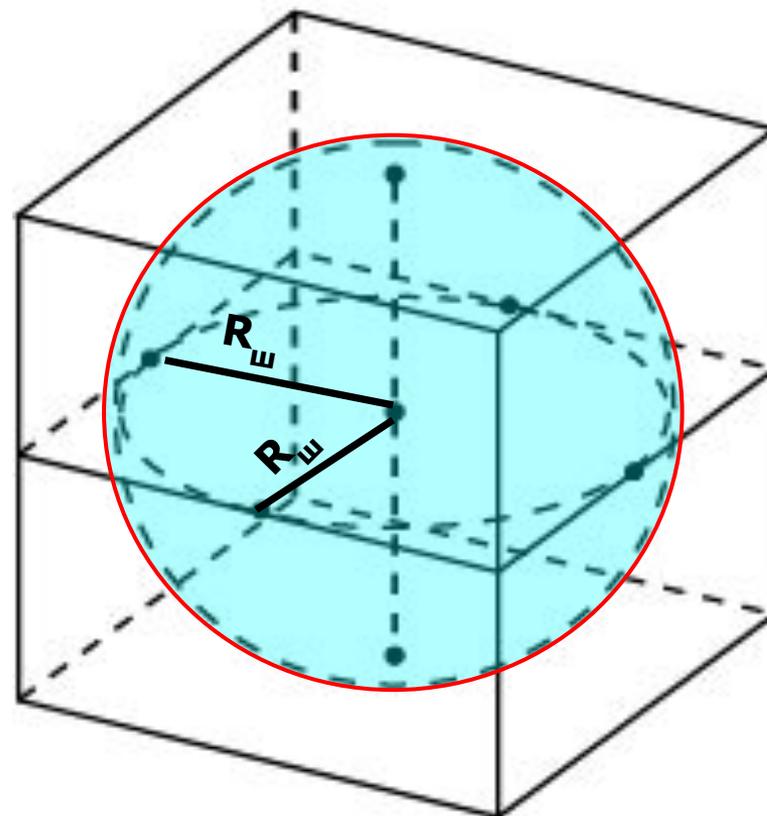
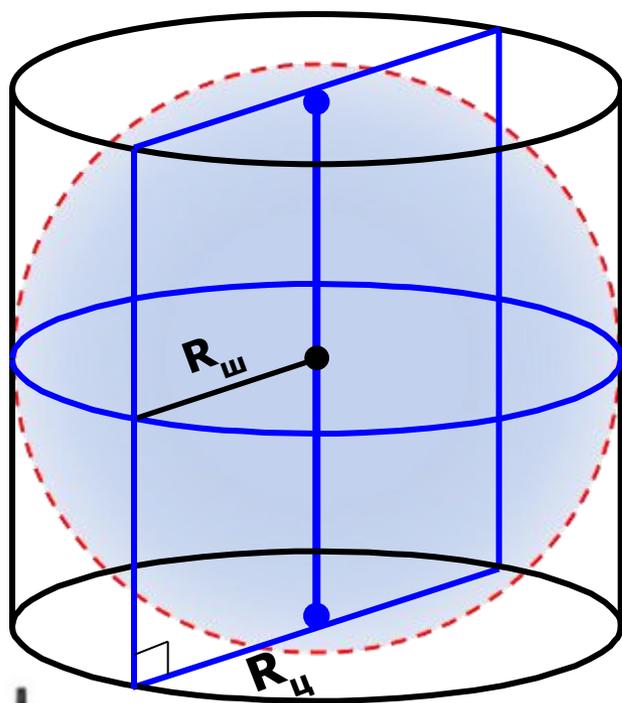


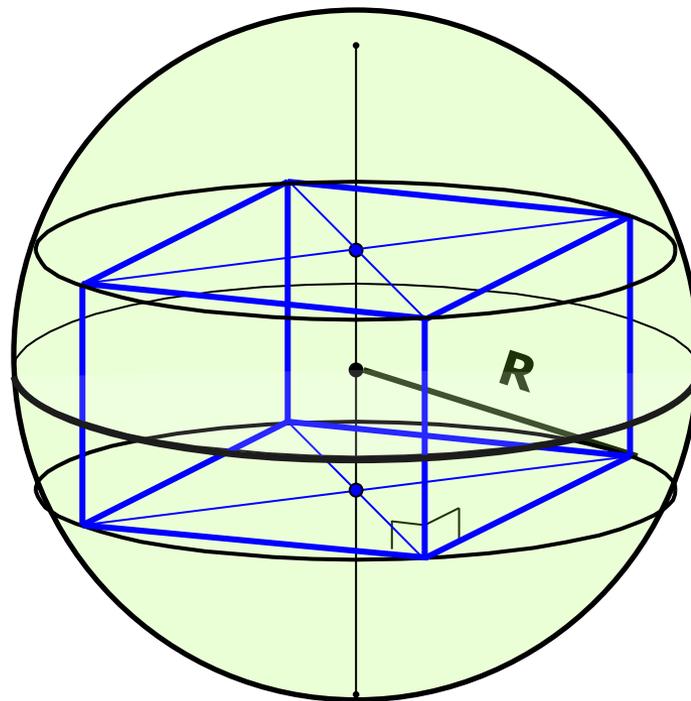
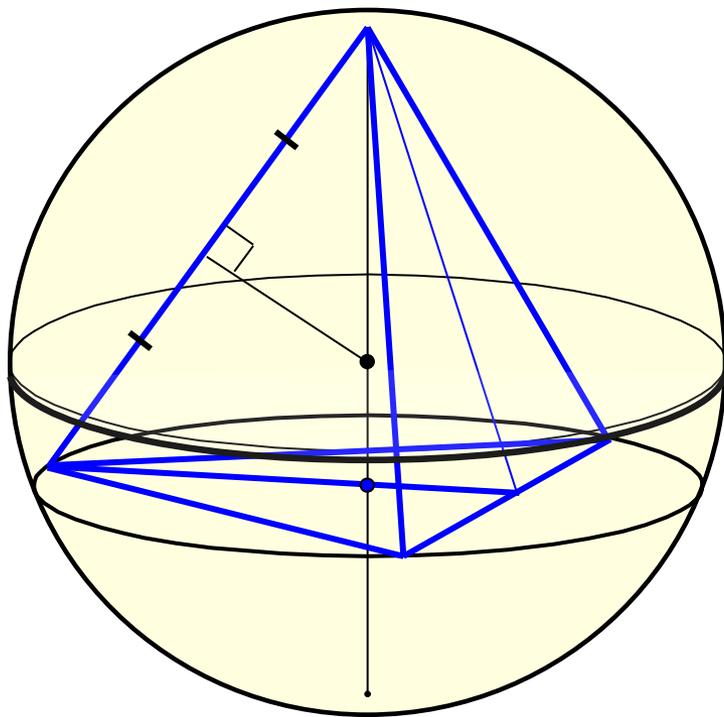
**«Решение задач на комбинации
многогранников и тел
вращения»**



Шар (сфера) называются вписанными в многогранник, если все грани многогранника касаются поверхности шара (сферы).



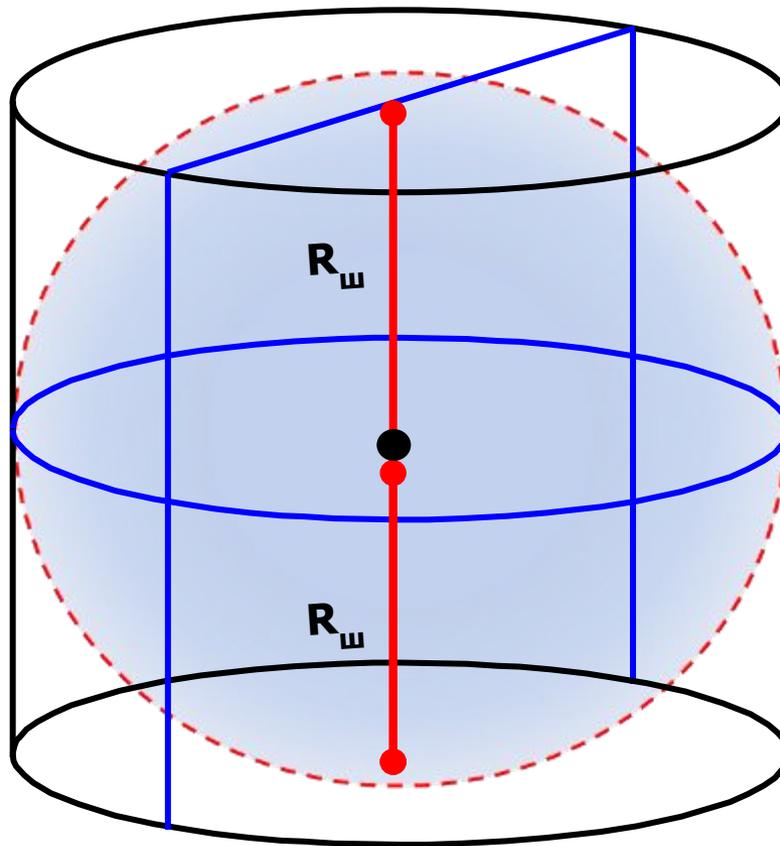
Шар (сфера) называются описанными около многогранника, если все вершины многогранника принадлежат поверхности шара (сфере).



*

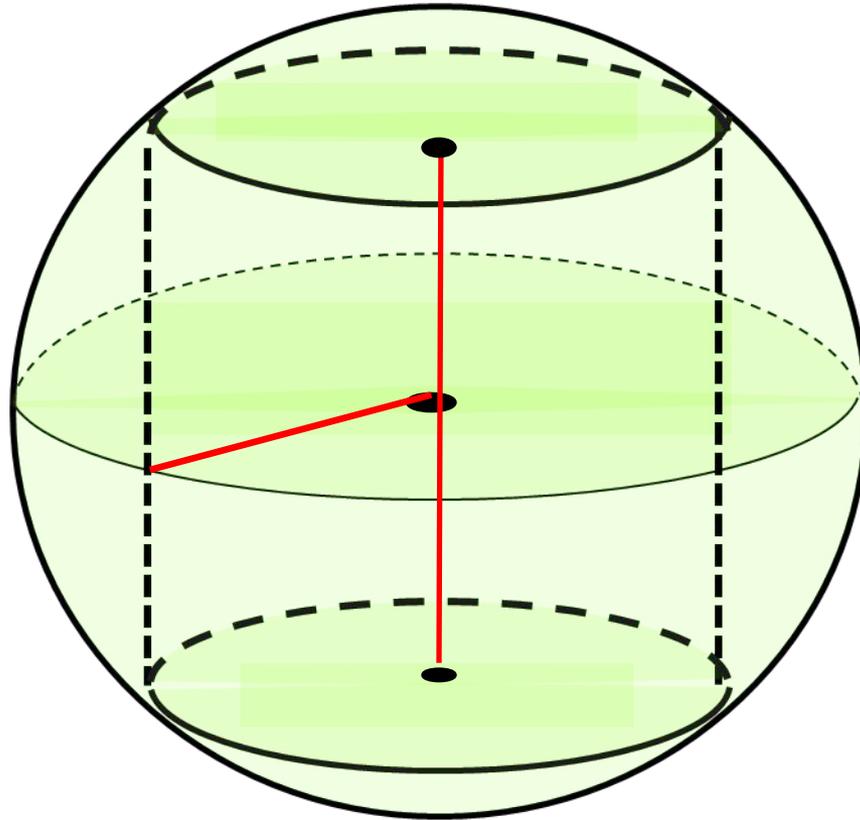
Шар вписанный в цилиндр.

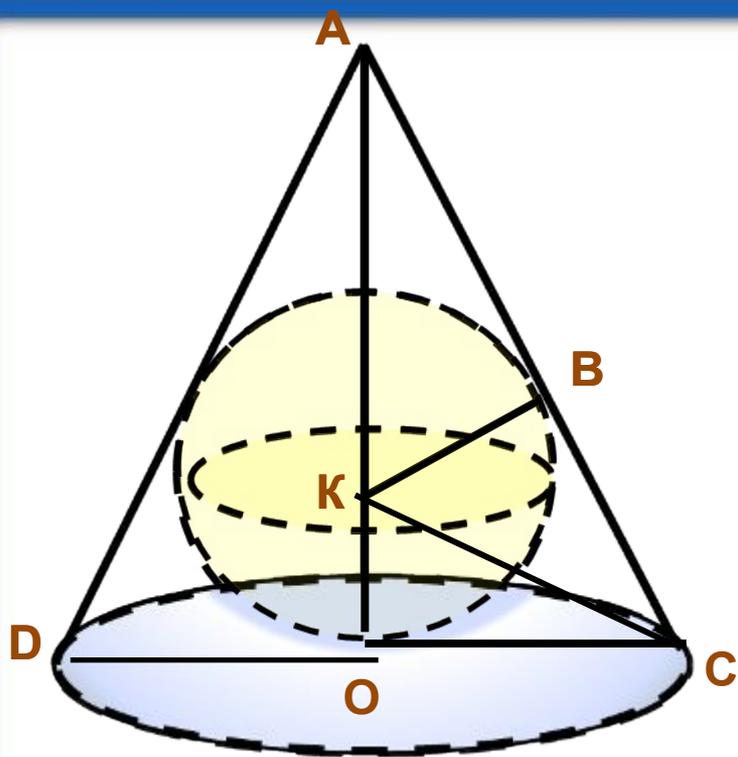
Центр шара – середина отрезка, соединяющего центры оснований цилиндра.



Шар описанный около цилиндра

Центр – середина отрезка, соединяющего центры оснований цилиндра.



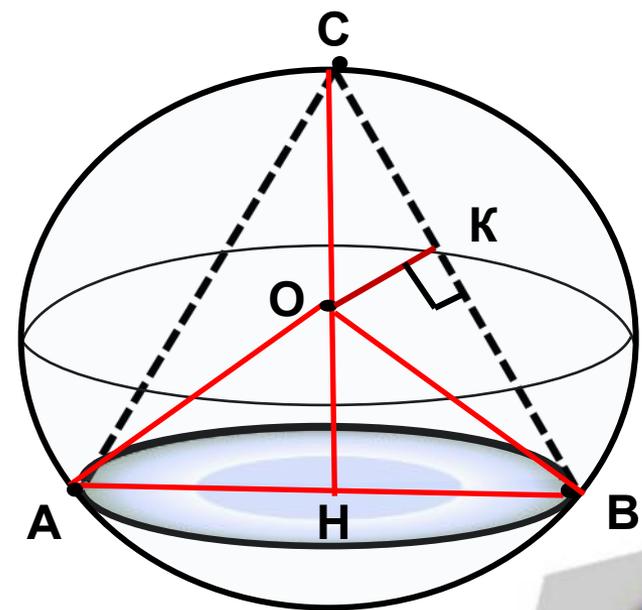


Шар вписан в конус

Центр – точка пересечения высоты конуса и биссектрисы угла между образующей конуса и плоскостью основания .

Шар описан около конуса

Центр – точка пересечения высоты конуса и серединного перпендикуляра к образующей конуса .



Задачи



1

Шар вписанный в конус

2

Шар описанный около конуса

3

Конус вписанный в шар

4

Шар вписанный в цилиндр

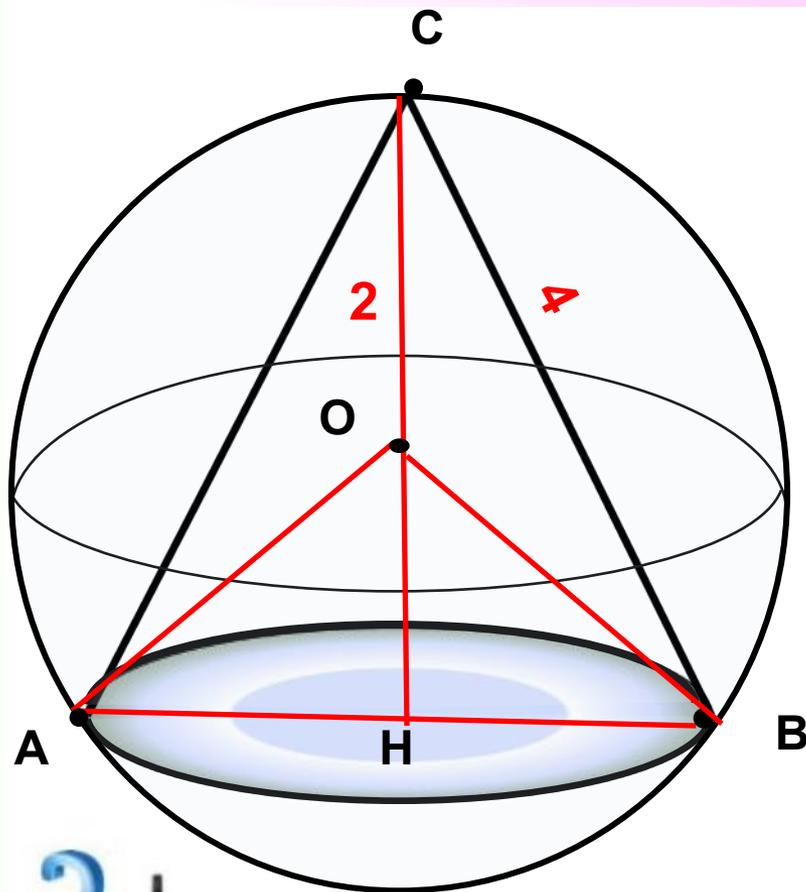
5

Шар вписанный в куб



2

Высота конуса равна 2, образующая равна 4. Найдите радиус описанного шара.



Решение:

$$1) S_{\Delta ABC} = \frac{abc}{2R}, R = AO = \frac{abc}{2S_{\Delta}}$$

$$2) \Delta CBH :$$

$$r = BH = \sqrt{CB^2 - CH^2} = \sqrt{12}$$

$$3) \Delta ABC : AC = CB = 4$$

$$AH = HB = 2 \cdot 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$$

$$4) S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot CH = 4\sqrt{3}$$

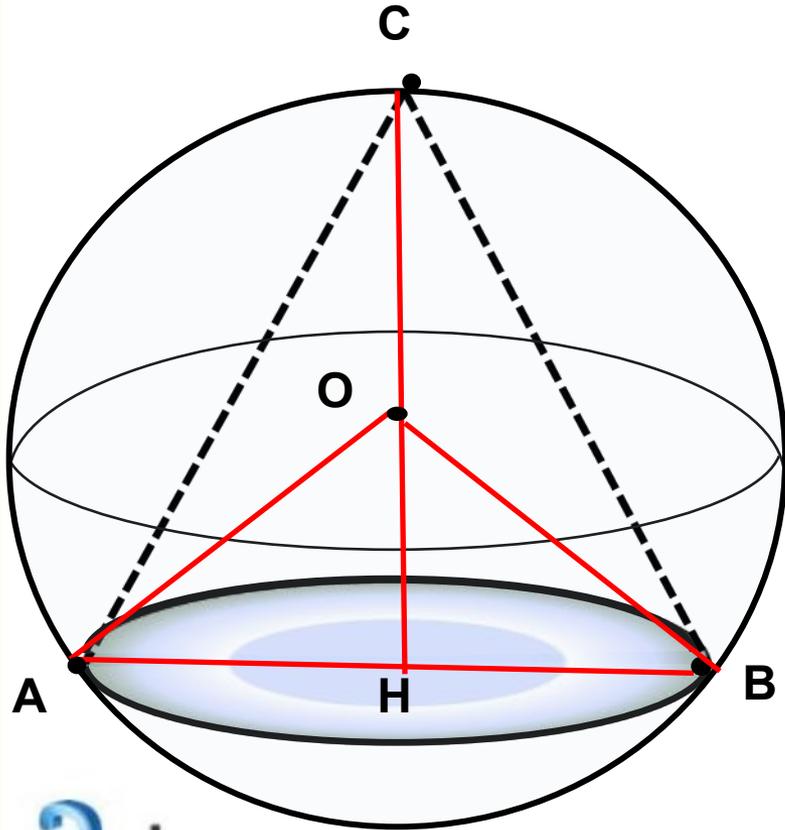
$$5) R_{ш} = OA = \frac{4 \cdot 4 \cdot 4\sqrt{3}}{4 \cdot 4\sqrt{3}} = 4$$



3

В шар вписан конус, образующая которого равна диаметру основания. Найдите отношение полной поверхности этого конуса к поверхности шара

Решение:



$$1) l_k = 2r_k$$

$$2) \frac{S_k}{S_{ш}} = \frac{\pi r(r+l)}{4\pi R^2} = \frac{r(r+2r)}{4R^2} = \frac{3r^2}{4R^2}$$

3) $\triangle ABC$ — равносторонний

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB^2 \sin 60 = \frac{l^2 \sqrt{3}}{4}$$

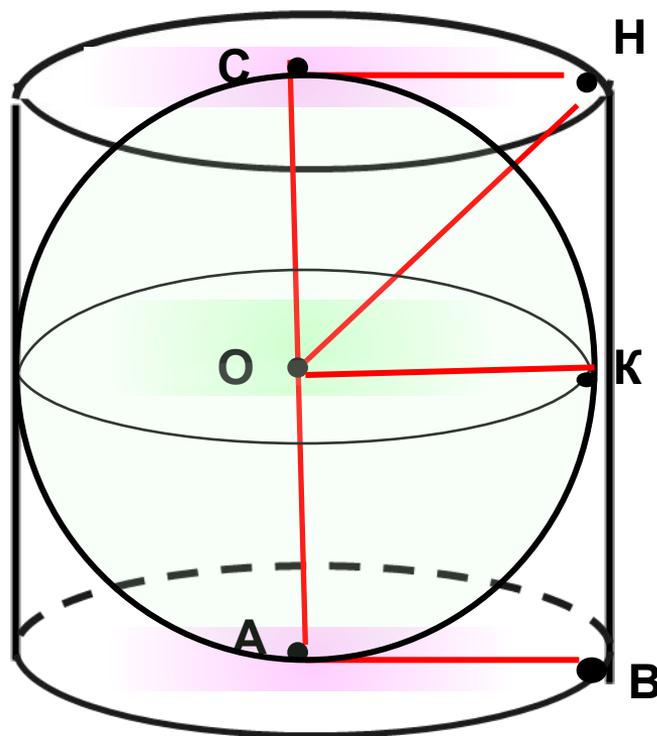
$$4) R_{ш} = OA = \frac{abc}{4S_{\triangle}} = \frac{l}{\sqrt{3}}$$

$$5) \frac{S_k}{S_{ш}} = \frac{3r^2 \cdot 3}{4 \cdot 2^2 r^2} = \frac{9}{16} = 0,5625$$



4

Площадь поверхности шара равна 330.
Найдите площадь полной поверхности цилиндра,
описанного около шара.



Решение: 1) $h_{ц} = d_{ш} = 2 \cdot OA$

$$R_{ш} = R_{ц}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad S_{n.n.ц} &= 2\pi \cdot R_{ц} (h_{ц} + R_{ц}) = \\ &= 2\pi R_{ц} (2R_{ц} + R_{ц}) = \\ &= 6\pi R_{ц}^2 = 6\pi R_{ш}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) \quad S_{ш} &= 4\pi \cdot OA^2; 330 = 4\pi \cdot OA^2 \\ OA^2 &= \frac{330}{4\pi} \end{aligned}$$

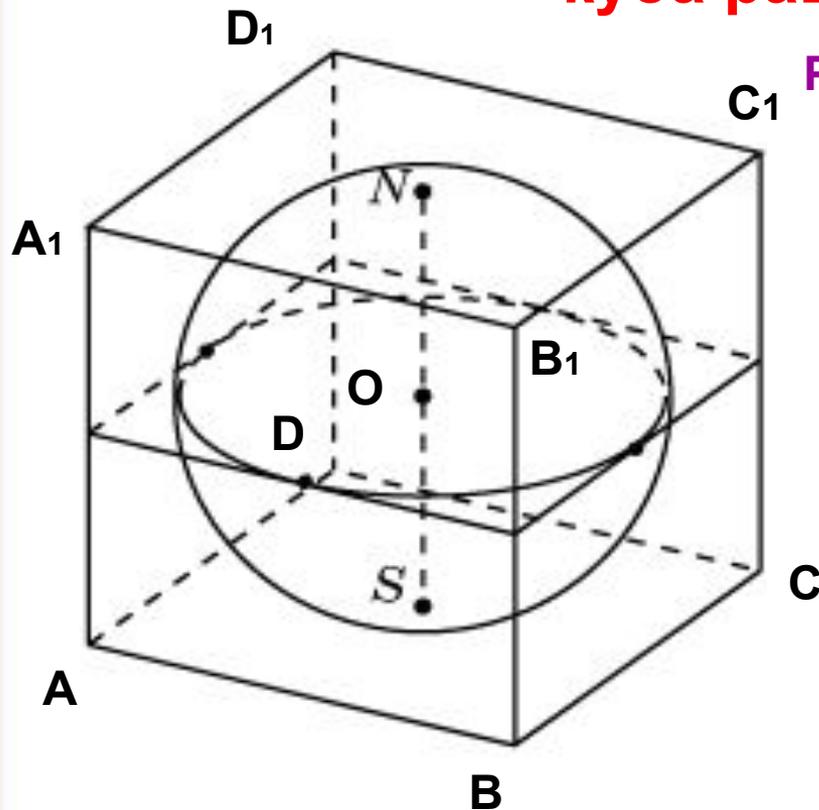
$$4) \quad S_{n.n.ц} = 6\pi \cdot \frac{330}{4\pi} = 495$$



*

5

В куб вписан шар. Найдите площадь поверхности шара, если площадь полной поверхности куба равна $1170/\pi$



Решение:

$$1) S_{n.u} = 4\pi R^2, R_{ш} = \frac{1}{2} SN = \frac{1}{2} AA_1$$

$$2) S_{n.p.k} = 6a^2, \frac{1170}{\pi} = 6 \cdot AA_1^2$$

$$3) AA_1 = \sqrt{\frac{1170}{6\pi}}$$

$$4) R_{ш} = SO = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1170}{6\pi}}$$

$$5) S_{ш} = 4\pi \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1170}{6\pi} = 195$$



*

Задачи для самостоятельного решения

1В.1 Найдите площадь поверхности шара, описанного около конуса, у которого радиус основания $\frac{2}{\sqrt{\pi}}$, а высота равна $\frac{1}{\sqrt{\pi}}$

Ответ: 25

1В.2 Радиус шара, описанного около куба, равен 3. Найдите площадь поверхности куба.

Ответ: 24

2В.2 В шар, площадь поверхности которого равна 100π , вписан цилиндр. Найдите высоту цилиндра, если радиус его основания равен 4.

Ответ: 8

2В.1 В шар вписан конус. Найдите высоту конуса, если радиус шара равен 5, а радиус основания конуса равен 4.

Ответ: 6

