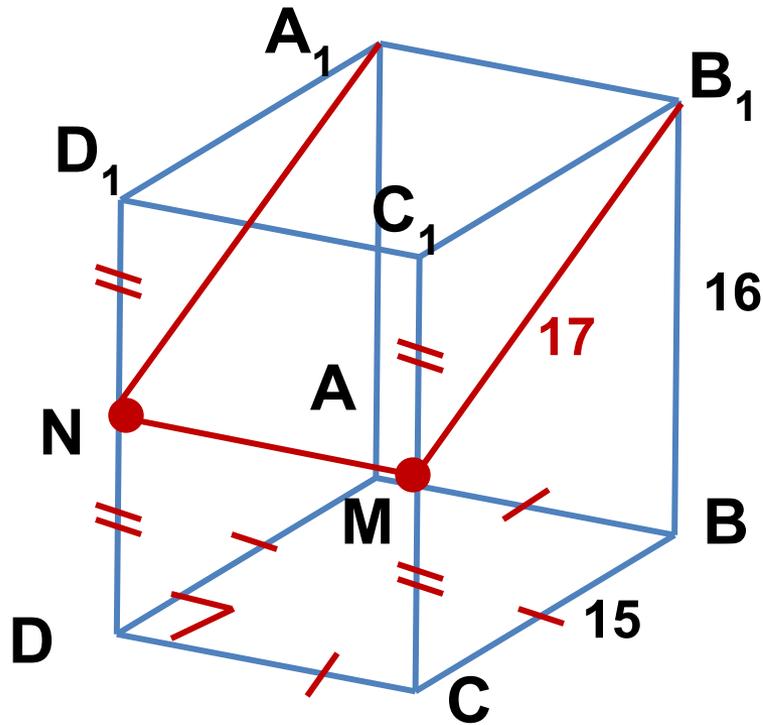


**Решение задач
по теме
«Многогранники
»**

Задача 1. Высота правильной призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равна 16 см. Сторона ее основания - 15 см. Вычислите периметр сечения призмы плоскостью, содержащей прямую $A_1 B_1$ и середину ребра DD_1 .



Найти: $P_{A_1 B_1 MN}$

Решение:

1) Т.к. дана правильная призма, то в основании квадрат, а боковые грани – равные прямоугольники.

2) Проведем через точку N прямую $\parallel A_1 B_1$, значит точка M – тоже середина ребра.

3) $A_1 B_1$ перпендикулярна грани $DAA_1 D_1$, значит перпендикулярна и NA_1 , тогда $A_1 B_1 MN$ – прямоугольник.

4) Рассмотрим прямоугольный треугольник $C_1 B_1 M$.

$$B_1 M = \sqrt{15^2 + 8^2} = \sqrt{225 + 64} = \sqrt{289} = 17 \text{ см}$$

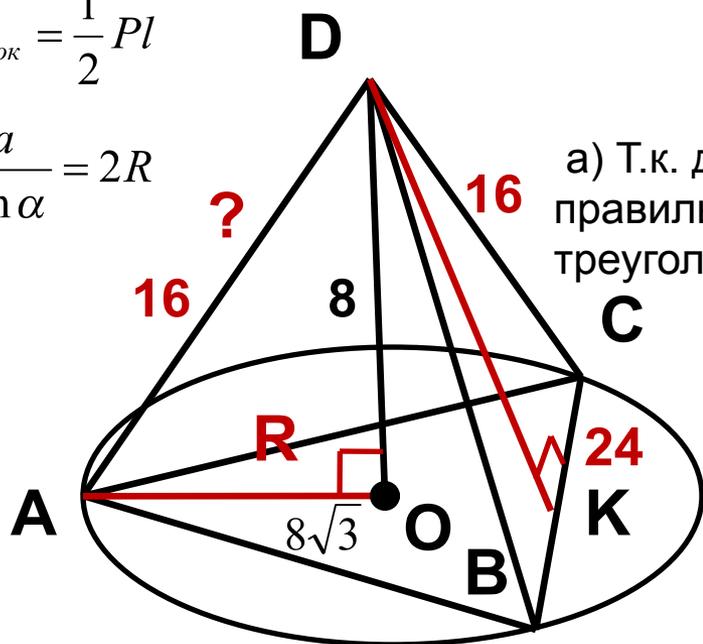
5) Найдем периметр: $P_{A_1 B_1 MN} = (15 + 17) \cdot 2 = 64 \text{ см}$

Задача 2. Высота правильной треугольной пирамиды равна 8 см. Радиус окружности, описанной около ее основания - $8\sqrt{3}$ см. Вычислите:

- а) длину бокового ребра пирамиды;
 б) площадь боковой поверхности пирамиды.

$$S_{бок} = \frac{1}{2} Pl$$

$$\frac{a}{\sin \alpha} = 2R$$



Найти: а) DA , б) $S_{бок}$

Решение:

а) Т.к. дана правильная треугольная пирамида, то в основании правильный треугольник, а высота проведена в центр треугольника (центр описанной около него окружности).

Рассмотрим прямоугольный треугольник DOA :

$$AD = \sqrt{(8\sqrt{3})^2 + 8^2} = \sqrt{64 \cdot 3 + 64} = \sqrt{64 \cdot 4} = 16 \text{ см}$$

б) Найдем сторону треугольника ABC :

$$a = 2R \cdot \sin \alpha = 2 \cdot 8\sqrt{3} \cdot \sin 60^\circ = 2 \cdot 8\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 24 \text{ см}$$

Проведем апофему DK и рассмотрим прямоугольный треугольник DCK :

$$DK = \sqrt{16^2 - 12^2} = \sqrt{(16-12)(16+12)} = \sqrt{4 \cdot 28} = 4\sqrt{7} \text{ см}$$

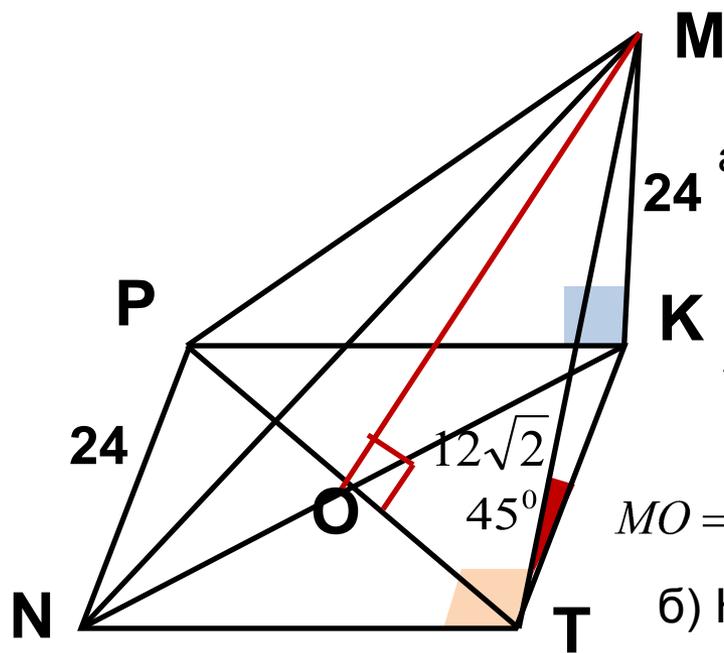
Найдем площадь боковой поверхности правильной треугольной пирамиды:

$$S_{бок} = \frac{1}{2} Pl = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 24 \cdot 4\sqrt{7} = 144\sqrt{7} \text{ см}^2$$

Задача 3. Основанием пирамиды МКРNT является квадрат, сторона которого равна 24 см. Боковое ребро МК перпендикулярно плоскости основания пирамиды.

Угол между плоскостями основания и грани MTN равен 45° . Вычислите:

- расстояние от вершины пирамиды до прямой РТ;
- площадь полной поверхности пирамиды.



Найти: а) MO ; б) $S_{пол}$

Решение:

а) Рассмотрим прямоугольный треугольник MKT:
т.к. угол 45 градусов, то $KT=MK=24$ см.

Рассмотрим прямоугольный треугольник TKO:

$$x^2 + x^2 = 24^2 \quad 2x^2 = 24^2 \quad x = \sqrt{24 \cdot 12} = 12\sqrt{2}$$

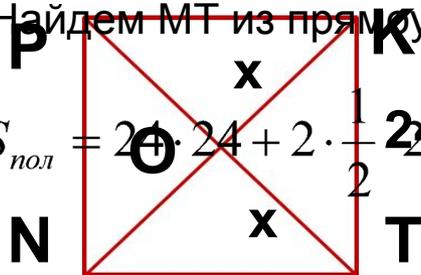
Рассмотрим прямоугольный треугольник MKO:

$$MO = \sqrt{24^2 + (12\sqrt{2})^2} = \sqrt{24 \cdot 24 + 24 \cdot 12} = \sqrt{24 \cdot 36} = 12\sqrt{6} \text{ см}$$

б) Найдем $S_{пол} = S_{осн} + 2S_{MTK} + 2S_{MTN}$

Найдем MT из прямоугольного треугольника MKT: $MT = \sqrt{24^2 + 24^2} = \sqrt{2 \cdot 24^2} = 24\sqrt{2}$

$$S_{пол} = 24 \cdot 24 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 24 \cdot 24 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 24 \cdot 24\sqrt{2} = 2 \cdot 24 \cdot 24 + 24 \cdot 24\sqrt{2} = 576(2 + \sqrt{2}) \text{ см}^2$$



Ответы к работе за 20 мая:

1) 54 см

2) а) $2\sqrt{34}$ см; б) 240 см²

3) а) 18 см; б) $162(1 + 2\sqrt{2})$ см²