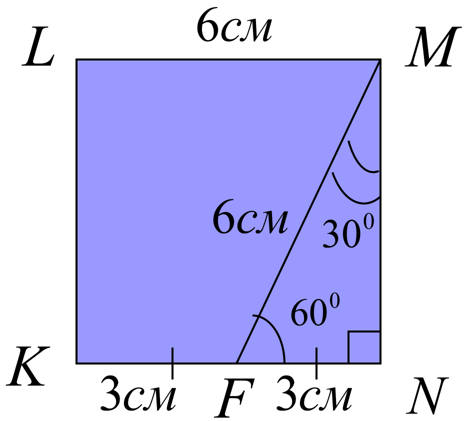
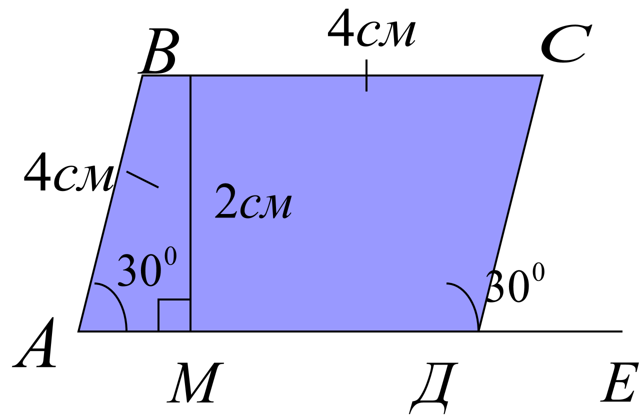
Наглядно – поисковые задачи



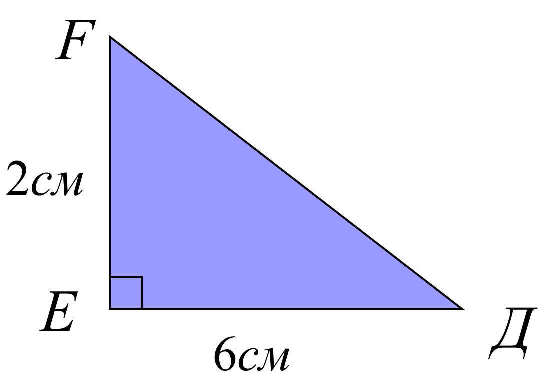
$KLMN$ – квадрат. Найти S_{KLMN}

$$S_{KLMN} = 6^2 = 36(см^2)$$



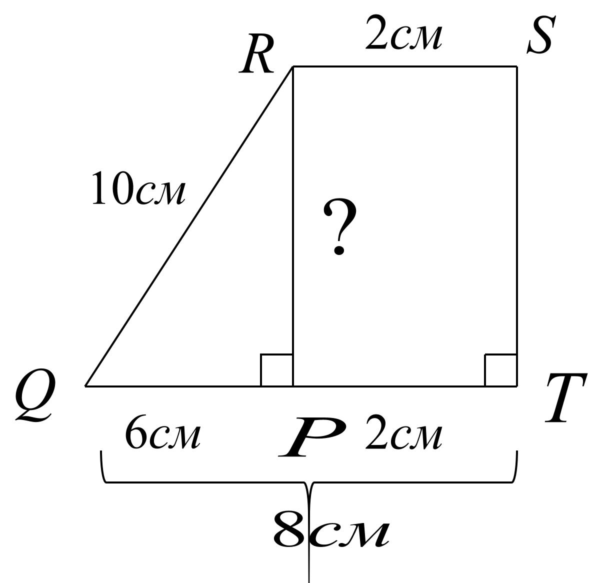
$АВСД$ – параллелограмм. Найти $S_{АВСД}$

$$S_{АВСД} = 4*2 = 8(см^2)$$



Найти $S_{\Delta FED}$

$$S_{\Delta EFD} = \frac{1}{2}*2*6 = 6(см^2)$$



$QRST$ – трапеция.

Найти S_{QRST}

Пифагор Самосский

Великий учёный Пифагор родился около 570 г.до н.э. на острове Самосе. Отцом Пифагора был Мнесарх, резчик по драгоценным камням. Имя же матери Пифагора не известно. По многим античным свидетельствам, родившийся мальчик был сказочно красив, а вскоре проявил и свои незаурядные способности.

В зрелом возрасте Пифагор покинул свой родной остров Самос в Эгейском море. Много путешествовал по странам Востока: был в Египте и Вавилоне. Там Пифагор и познакомился с восточной математикой.

Предание приписывает Пифагору доказательство теоремы, носящий его имя. В вавилонских текстах эта теорема встречается за 1200 лет до Пифагора. Возможно, что тогда ещё не знали её доказательство, а само соотношение между гипотенузой и катетами было установлено опытным путём на основе измерений. Пифагор, по-видимому нашёл доказательство этого соотношения. Сохранилось древнее предание, что в честь своего открытия Пифагор принёс в жертву богам быка, по другим свидетельствам – даже сто быков.

В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов

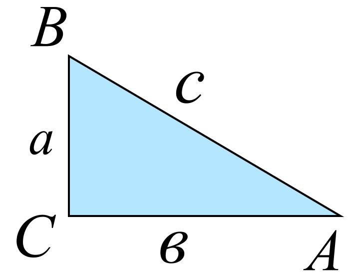
В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов

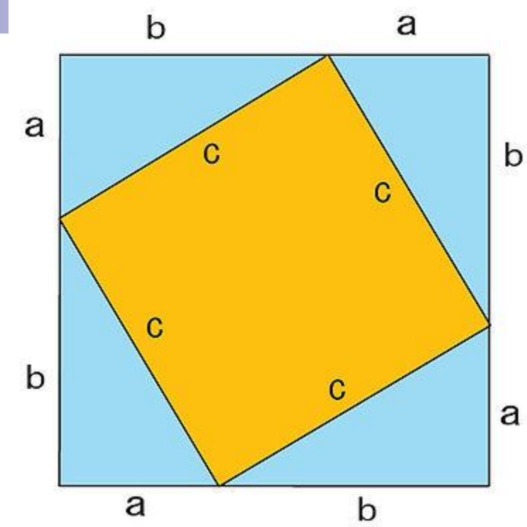
Дано: $\triangle$ ABC - прямоугольный;

а,в - катеты;

с – гипотенуза.

Доказать: $c^2=a^2+в^2$.





Доказательство.

Достроим треугольник до квадрата.

1. Сторона большего квадрата $a+в$
2. S большего квадрата $(a+в)^2$

С другой стороны, S большего квадрата состоит из S 4-х равных прямоугольных треугольников, S меньшего квадрата и равна их сумме.

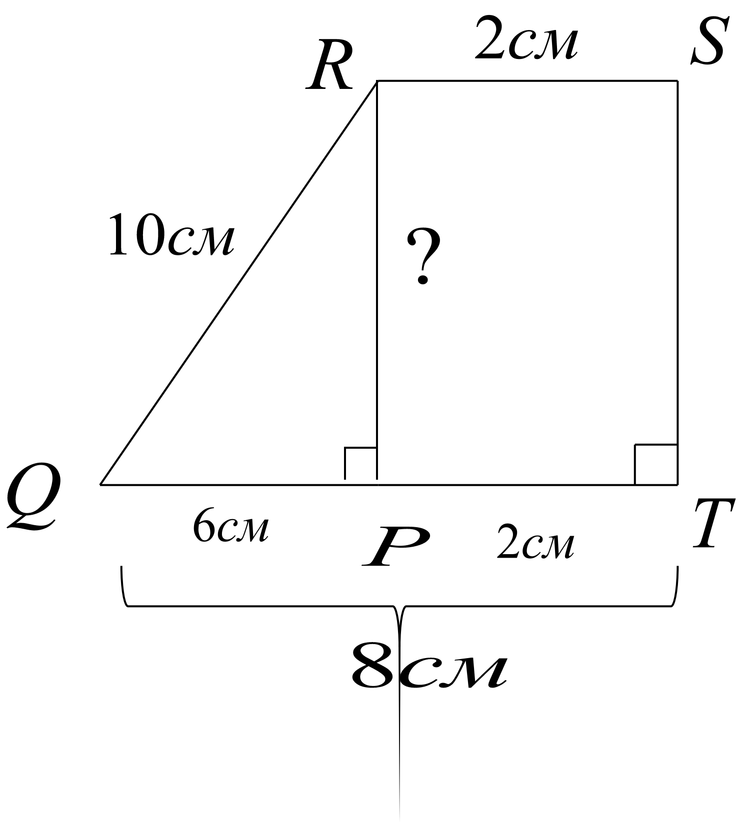
1. S каждого прямоугольного треугольника $\frac{1}{2}aв$
2. S 4-х таких треугольников $4*\frac{1}{2}aв=2aв$
3. Сторона меньшего квадрата c
4. S меньшего квадрата c^2
5. S большего квадрата $2aв+c^2$

Сравним найденные значения площади большего квадрата: $(a+в)^2=2aв+c^2$

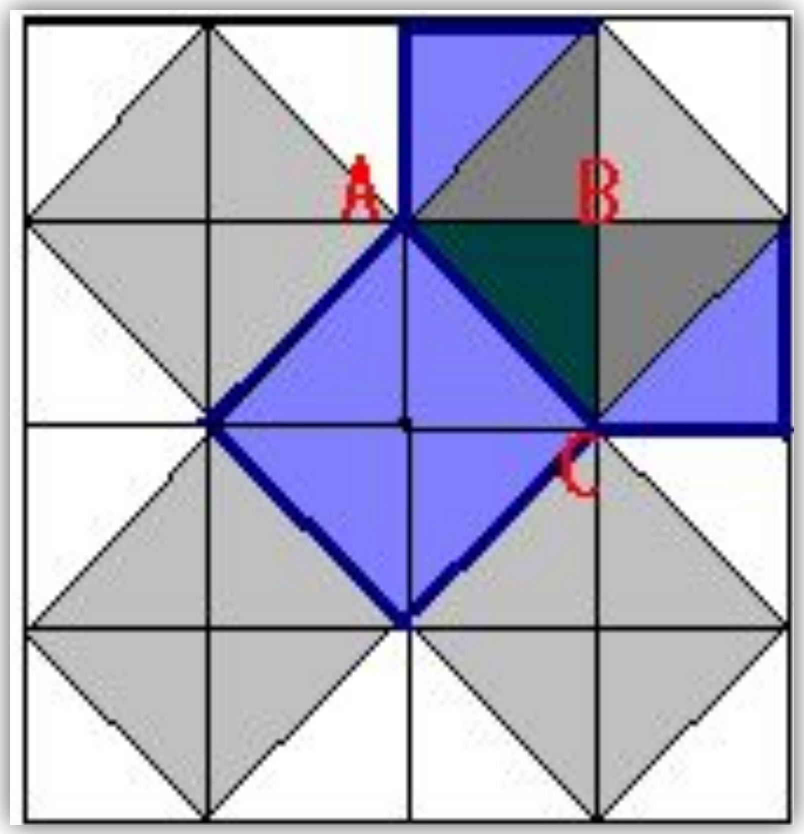
или $a^2+\cancel{2aв}+в^2=\cancel{2aв}+c^2$

Таким образом, $c^2=a^2+в^2$

Проблемный вопрос



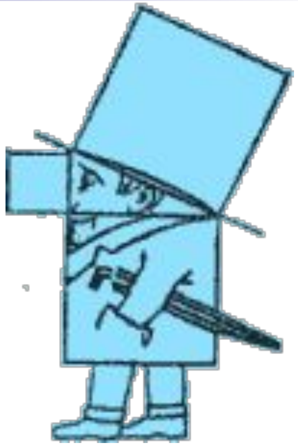
Простейшее доказательство



Простейшее доказательство теоремы получается в простейшем случае равнобедренного прямоугольного треугольника. Вероятно, с него и начиналась теорема. В самом деле, достаточно просто посмотреть на мозаику равнобедренных прямоугольных треугольников, чтобы убедиться в справедливости теоремы.

Например, для ΔABC: квадрат, построенный на гипотенузе, содержит 4 исходных треугольника, а квадраты, построенные на катетах, - по два.

Зная, две стороны прямоугольного треугольника, найдите третью.



$а)\ a = 3, в = 4, c - ?$

$c^2 = 3^2 + 4^2;\ c^2 = 25\ ;\ c = 5$

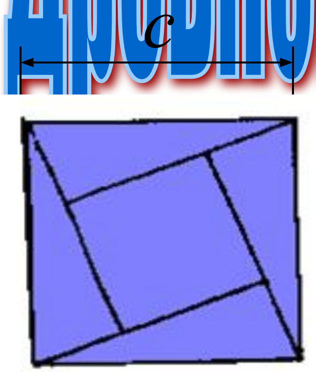
$б)\ в = 8, c = 10, a - ?$

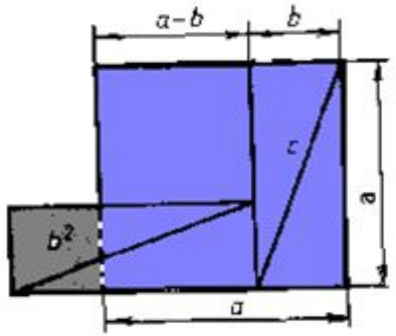
$a^2 = 10^2 - 8^2;\ a^2 = 36\ ;\ a = 6$

$в)\ c = 13\ , a = 5\ , в - ?$

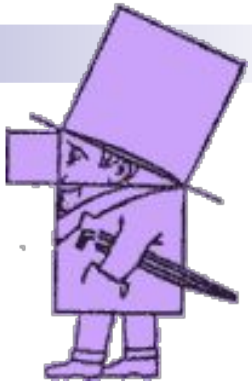
$в^2 = 13^2 - 5^2\ ; в^2 = 144\ ; в = 12$

Древнеиндийское доказательство



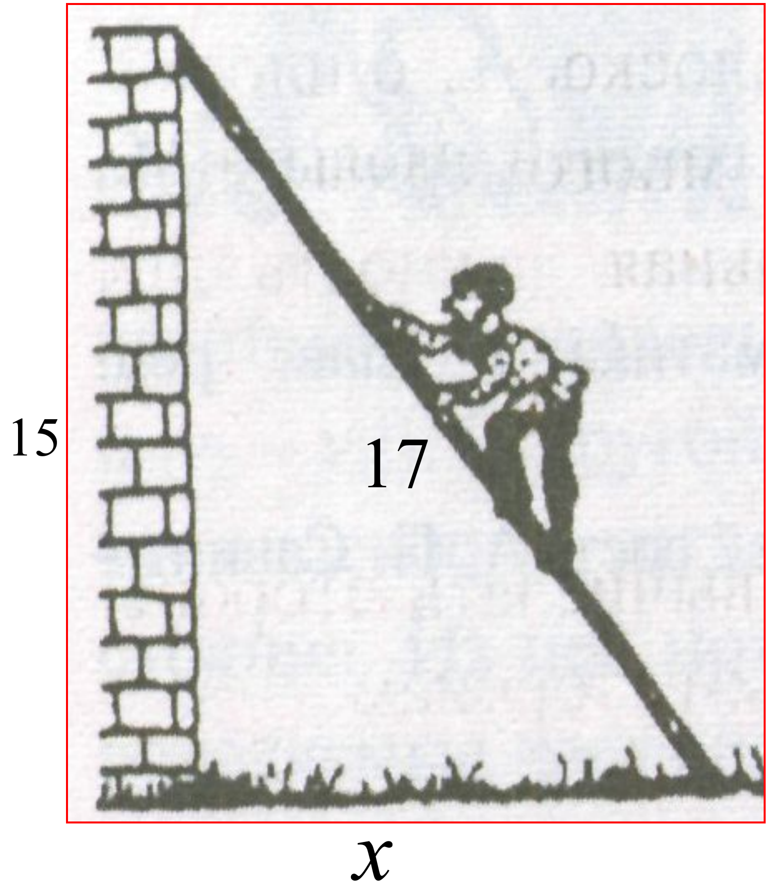


В написанном на пальмовых листьях трактате «Сиддханта широмани» («Венец знания»), крупнейшего индийского математика XII в. Бхаскары, помещён чертёж с характерным для индийских доказательств словом: «Смотри!». Как видим, прямоугольные треугольники уложены здесь гипотенузой наружу и квадрат площадью с^2 перекладывается в «кресло невесты» с площадью а^2+в^2.



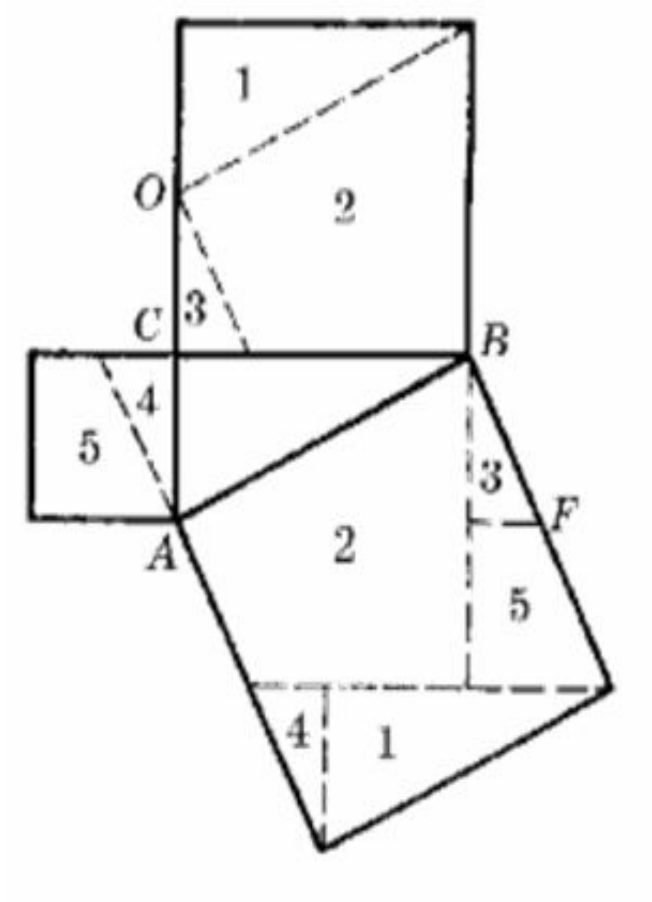
Решить устно

- На какое расстояние надо отодвинуть от стены дома нижний конец лестницы длиною 17 м, чтобы верхний конец её достал до слухового окна, находящегося на высоте 15 м от поверхности земли.



- Ответ: 8м,
  т.к. $x^2=17^2-15^2$, $x^2=64$, $x=8$.

Доказательство Аннариция



Багдадский математик и астроном X в. Ан-Найризий (латинилизированное имя - Аннариций) в арабском комментарии к «Началам» Евклида дал следующее доказательство теоремы Пифагора:

1.рассмотрим прямоугольный треугольник ABC;

2.построим квадрат на гипотенузе этого треугольника;

3.разобьём этот квадрат на 5 частей;

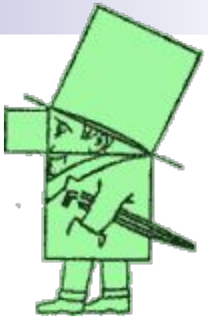
4. из этих частей составим квадраты на катетах;

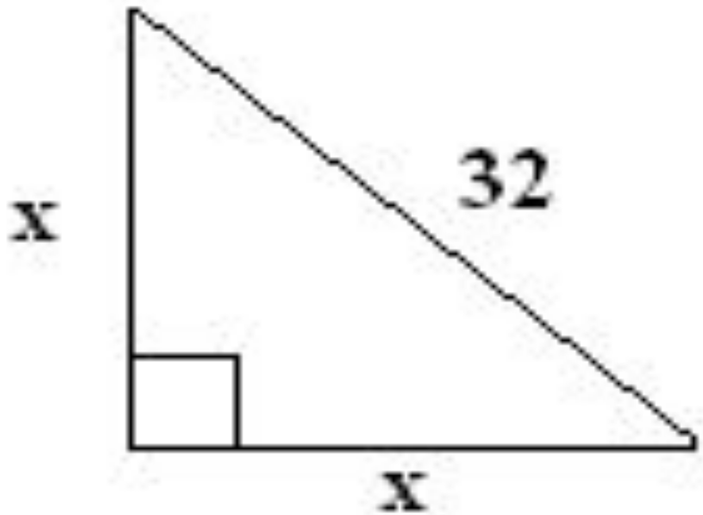
5. получаем, что сумма квадратов на катетах равна квадрату гипотенузе.

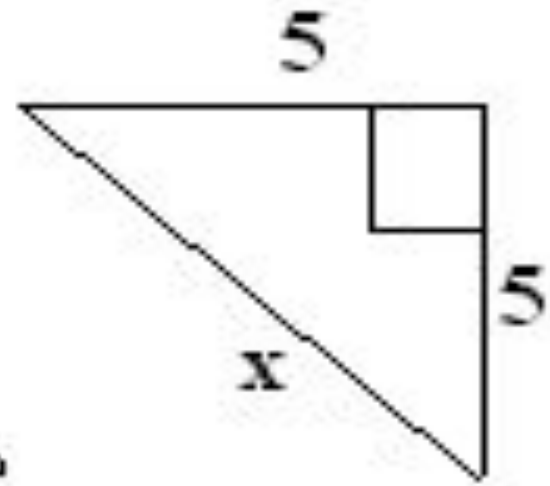
Любопытно, что доказательство Аннариция является простейшим среди огромного числа доказательств теоремы Пифагора методом разбиения: в нём фигурируют всего 5 частей.

Это наименьшее число возможных разбиений.

Найти х.







Если дан нам треугольник
И притом с прямым углом,
То квадрат гипотенузы
Мы всегда легко найдём:
Катеты в квадрат возводим,
Сумму степеней находим-
И таким простым путём
К результату мы придём.