диэлектрической постоянной

$$\vec{E} = k \cdot \frac{q}{\varepsilon r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r},$$ при наличии диэлектрической среды

$$\vec{E} = k \cdot \frac{q}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}.$$ для вакуума

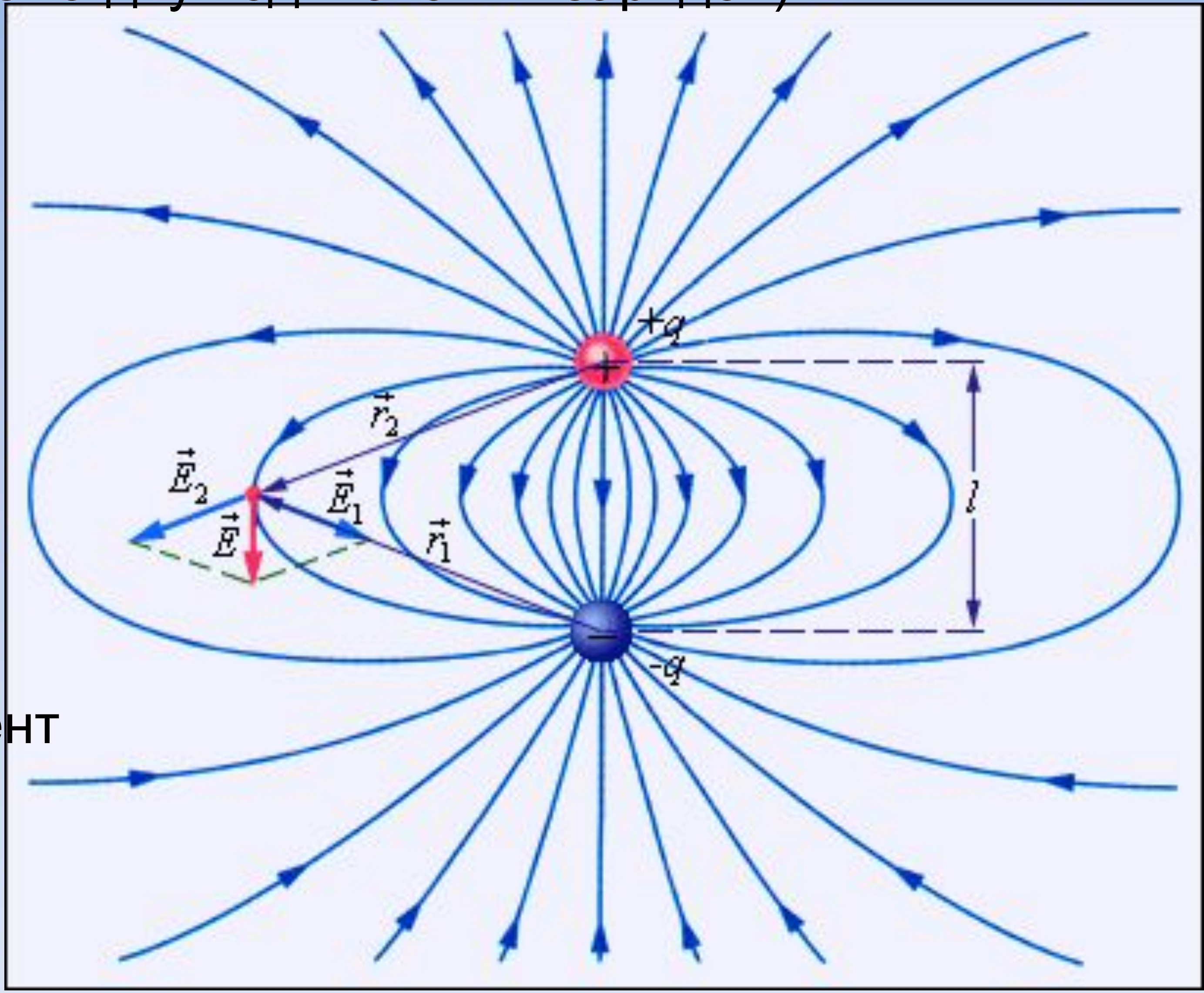
$$\varepsilon = \frac{E_{вак}}{E_{среда}}$$

Диполь (система двух одинаковых зарядов)

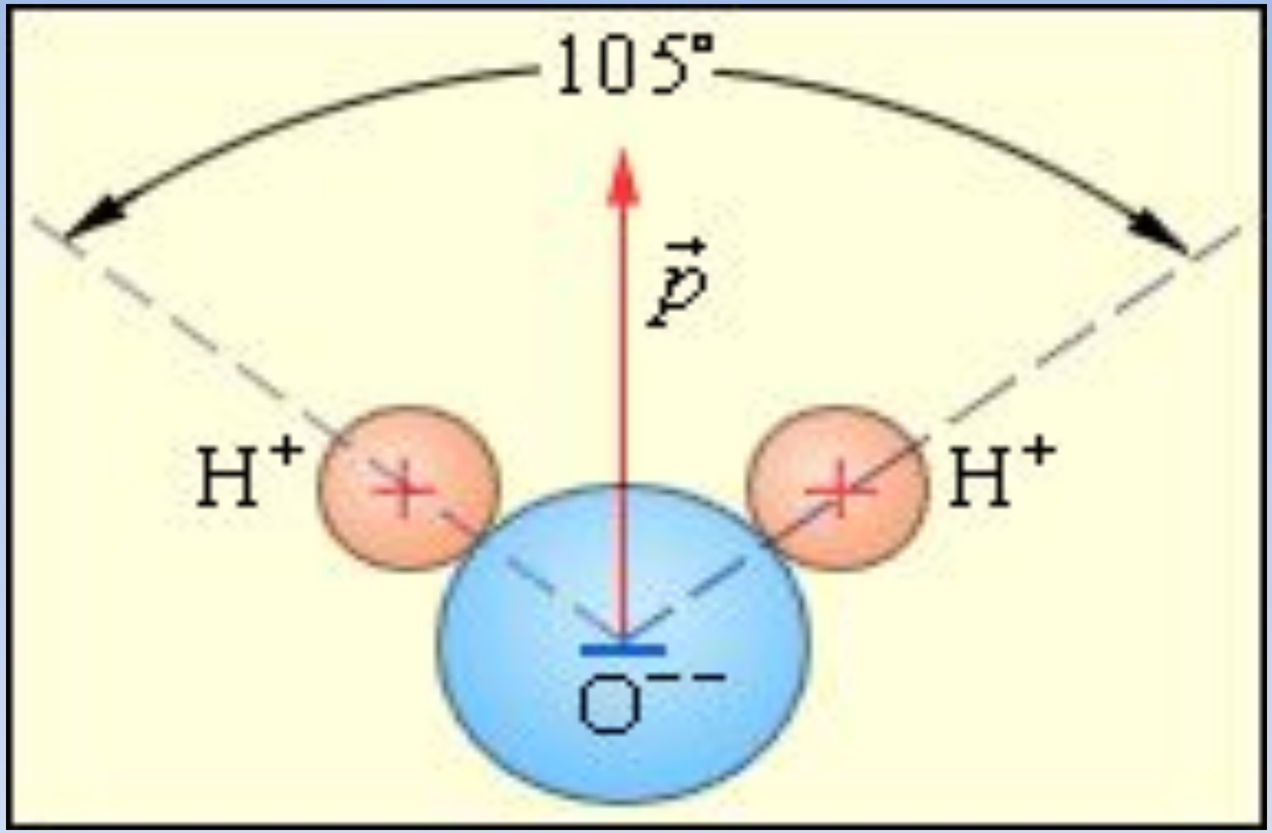
$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

$$\vec{p} = \vec{l}\, q,$$

дипольный момент

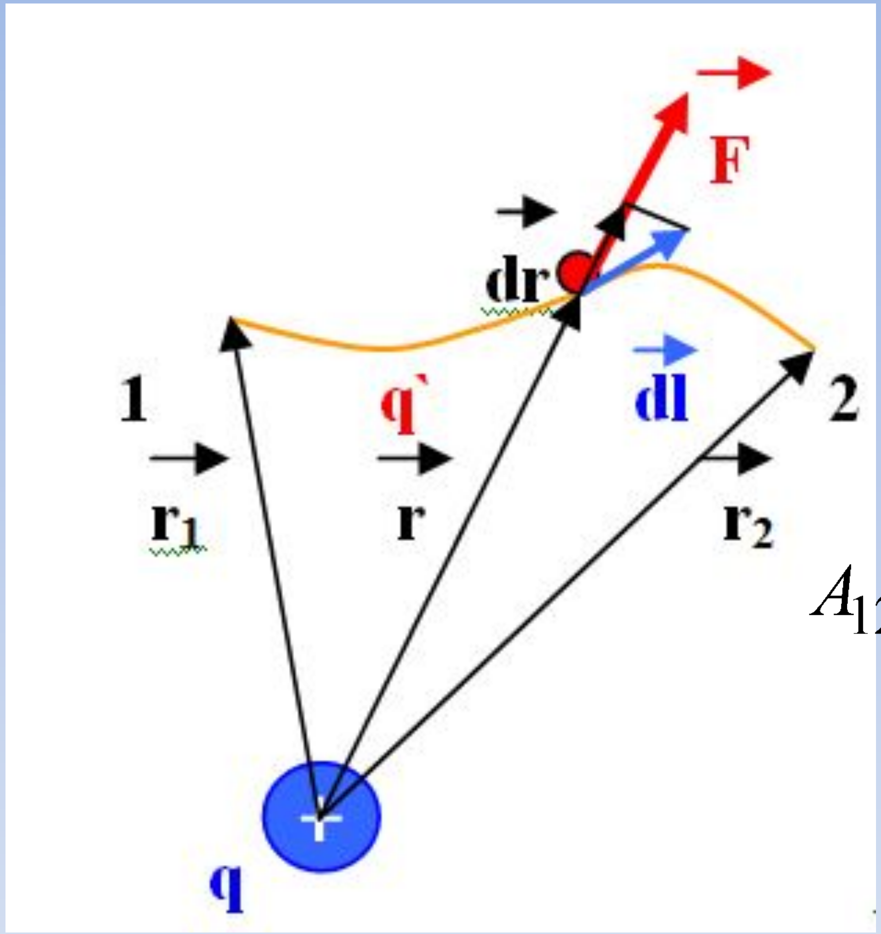


дипольный момент молекулы воды



$p = 6{,}2 \cdot 10^{-30}$ Кл · м

Работа электрического поля по перемещению электрического заряда



$$A_{12} = \int_1^2 F(r)dr,$$

$$где \quad F(r) = \frac{q \cdot q`}{4\pi\varepsilon_o\varepsilon} \cdot \frac{1}{r^2} = q` \cdot E(r)$$

$$A_{12} = \frac{q \cdot q`}{4\pi\varepsilon_o\varepsilon} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{q \cdot q`}{4\pi\varepsilon_o\varepsilon r_1} - \frac{q \cdot q`}{4\pi\varepsilon_o\varepsilon r_2} = W_2 - W_1.$$

$$A = \oint_{l} F_{l}\, dl = \oint_{l} q \cdot E_{l}\, dl = q \oint_{l} E_{l}\, dl = 0$$

Циркуляция вектора напряженности по замкнутому контуру

$$\oint_{l} E_{l}\, dl = 0$$

Ротор электрического поля

Если замкнутый контур стягивать в точку, то циркуляция вектора напряженности по замкнутому контуру

$$rot\ E = \lim_{s \to 0} \frac{\oint\limits_{L} E_{l}\, dl}{s} = 0$$

В электростатическом поле

$$rot\ E = 0$$

Потенциальная энергия и потенциал электрического поля.

Энергия взаимодействия двух зарядов

$$W_p = \frac{q \cdot q_{пр}}{4\pi\varepsilon_o\varepsilon r} + const$$

Введем параметр поля

$$\varphi = \frac{W_p}{q_{пр}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o\varepsilon} \cdot \frac{q}{r}$$

потенциал

Тогда энергия и работа

$A_{1\infty} = q\varphi$

$$W_p = q\varphi,\ A_{12} = q(\varphi_2 - \varphi_1) = qU$$

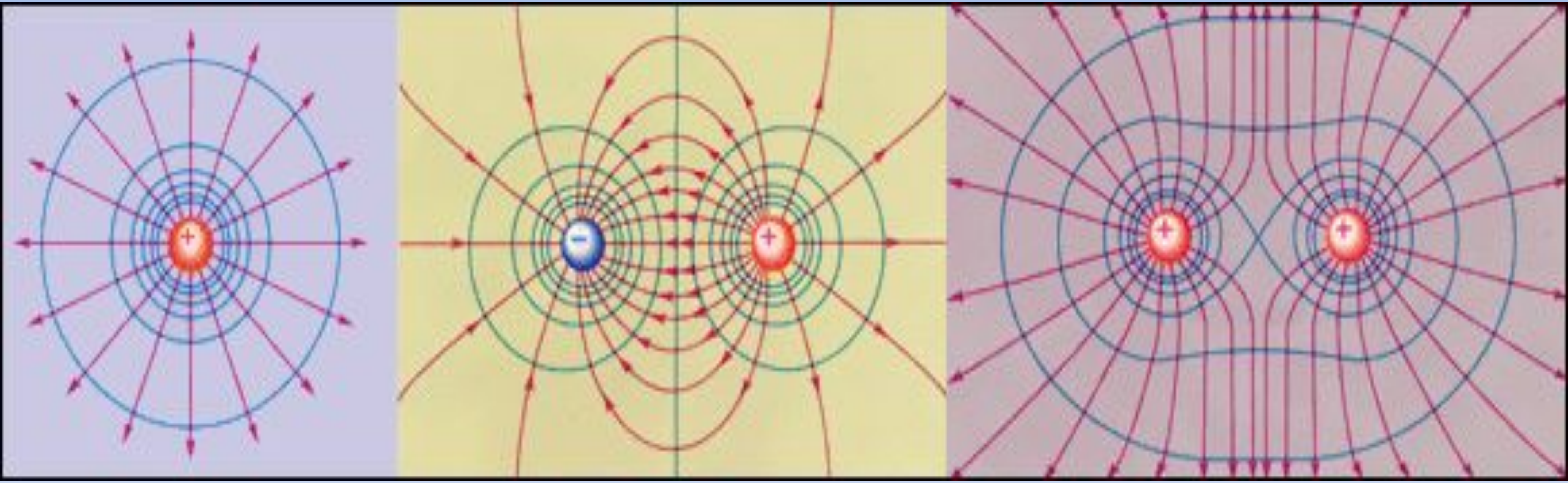
$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o\varepsilon} \cdot \sum_{i=1}^{N} \frac{q_i}{r_i}$$

1В = 1Дж/1Кл.

1 эВ = $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл $\cdot$ 1В = $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Дж.

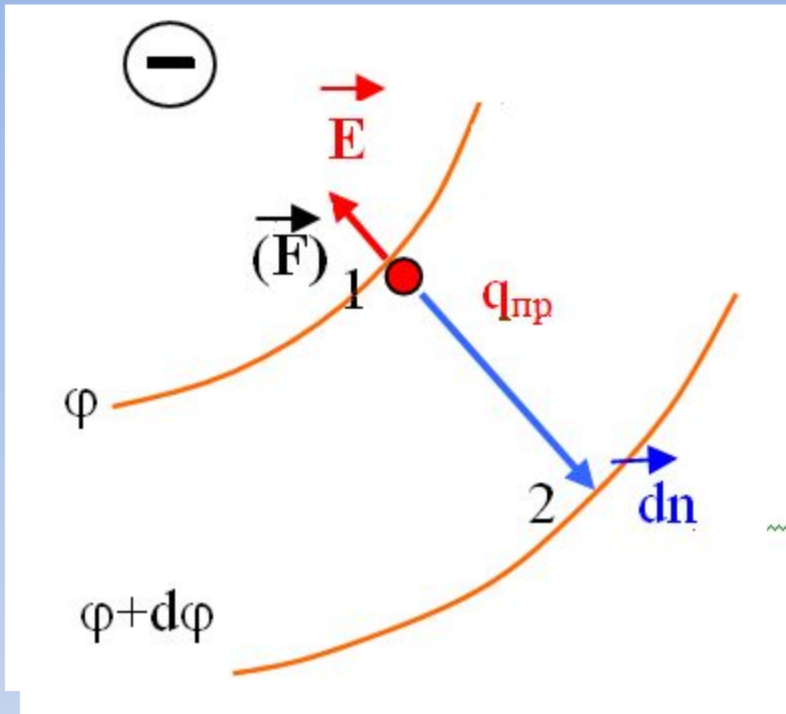
1 кэВ = 10^3 эВ, 1 МэВ = 10^6 эВ,
1 ГэВ = 10^9 эВ, 1 ТэВ = 10^{12} эВ.

Связь между напряженностью электрического поля и его потенциалом



Эквипотенциальные поверхности (синие линии) и силовые линии (красные линии) простых электрических полей: a – точечный заряд; b – электрический диполь; c – два равных положительных заряда.

Связь между напряженностью электрического поля и его потенциалом



$$dA = F \cdot dn \cdot \cos(\vec{F}, \vec{n}) = -q_{пр} \cdot E \cdot dn \quad (\cos(\vec{F}, \vec{n}) = -1)$$

dA= - $q_{пр}E \cdot dn$

dW = $q_{пр} \cdot d\phi$

$E \cdot dn$ = - $d\phi$

$$\vec{E} = -\frac{d\varphi}{dn}\vec{n}$$

$$[E] = \frac{[\varphi]}{[l]} = \frac{В}{м}.$$

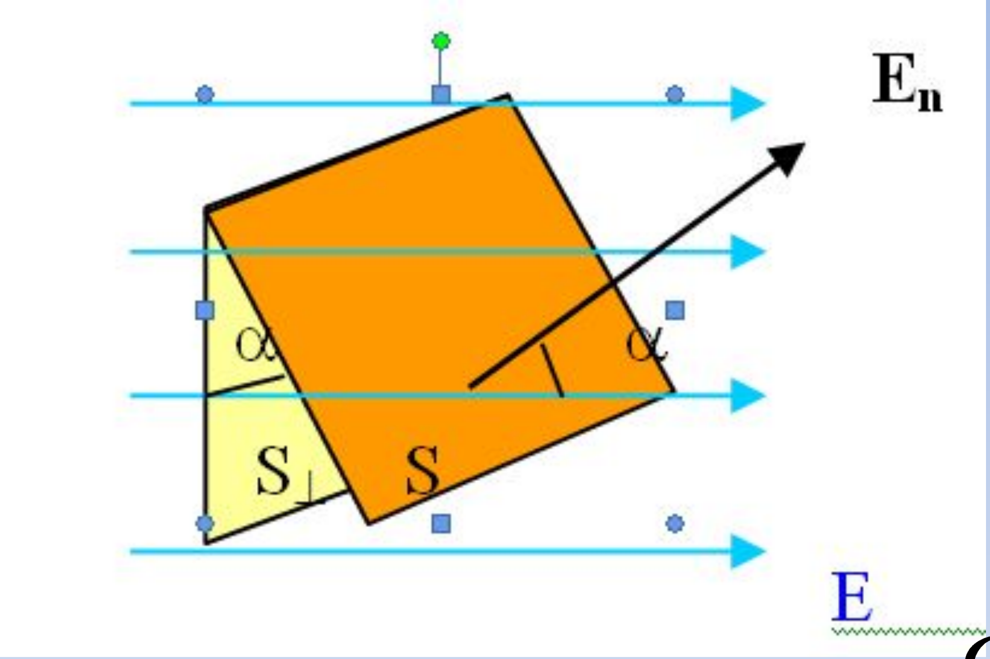
Связь между **напряженностью** электрического поля и его **потенциалом**

$$E_x = -\frac{\partial \varphi}{\partial x}$$
$$E_y = -\frac{\partial \varphi}{\partial y}$$
$$E_z = -\frac{\partial \varphi}{\partial z}$$

или, т.к. $\vec{E} = \vec{i}E_x + \vec{j}E_y + \vec{k}E_z$

$$\vec{E} = -\left(\vec{i}\frac{\partial \varphi}{\partial x} + \vec{j}\frac{\partial \varphi}{\partial y} + \vec{k}\frac{\partial \varphi}{\partial z}\right) = -\mathrm{grad}\varphi = -\nabla\varphi$$

Поток вектора



Для однородного поля

$\Phi_E = E \cdot S \cdot \cos\alpha = E_n \cdot S = E \cdot S_\perp$

Для неоднородного поля поток через элементарную площадку

$d\Phi_E = E_n \cdot dS = E \cdot dS \cdot \cos\alpha$

Поток через поверхность

$$\Phi_E = \int_S E_n \cdot dS,$$

Поток через замкнутую поверхность

$$\Phi_E = \oint_S \left(\vec{E} \cdot d\vec{S}\right)$$

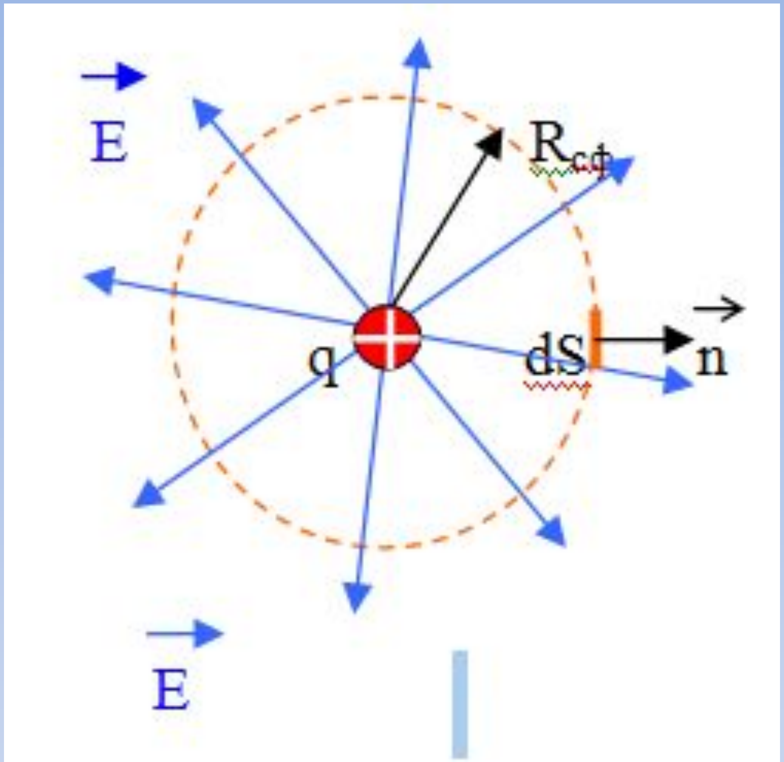
Иога́нн Карл Фри́дрих Га́усс

$$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_o \vec{E}$$

$$\varepsilon_a = \varepsilon \cdot \varepsilon_o$$

$$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_o \vec{E} = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{q}{r^2} \frac{\vec{r}}{r} \left[\frac{\text{Кл}}{\text{м}^2}\right]$$

Теорема Гаусса для электрического поля



$$d\Phi_E = E_n \cdot dS$$

Для одного заряда

$$E_n = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_o} \cdot \frac{q}{R_{сф}^2}$$

$$\Phi_E = \oint_S E_n \cdot dS = E_n \oint_S dS = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_o} \cdot \frac{q}{R_{сф}^2} \cdot 4\pi R^2 = \frac{q}{\varepsilon\varepsilon_o}$$

$$\Phi_E = \frac{q}{\varepsilon\varepsilon_o} \qquad \Phi_D = q$$

Для дискретной системы зарядов

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS = \oint_S \left(\vec{E} \cdot d\vec{S}\right) = \frac{1}{\varepsilon\varepsilon_o} \sum_{i=1}^{N} q_i$$

$$\oint_S \left(\vec{E} \cdot d\vec{S}\right) = \frac{1}{\varepsilon\varepsilon_o} \sum_{i=1}^{N} q_i .$$

$$\Phi_D = \sum_{i=1}^{N} q_i$$

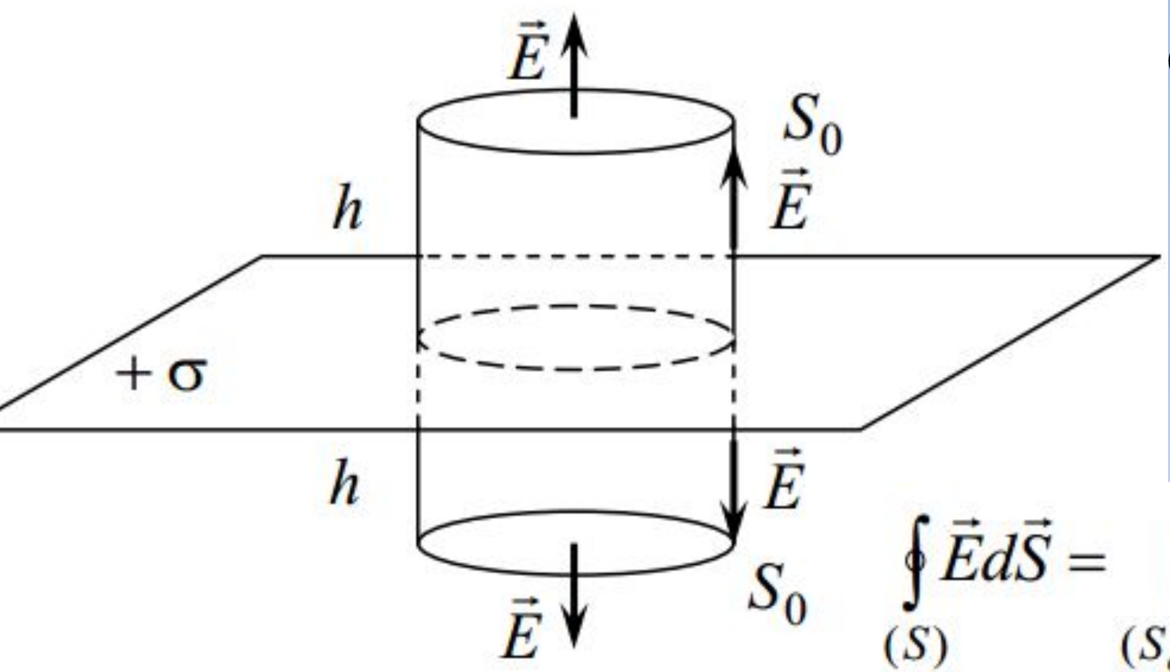
Для распределенного заряда

$$\rho(x, y, z,) = \frac{dq}{dV}$$

$$\sum_{i=1}^{n} Q_i = \int_{(V)} \rho dV$$

$$\boxed{\oint_{(S)} \vec{E} d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_{(V)} \rho(x, y, z,) dV}.$$

Применение теоремы Гаусса для расчета поля у плоской заряженной плоскости



$$\sigma = \frac{dq}{ds}$$ поверхностная плотность зарядов

$$[\sigma] = \left[\frac{\Delta q}{\Delta S}\right] = \frac{Кл}{м^2}$$

$$\oint\limits_{(S)} \vec{E}d\vec{S} = \int\limits_{(S_{осн1})} \vec{E}d\vec{S} + \int\limits_{(S_{осн2})} \vec{E}d\vec{S} + \int\limits_{(S_{бок})} \vec{E}d\vec{S}.$$

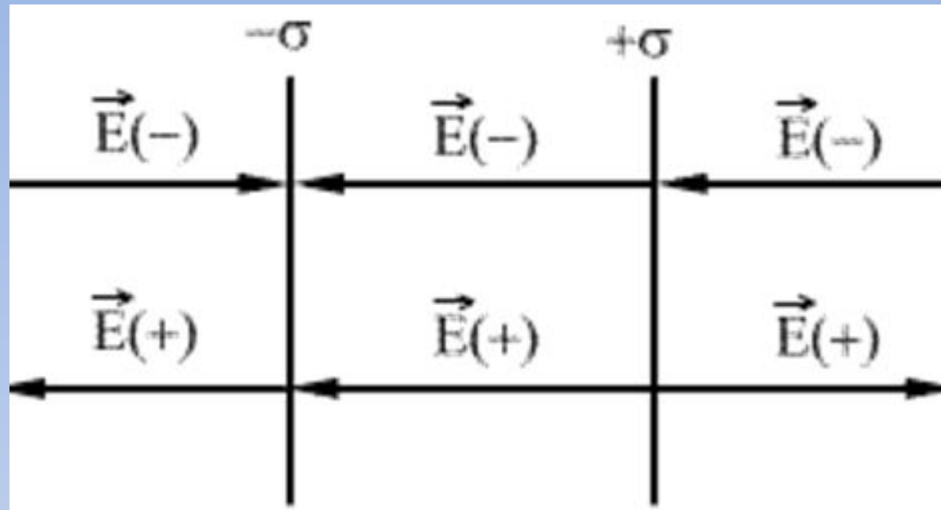
На участках поверхности, где $\vec{E} \perp d\vec{S}$ $\quad \vec{E}d\vec{S} = 0$

На участках поверхности, где $\vec{E} \uparrow\uparrow d\vec{S}$ $\quad \vec{E}d\vec{S} = EdS$

$$\oint_{(S)} \vec{E}d\vec{S} = \int_{(S_{осн1})} \vec{E}d\vec{S} + \int_{(S_{осн2})} \vec{E}d\vec{S} = E \int_{(S_{осн1})} dS + E \int_{(S_{осн2})} dS = 2ES_0,$$

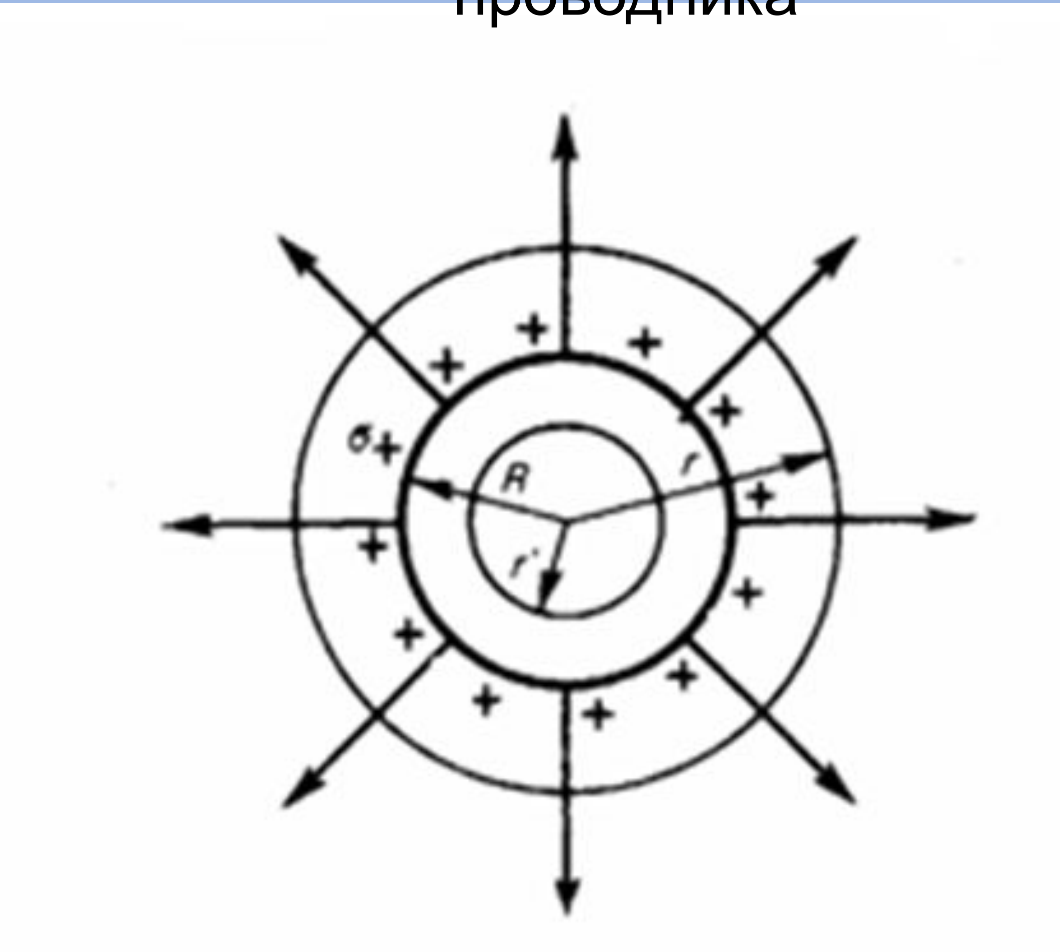
$$\oint_{(S)} \vec{E}d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{n} Q_i = \frac{\sigma S_0}{\varepsilon_0}.$$

$$\boxed{E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}}.$$



$-\sigma$
$+\sigma$
$\vec{E}(-)$
$\vec{E}(-)$
$\vec{E}(-)$
$\vec{E}(+)$
$\vec{E}(+)$
$\vec{E}(+)$

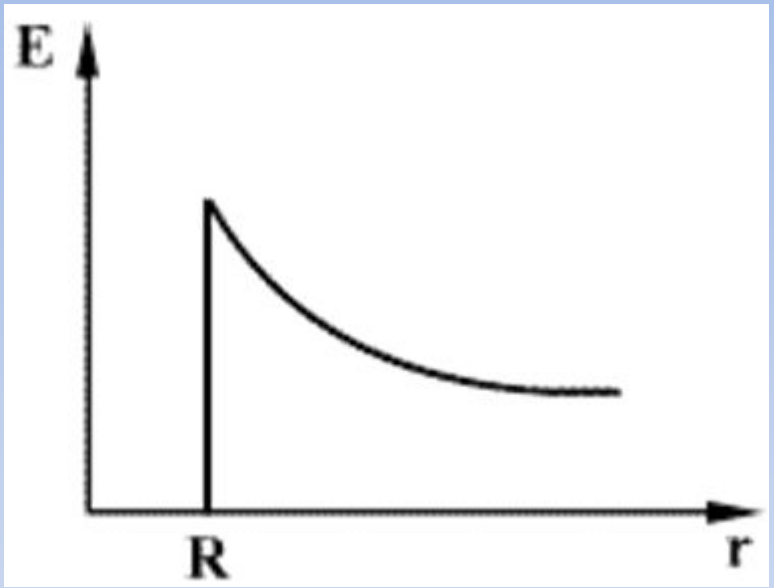
Поле заряженной сферы проводника



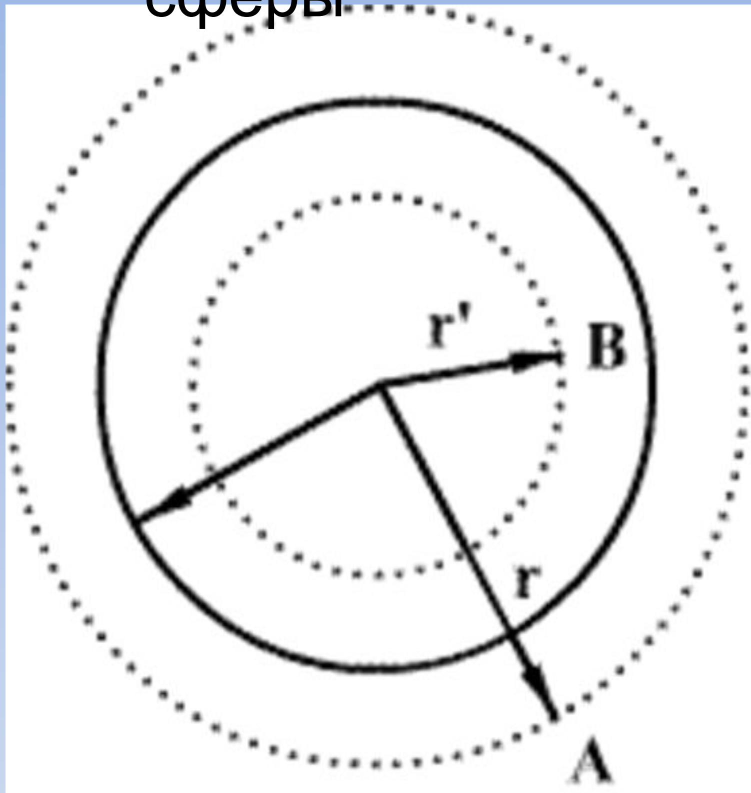
$$\oint_S E_n dS = E 4\pi r^2$$

$$\oint_S E_n dS = \frac{q}{\varepsilon\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_o} \cdot \frac{q}{r^2}$$


E
R
r

Поле равномерно заряженной сферы



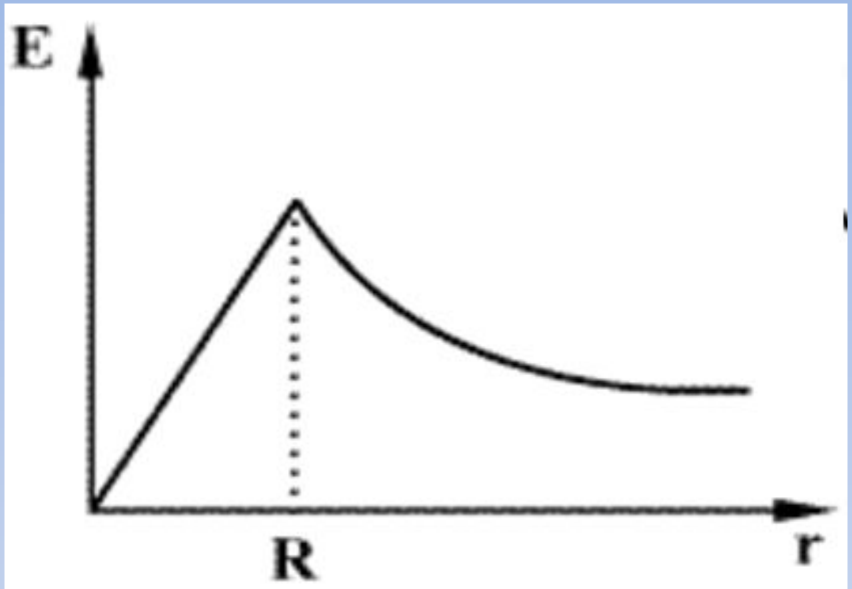
$$r \leq R$$

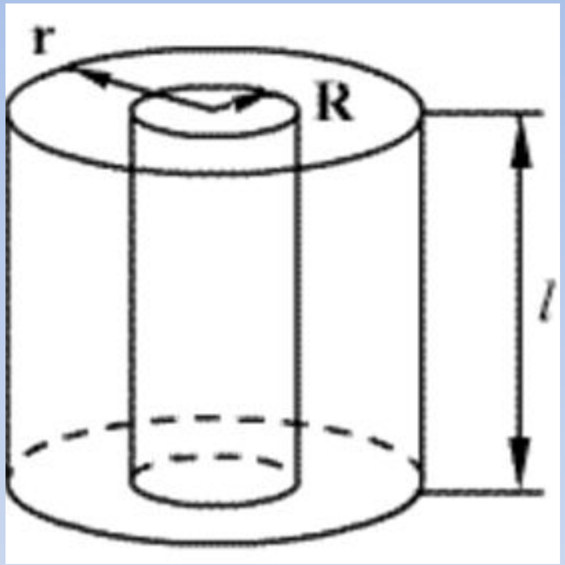
$$\rho = \frac{dq}{dV}$$

При равномерном распределении заряда внутри сферы

$$\rho = \frac{3q}{4\pi R^3}$$

тогда внутри заряженной сферы


E
R
r



$$\tau = \frac{dq}{dl}$$ линейная плотность заряда

$$\int_S E_n dS = E2\pi l$$

$$\int_S E_n dS = \frac{q}{\varepsilon\varepsilon_0} = \frac{\tau l}{\varepsilon\varepsilon_0}$$

$$E_r = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon\varepsilon_o r}$$

Дивергенция электрического поля

Если замкнутую поверхность стягивать в точку,
то поток вектора напряженности
через замкнутую поверхность

$$div\ E = \lim_{V \to 0} \frac{\oint\limits_s E_s ds}{V} = \frac{q}{\varepsilon_0 \varepsilon}$$

$$div\ E = \frac{q}{\varepsilon_0 \varepsilon}$$

$$div\ D = q$$

Интегральная и дифференциальная формы записи теоремы Гаусса и теоремы о циркуляции вектора напряженности электрического поля

$$\oint_S \left(\vec{E}\cdot d\vec{S}\right) = \frac{1}{\varepsilon\varepsilon_o}\sum_{i=1}^{N} q_i .$$

$$div\, E = \frac{q}{\varepsilon_0\varepsilon}$$

$$\oint_l E_l\, dl = 0$$

$$rot\, E = 0$$