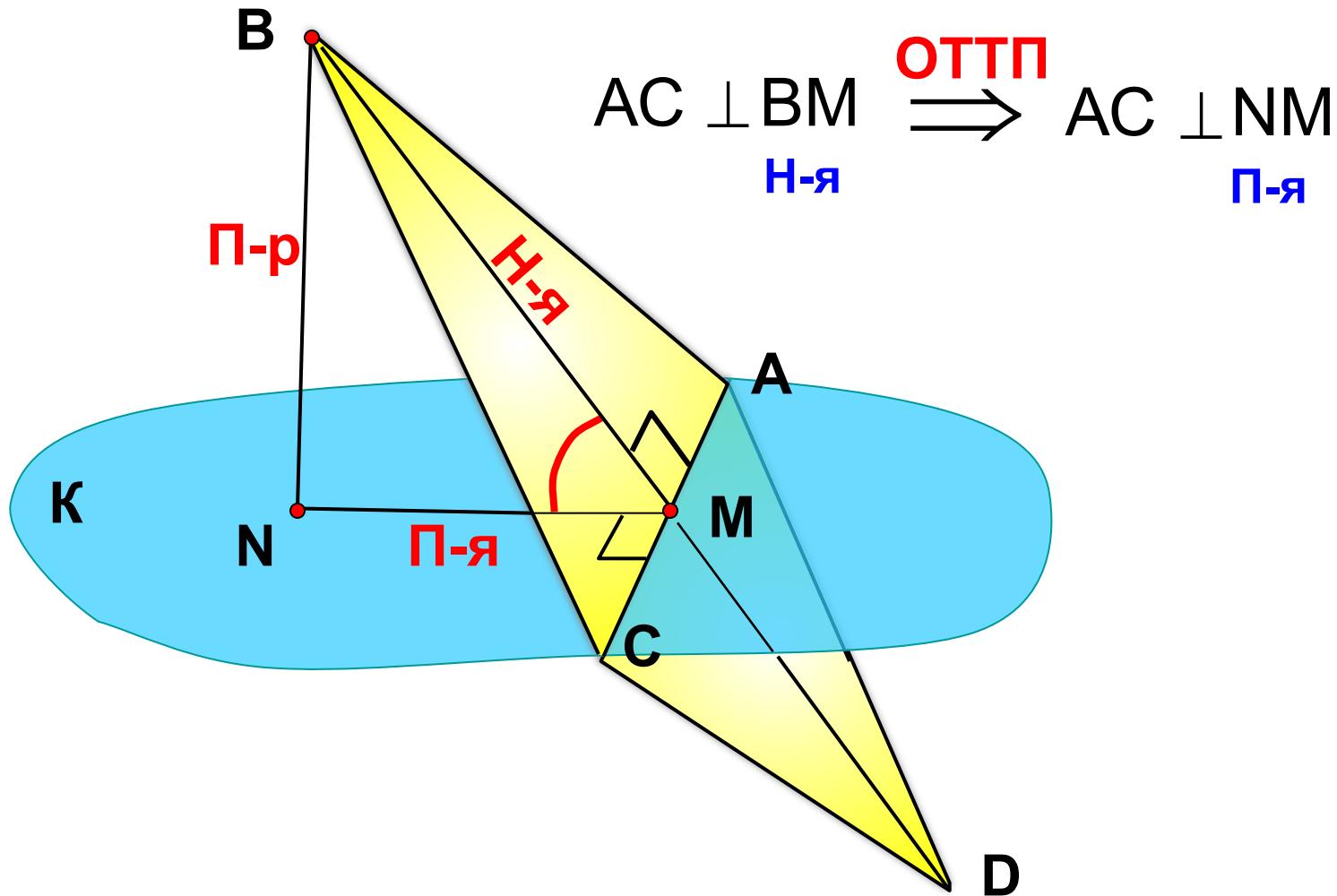


Перпендикулярность плоскостей

Л.С. Аманасян "Геометрия 10-11"

Параллелепипед.

Повторение. Построить линейный угол двугранного угла $BACK$. Четырехугольник $ABCD$ – ромб, AC - диагональ.

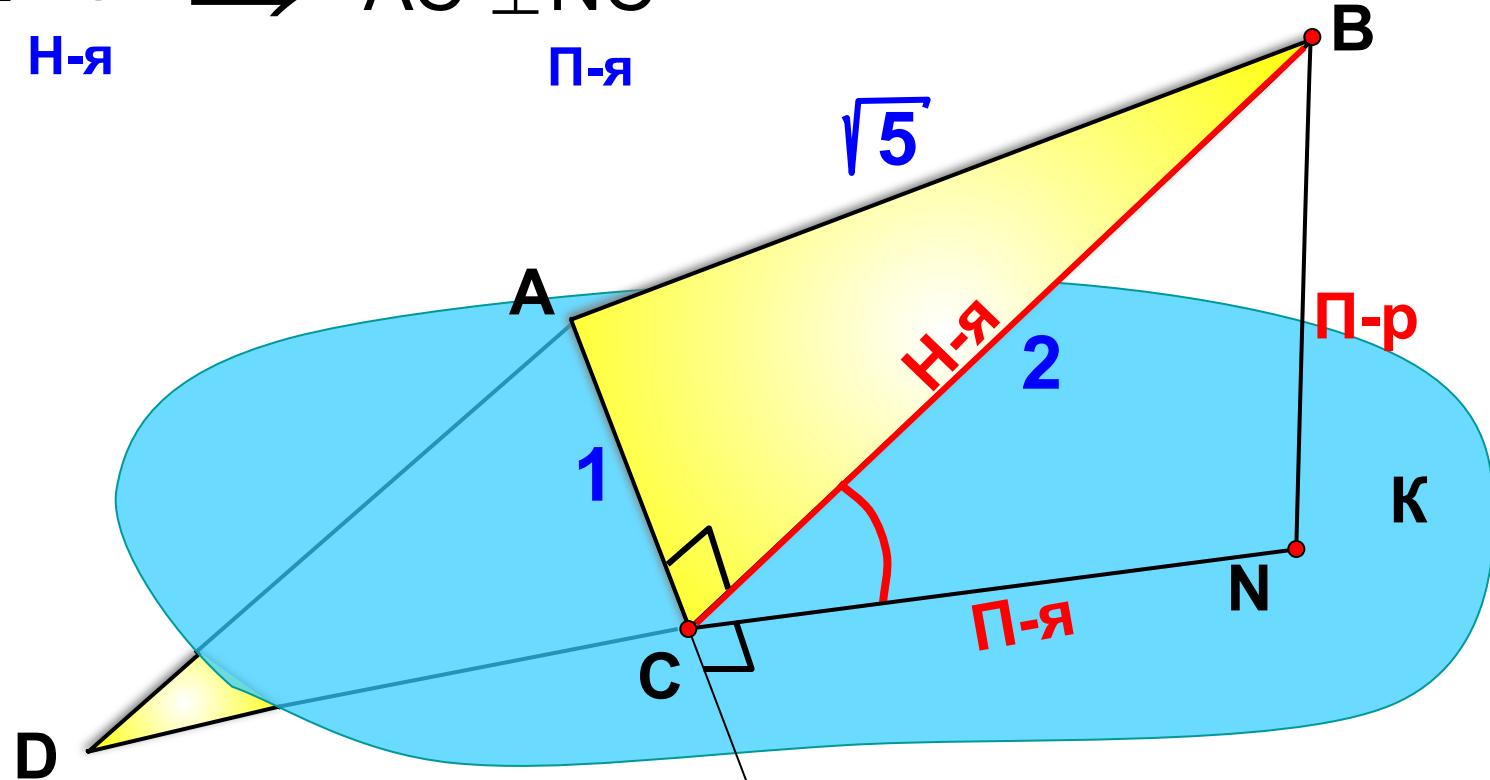


Угол VMN – линейный угол двугранного угла $BACK$

Повторение. Построить линейный угол двугранного угла $BACK$. $ABCD$ – четырехугольник, AC - диагональ.

$$AC \perp BC \xrightarrow{\text{ОТП}} AC \perp NC$$

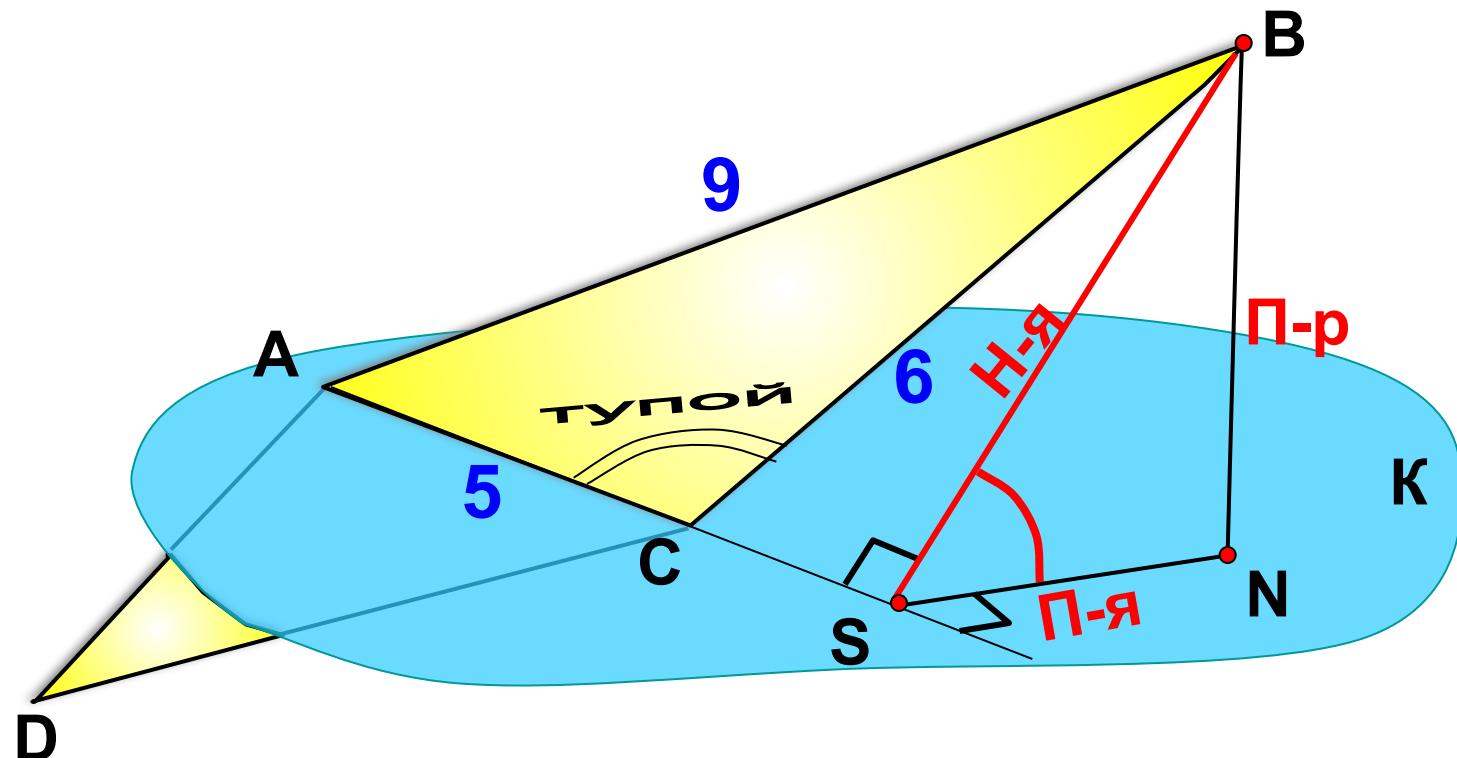
Н-я П-я



Угол BCN – линейный угол двугранного угла $BACK$

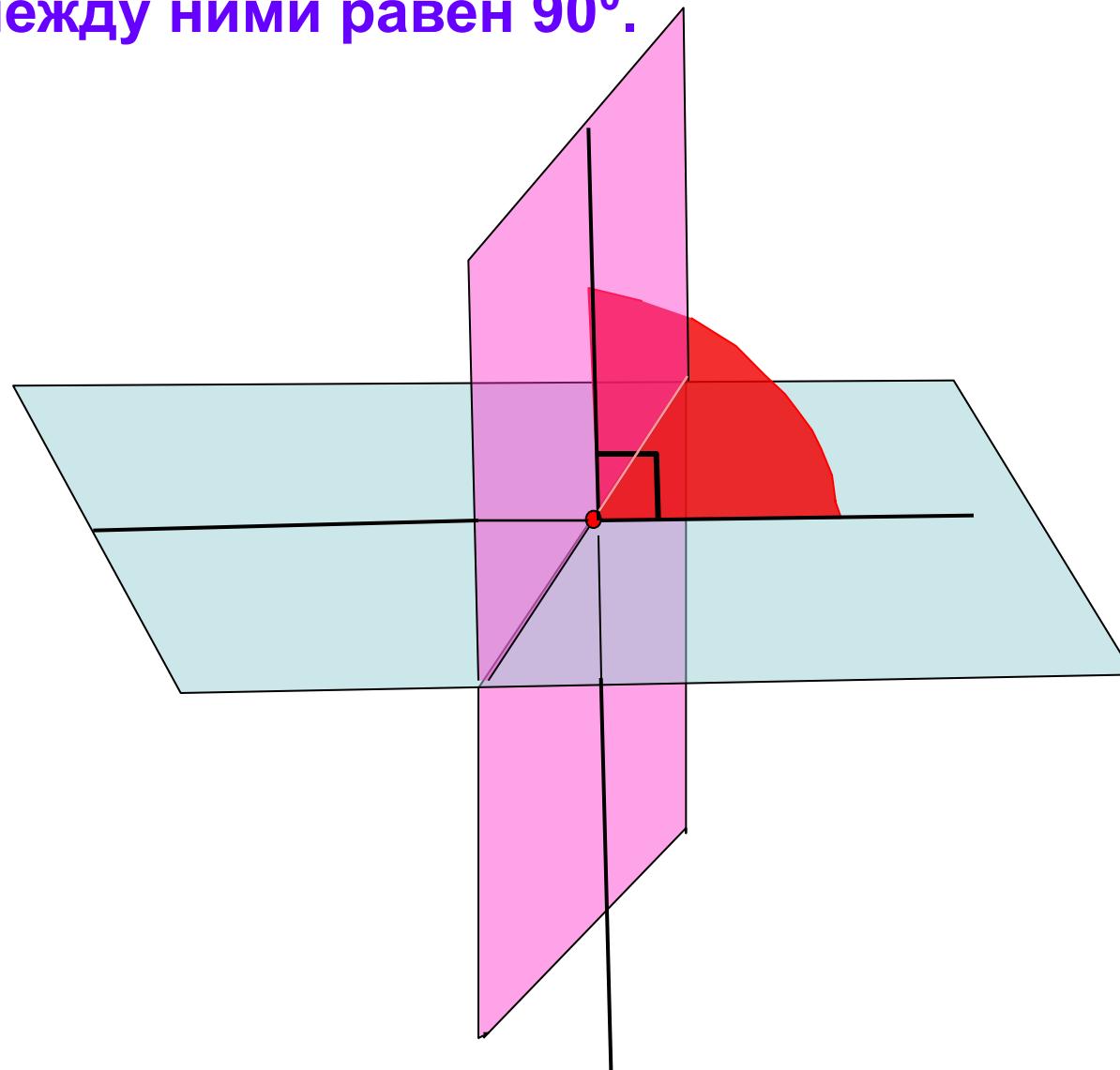
Повторение. Построить линейный угол двугранного угла ВАСК. АВСД – четырехугольник, АС – диагональ.

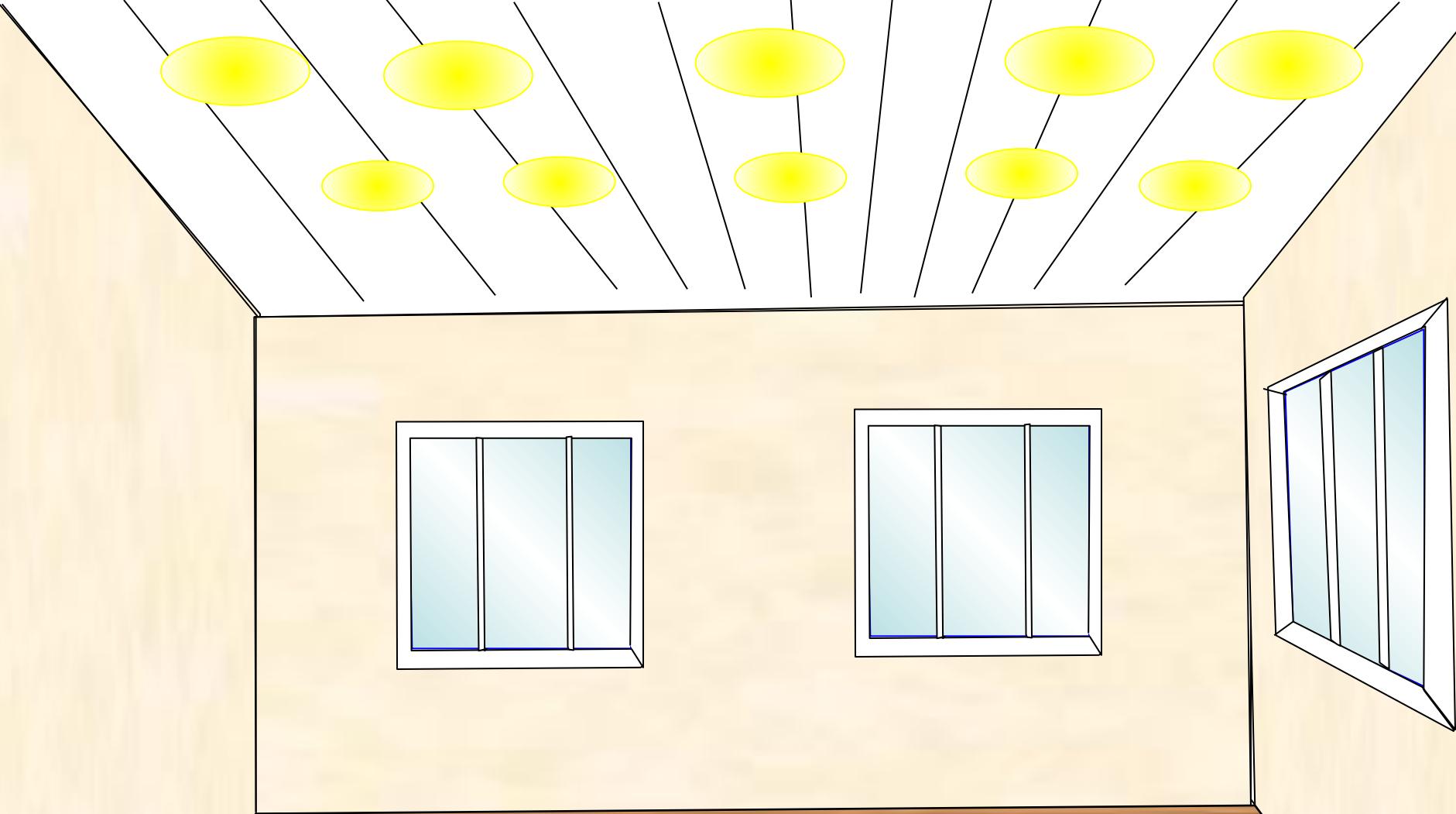
$$AC \perp BS \xrightarrow[\text{Н-я}]{\text{ОТП}} AC \perp NS \xrightarrow[\text{П-я}]{} \quad$$



Угол BSN – линейный угол двугранного угла ВАСК

**Две пересекающиеся плоскости называются
перпендикулярными (взаимно перпендикулярными),
если угол между ними равен 90^0 .**

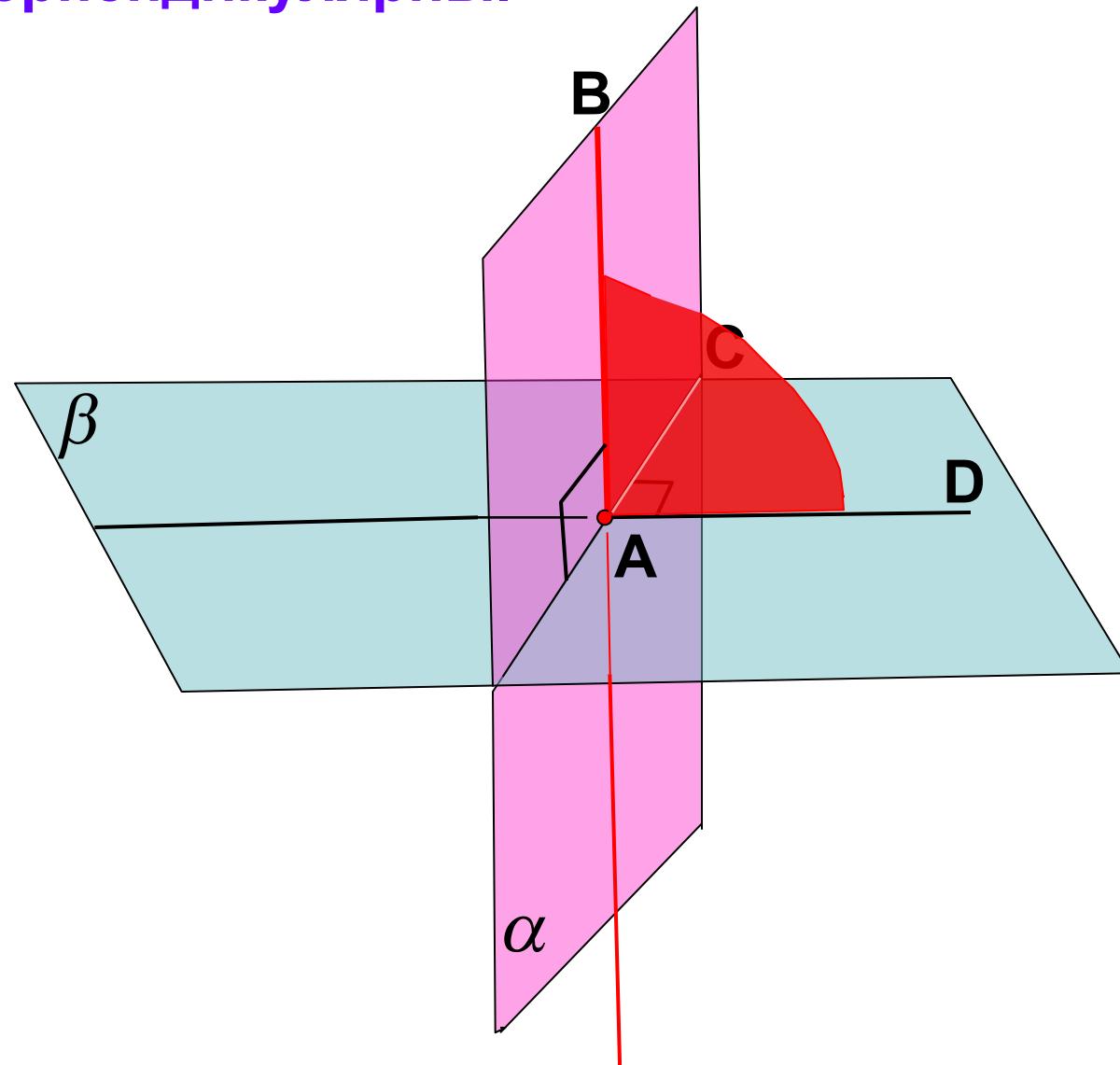




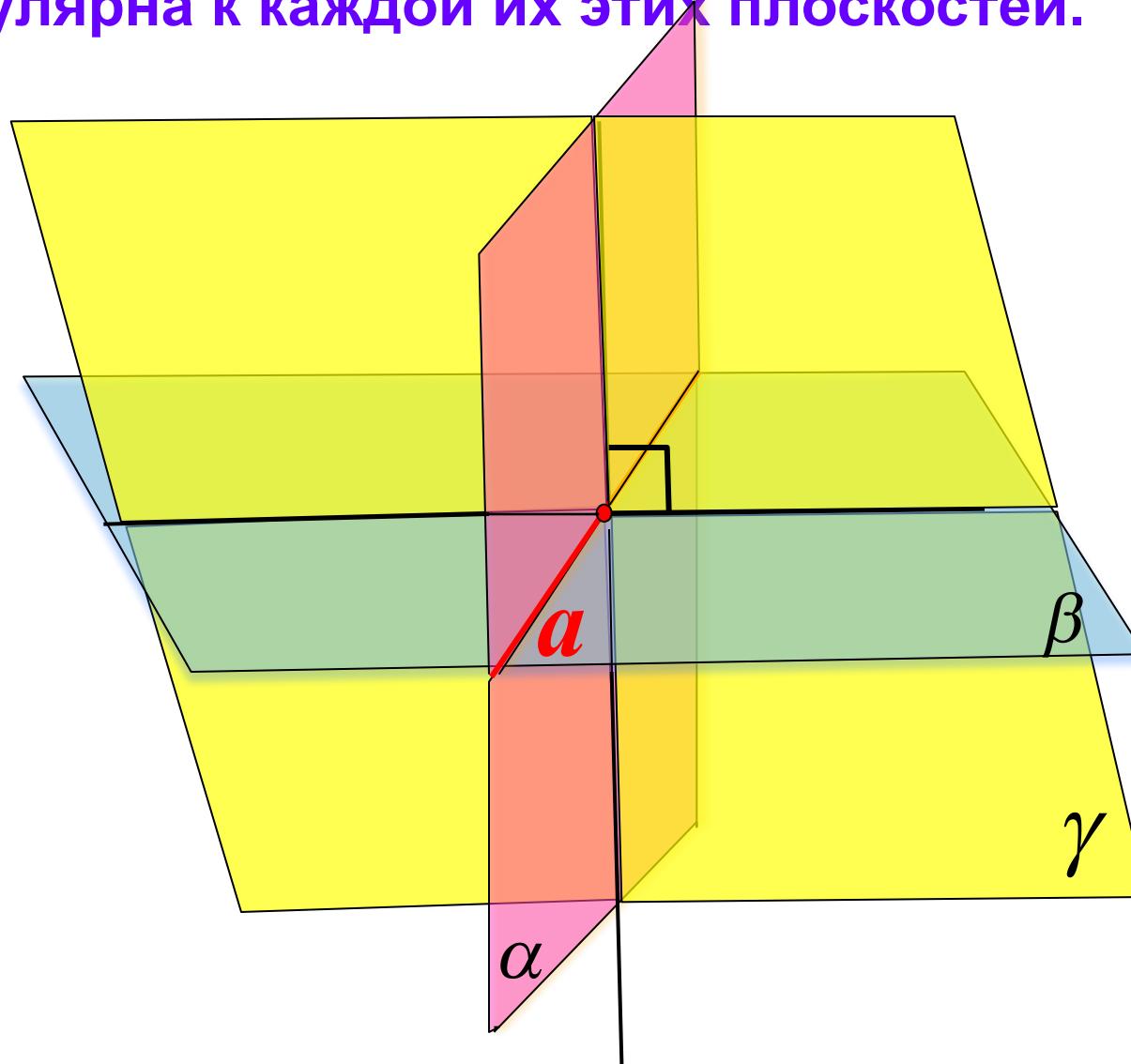
**Примером взаимно перпендикулярных
плоскостей служат плоскости стены и пола комнаты,
плоскости стены и потолка.**

Признак перпендикулярности двух плоскостей.

Если одна из двух плоскостей проходит через прямую, перпендикулярную к другой плоскости, то такие плоскости перпендикулярны.

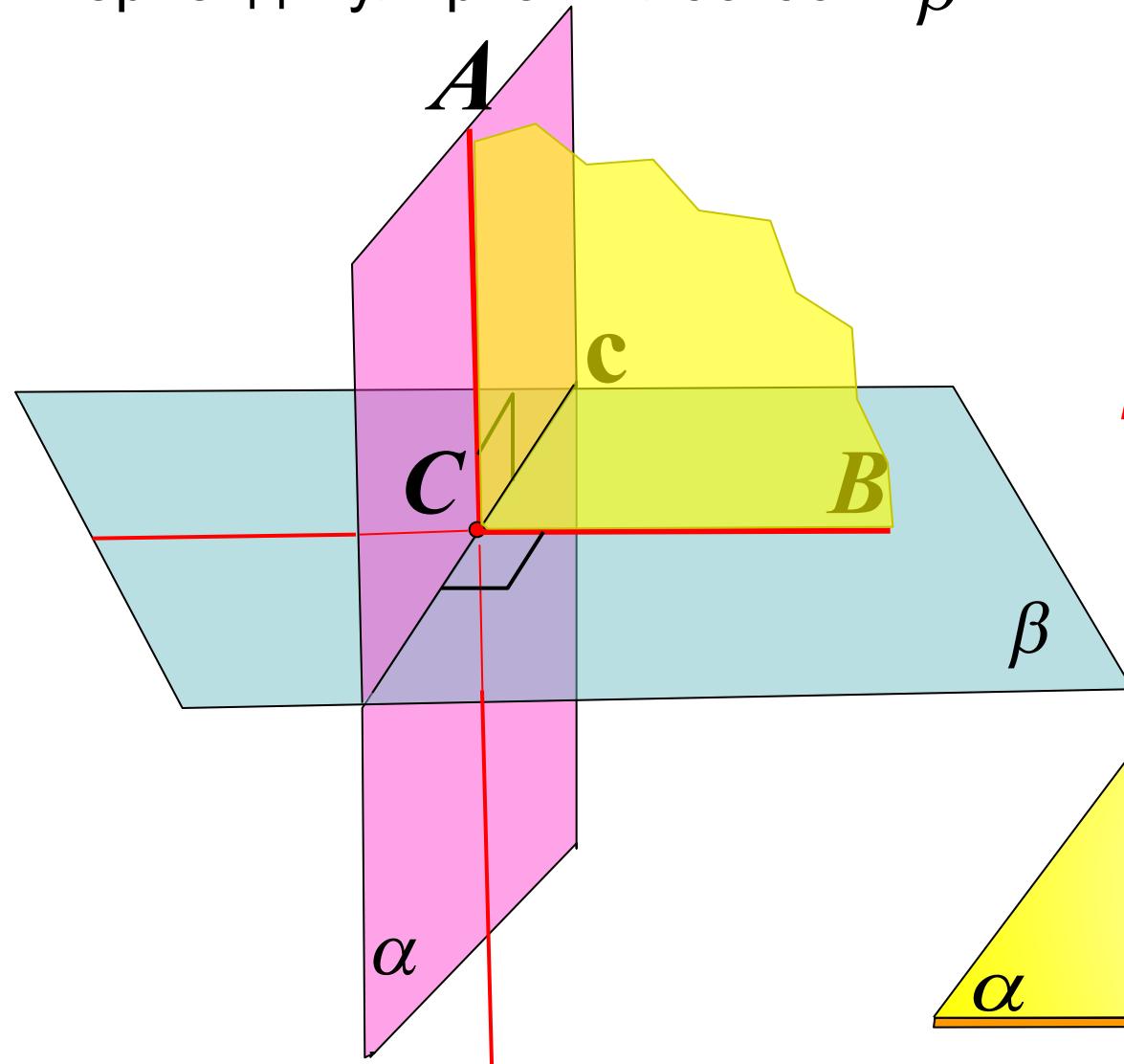


Следствие. Плоскость, перпендикулярная к прямой, по которой пересекаются две данные плоскости, перпендикулярна к каждой из этих плоскостей.

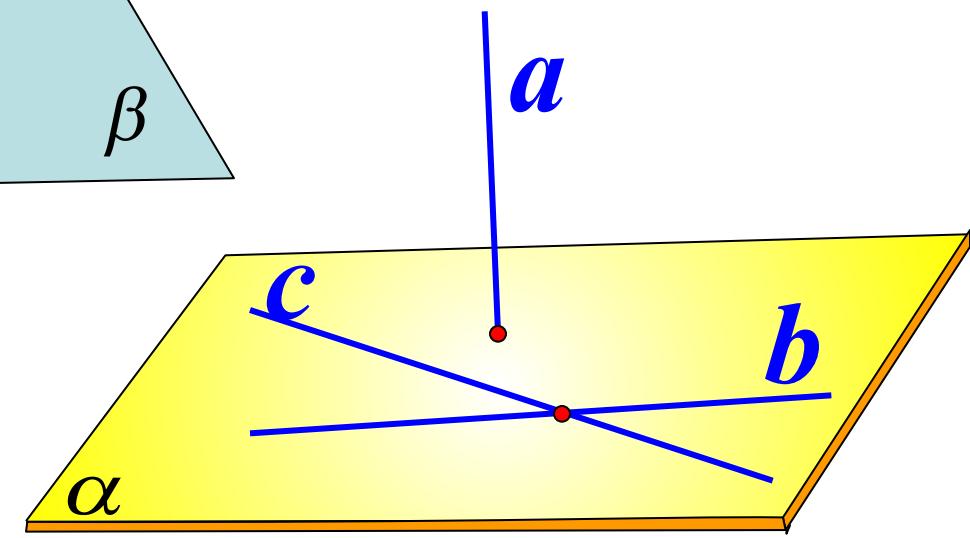


№ 178. Плоскости α и β взаимно перпендикулярны пересекаются по прямой с. Докажите, что любая прямая плоскости α , перпендикулярная к прямой с, перпендикулярна к плоскости β .

Подсказка

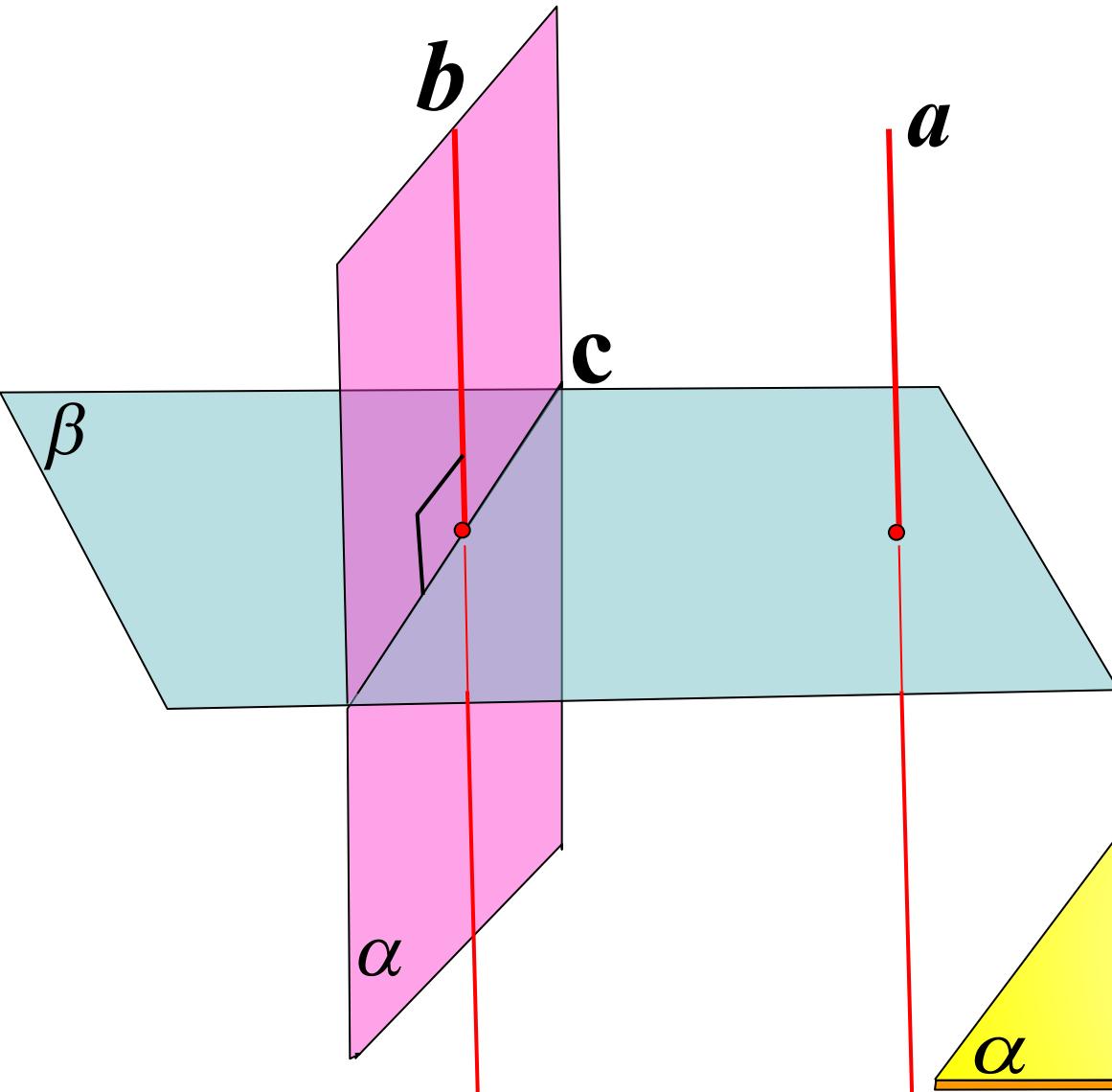


*Признак
перпендикулярности
прямой и плоскости*

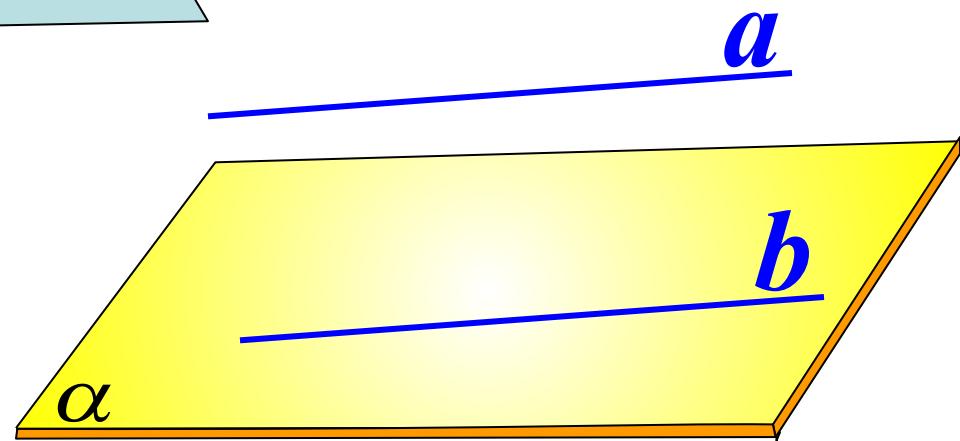


№ 180. Докажите, что плоскость и не лежащая в ней прямая, перпендикулярные к одной и той же плоскости, параллельны.

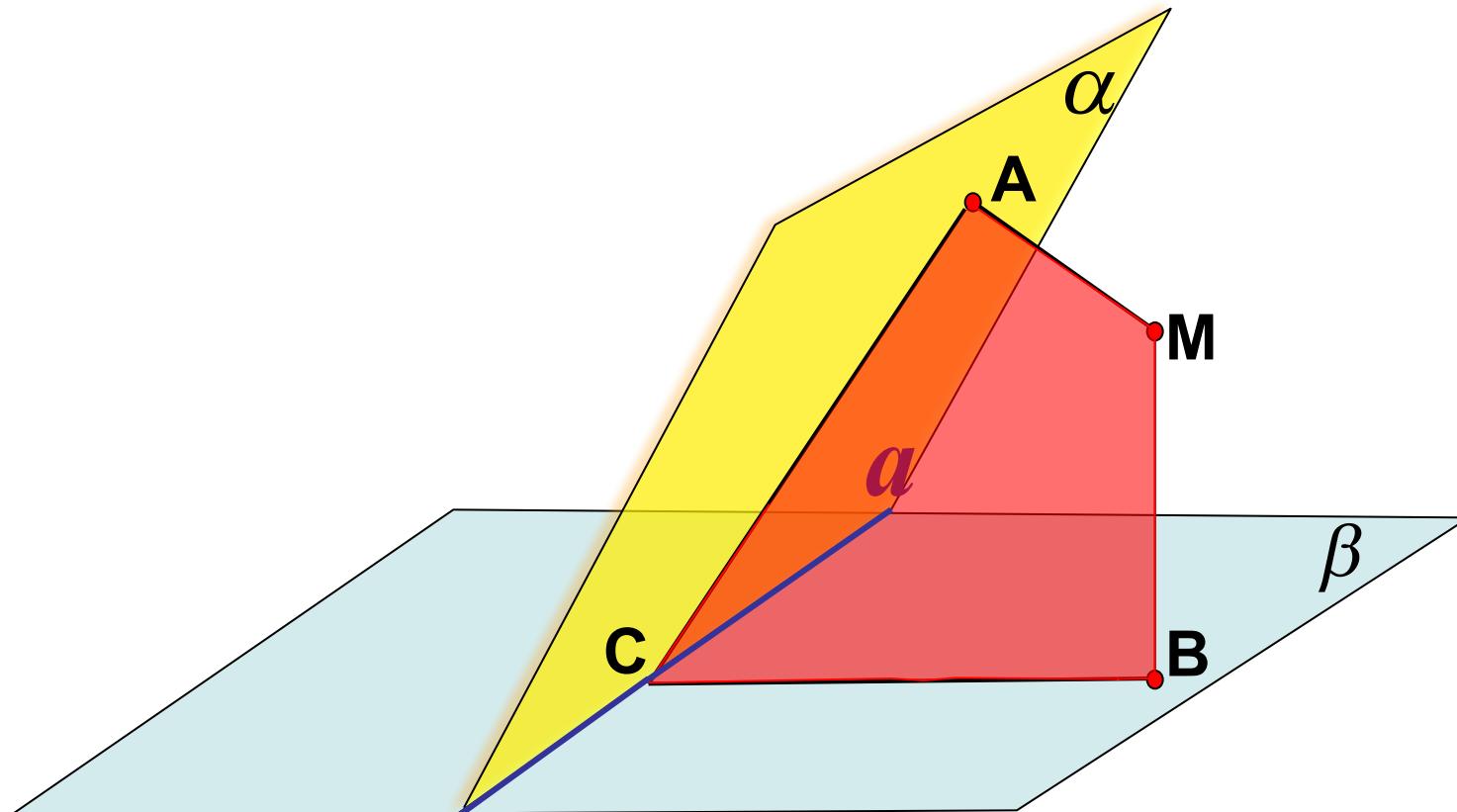
Подсказка



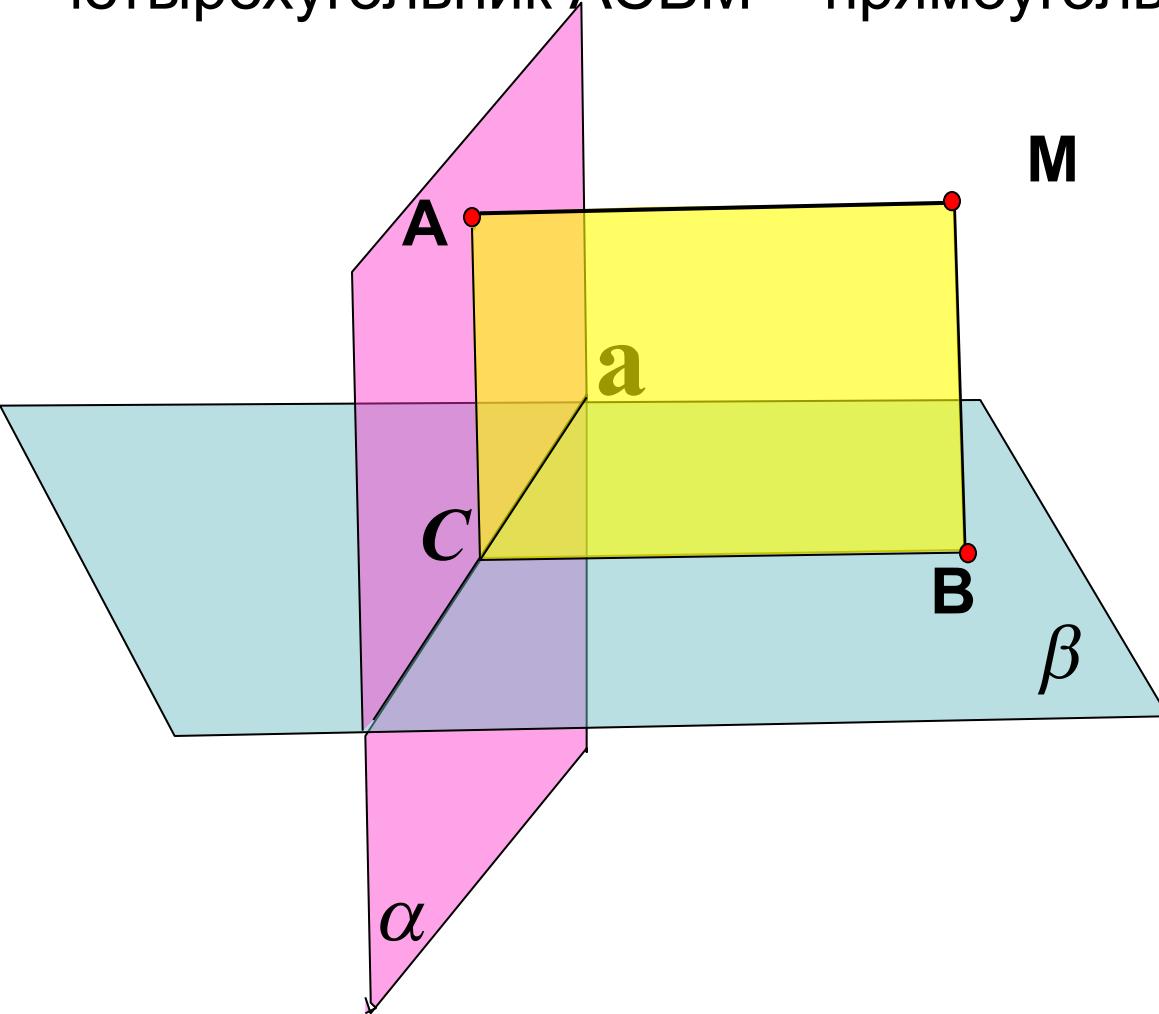
*Признак
параллельности
прямой и
плоскости*



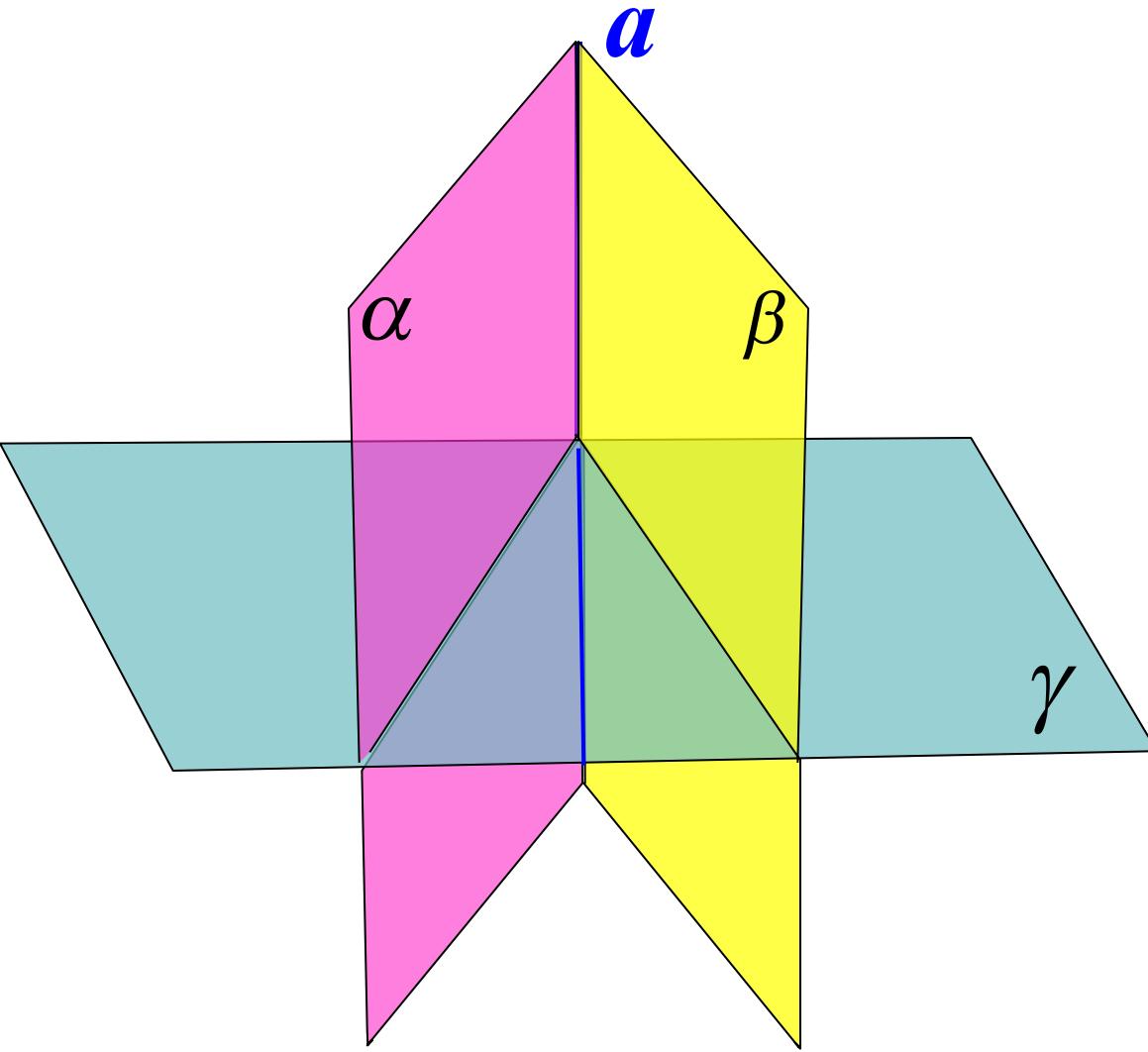
№ 181. Плоскости α и β пересекаются по прямой а. Из точки М проведены перпендикуляры MA и MB соответственно к плоскостям α и β . Прямая а пересекает плоскость АМВ в точке С. Докажите, что $MC \perp a$.



№ 182. Плоскости α и β взаимно перпендикулярны пересекаются по прямой a . Из точки M проведены перпендикуляры MA и MB к этим плоскостям. Прямая a пересекает плоскость AMB в точке C . Докажите, что четырехугольник $ACBM$ – прямоугольник.

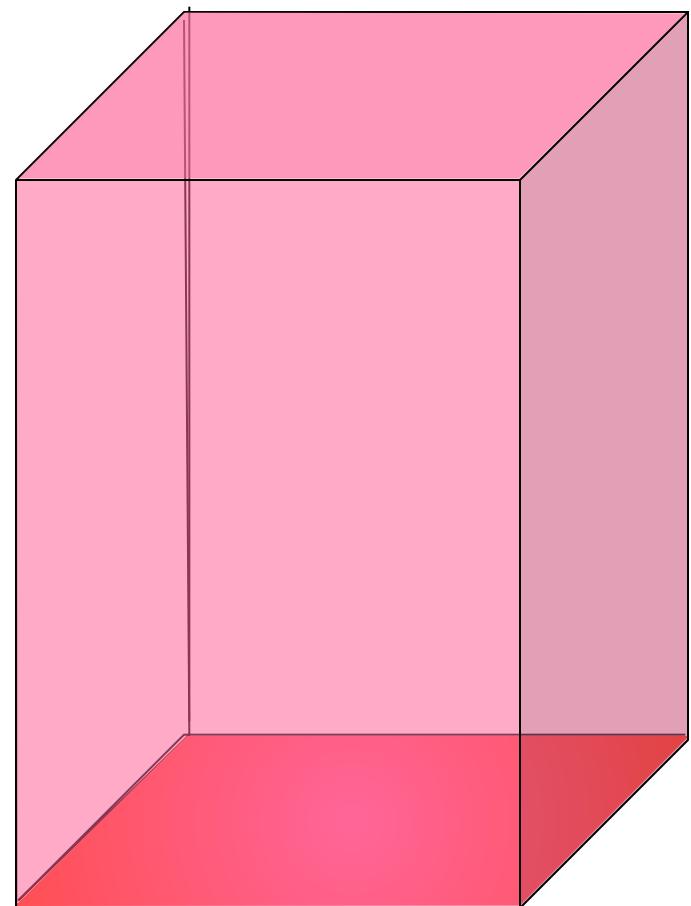
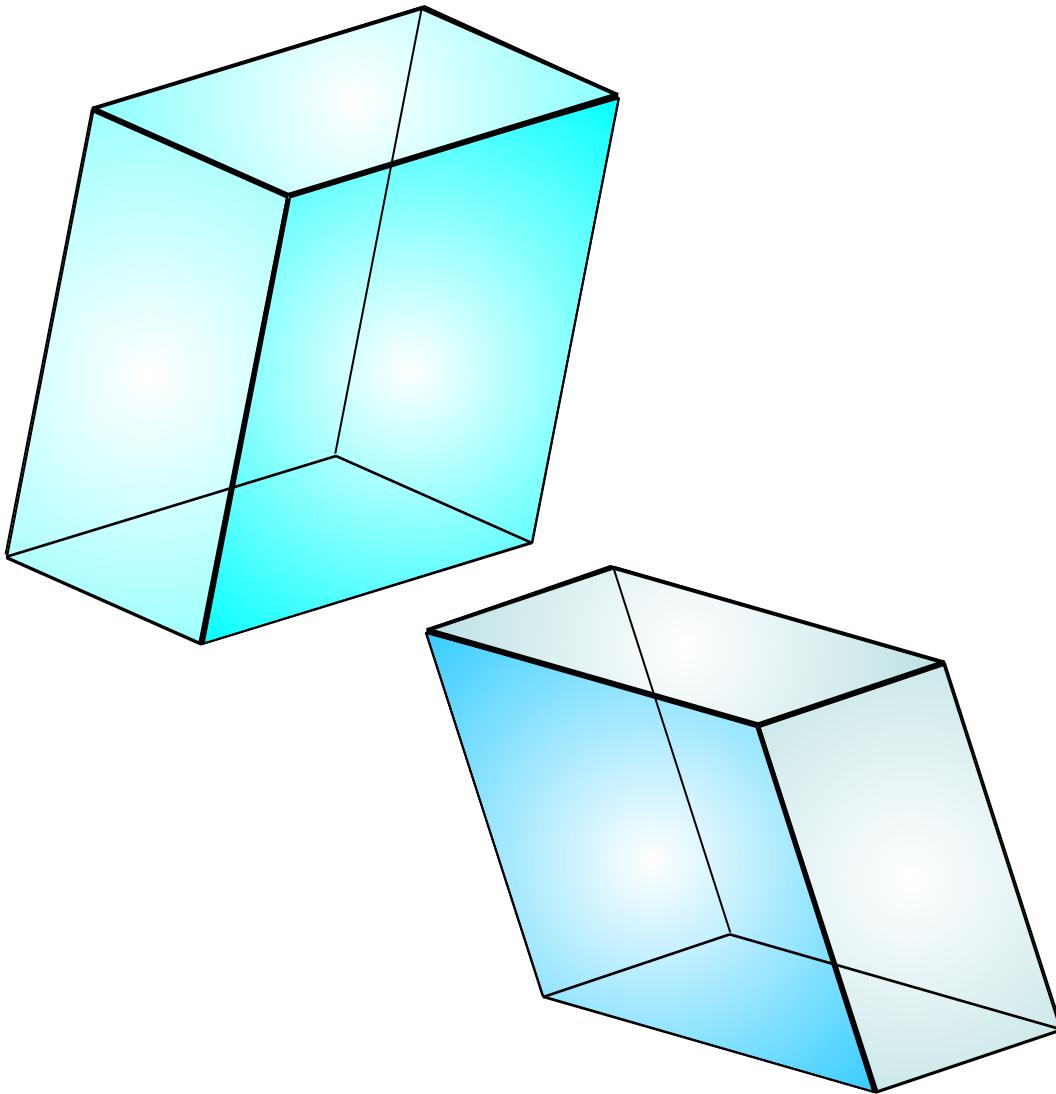


№ 183. Плоскости α и β пересекаются по прямой a и перпендикулярны к плоскости γ . Докажите, что прямая a перпендикулярна к плоскости γ .

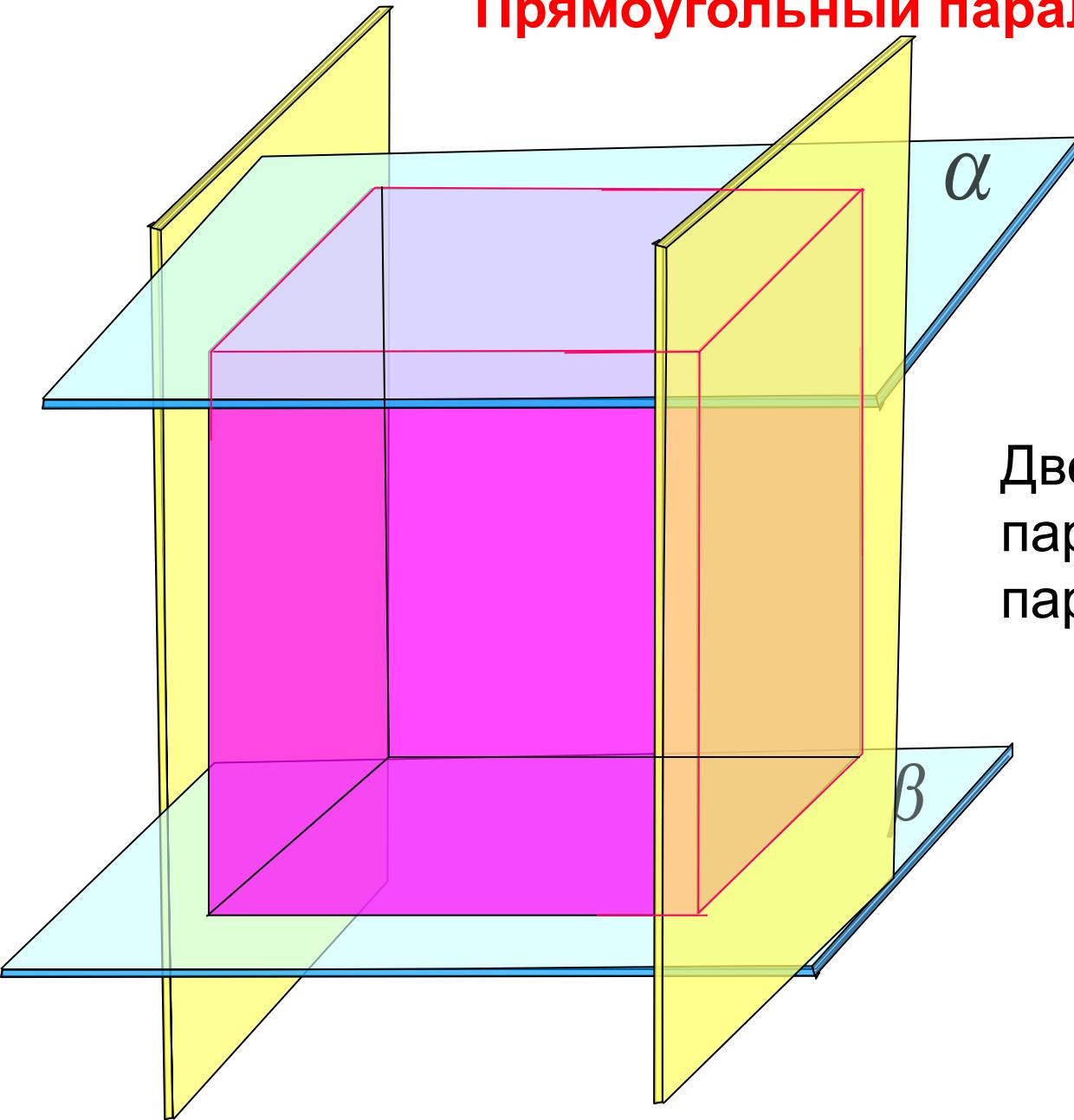


Прямоугольный параллелепипед

Параллелепипед называется **прямоугольным**, если его боковые ребра перпендикулярны к основанию, а основания представляют собой **прямоугольники**.



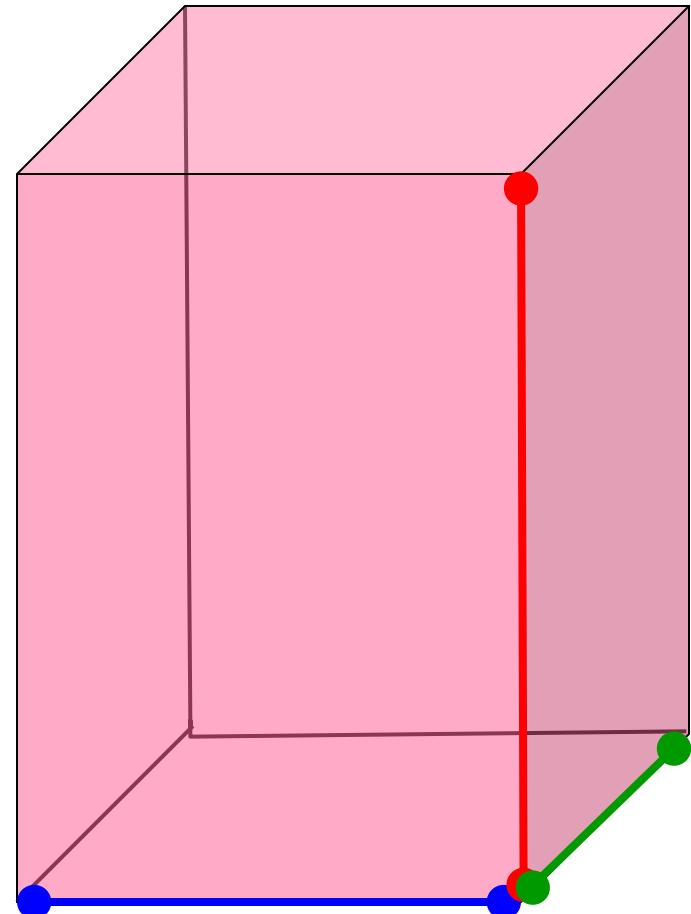
Прямоугольный параллелепипед



Две грани
параллелепипеда
параллельны.

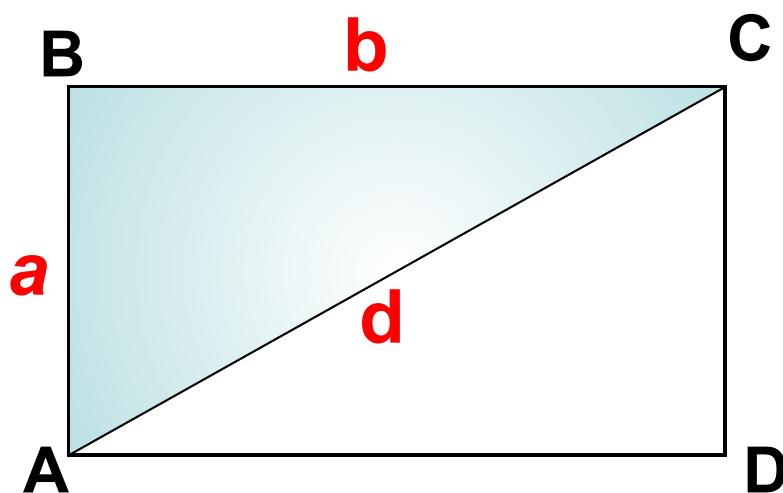
- 1⁰. В прямоугольном параллелепипеде все шесть граней – прямоугольники.**
- 2⁰. Все двугранные углы прямоугольного параллелепипеда – прямые.**

Длины трех ребер, имеющих общую вершину, называются измерениями прямоугольного параллелепипеда.



Планиметрия

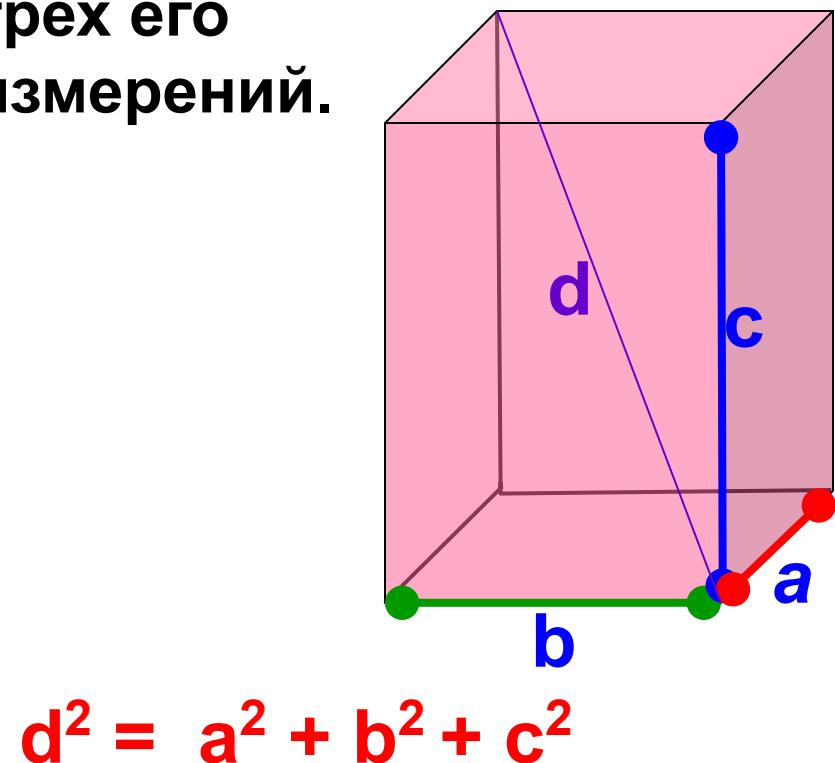
В прямоугольнике квадрат диагонали равен сумме квадратов двух его измерений.



$$d^2 = a^2 + b^2$$

Стереометрия

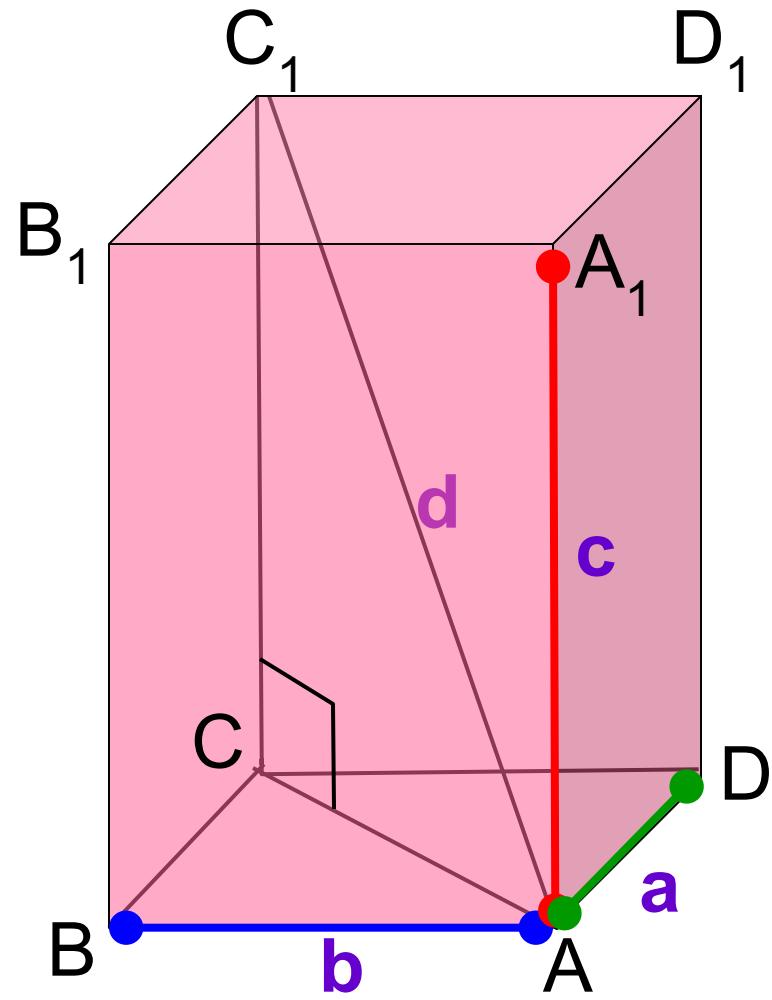
Квадрат диагонали прямоугольного параллелепипеда равен сумме квадратов трех его измерений.



$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$$

Квадрат диагонали прямоугольного параллелепипеда равен сумме квадратов трех его измерений.

$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$$

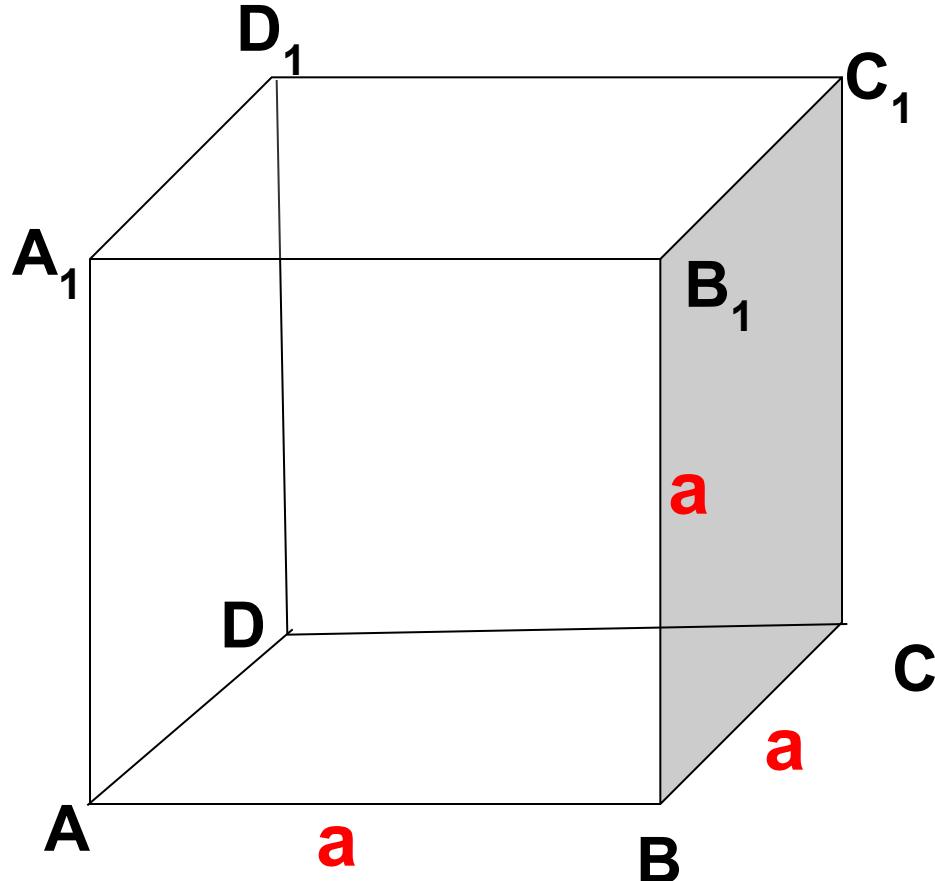


Следствие.

Диагонали прямоугольного параллелепипеда равны.

№ 188. Ребро куба равно \mathbf{a} . Найдите диагональ куба.

$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$$



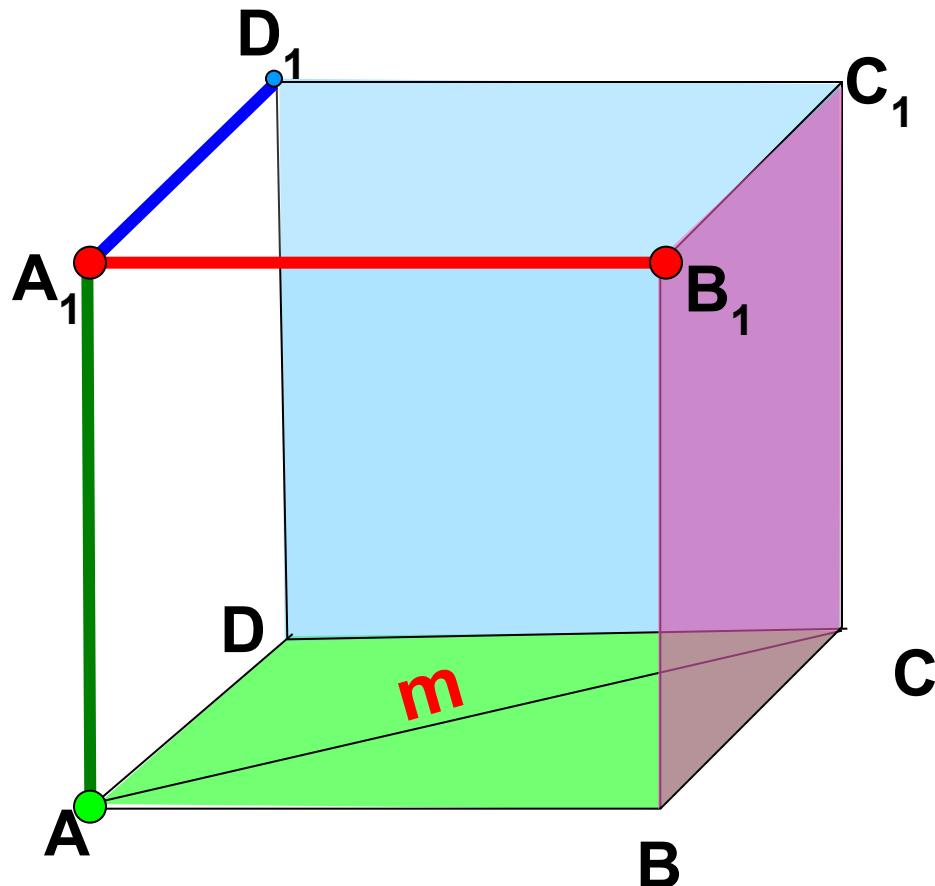
$$d^2 = 3a^2$$

$$d = \sqrt{3a^2}$$

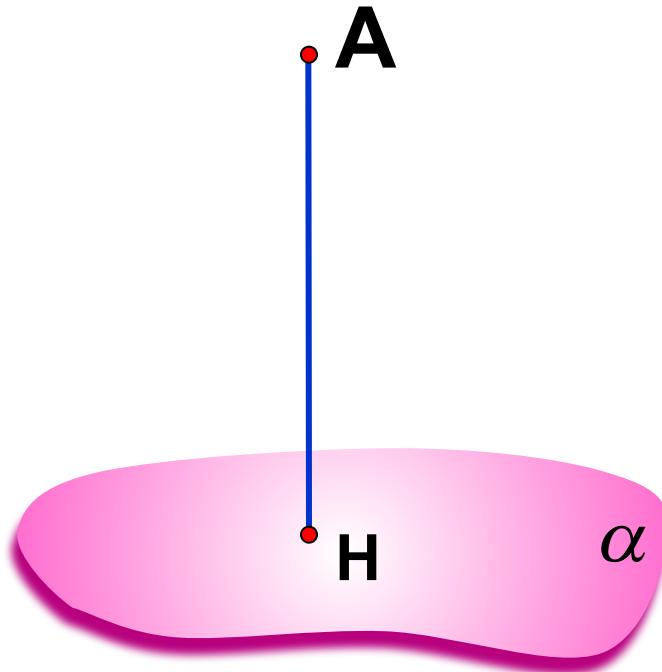
$$d = |a| \sqrt{3}$$

$$d = a\sqrt{3}$$

№ 189. Найдите расстояние от вершины куба до плоскости любой грани, в которой не лежит эта вершина, если:
а) диагональ грани куба равна m .
б) диагональ куба равна d .

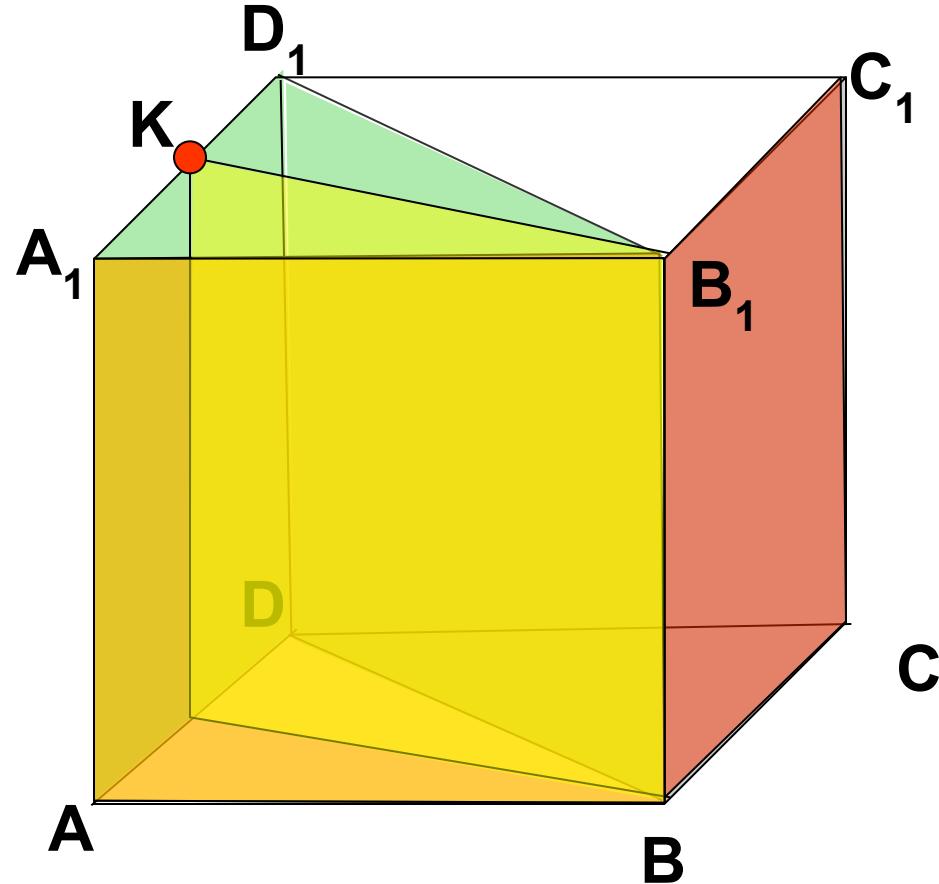


Подсказка

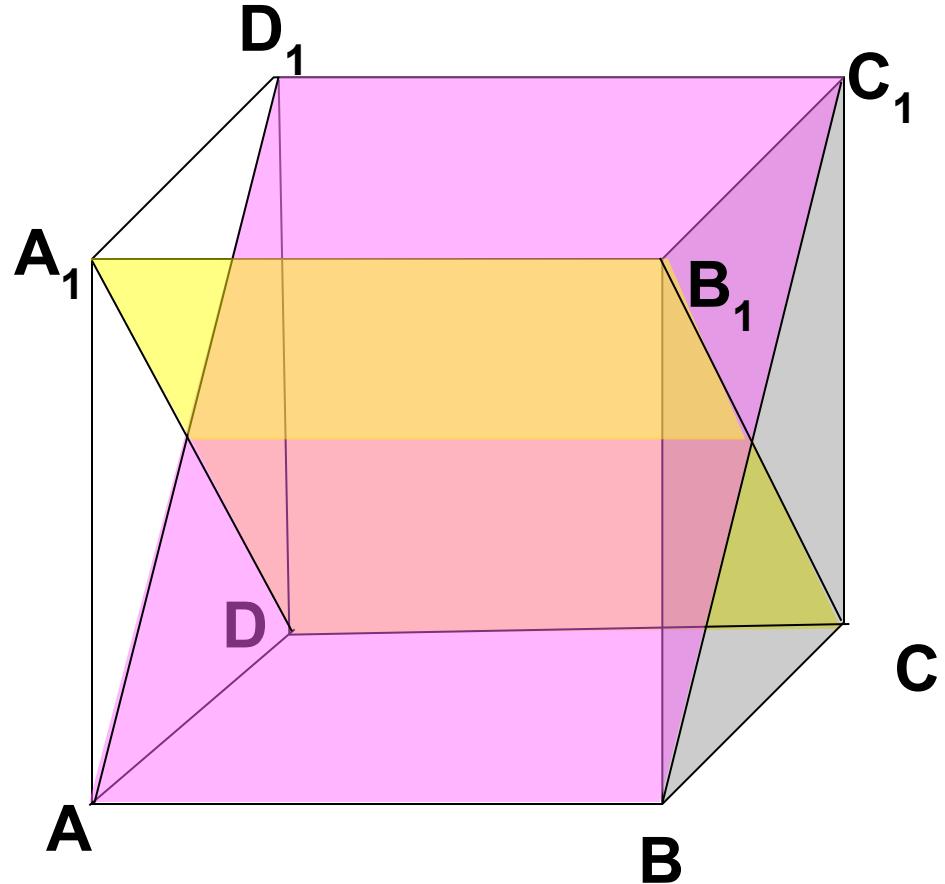


Расстояние от точки
до плоскости – длина
перпендикуляра

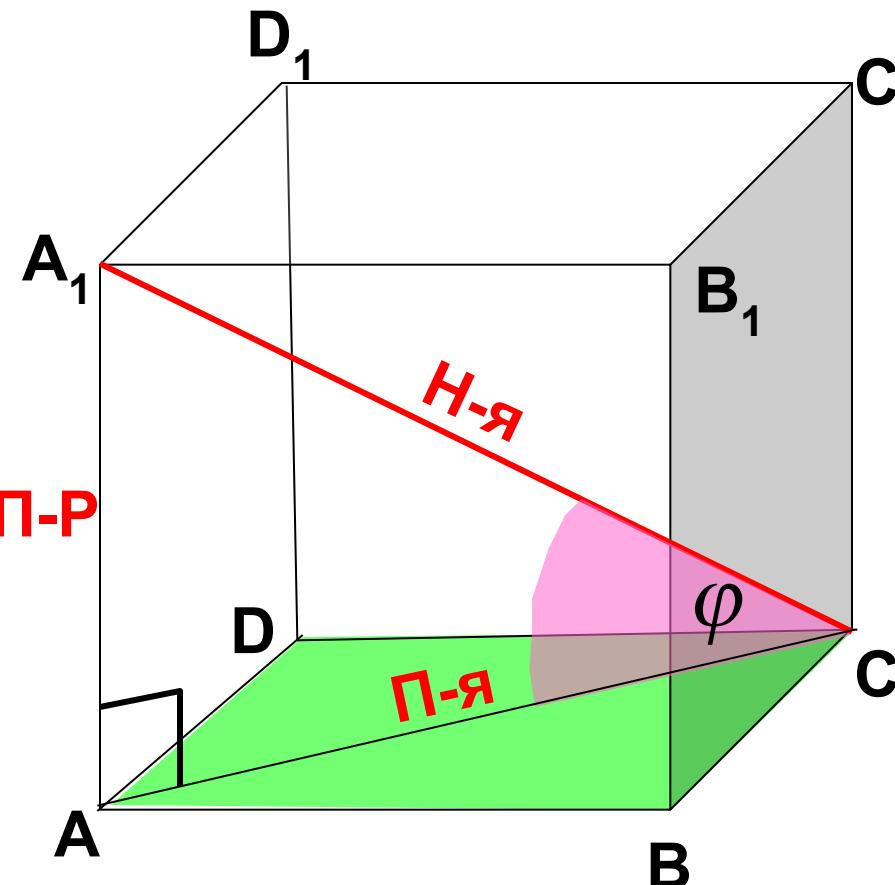
№ 190. Дан куб. Найдите следующие двугранные углы:
а) ABB_1C ; б) ADD_1B ; в) A_1BB_1K , где K – середина
ребра A_1D_1 .



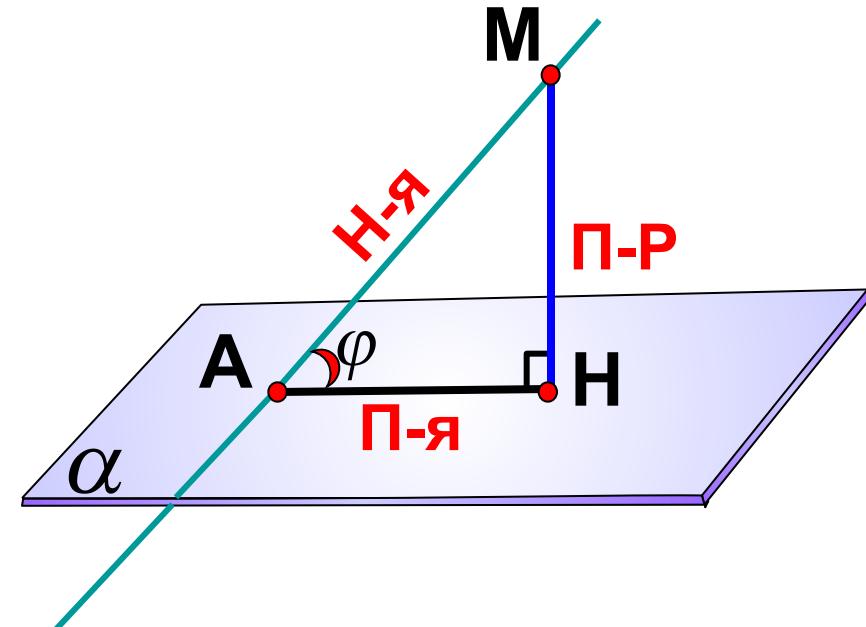
№ 191. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Докажите, что плоскости ABC_1 и A_1B_1D перпендикулярны.



№ 192. Найдите тангенс угла между диагональю куба и плоскостью одной из его граней.

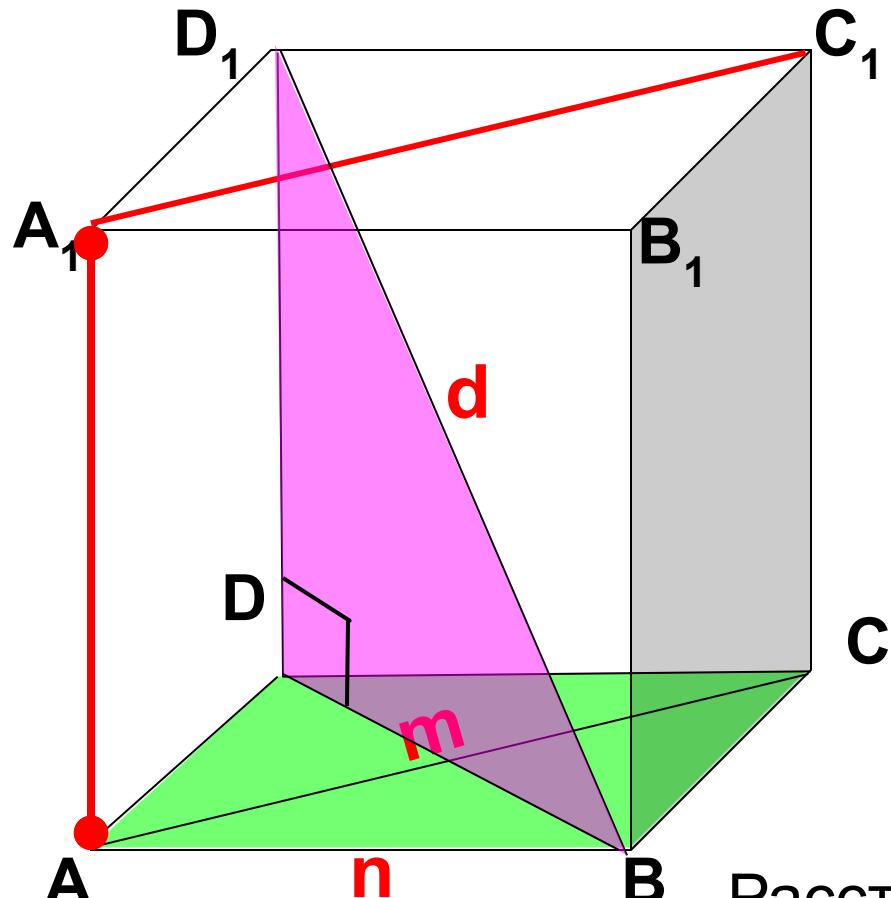


Подсказка

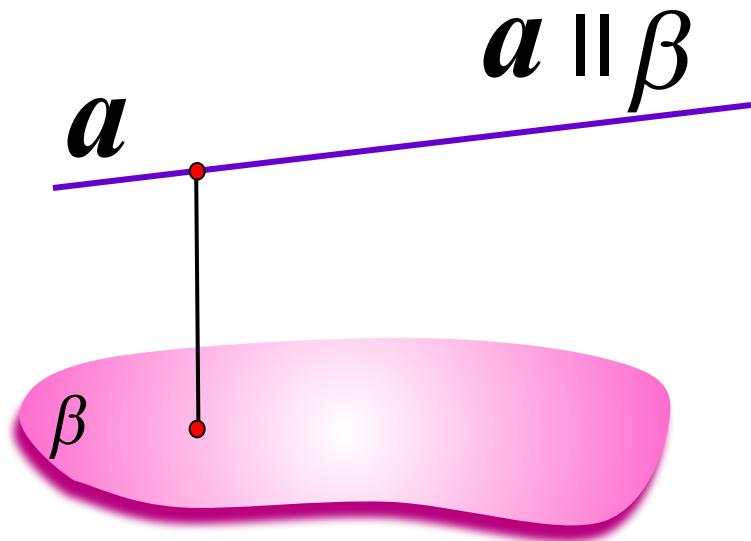


Углом между прямой и плоскостью, пересекающей эту прямую и не перпендикулярной к ней, называется угол между прямой и ее проекцией на плоскость.

№ 193. Дан прямоугольный параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$.
Найдите расстояние между:
а) прямой A_1C_1 и и плоскостью ABC ;



Подсказка

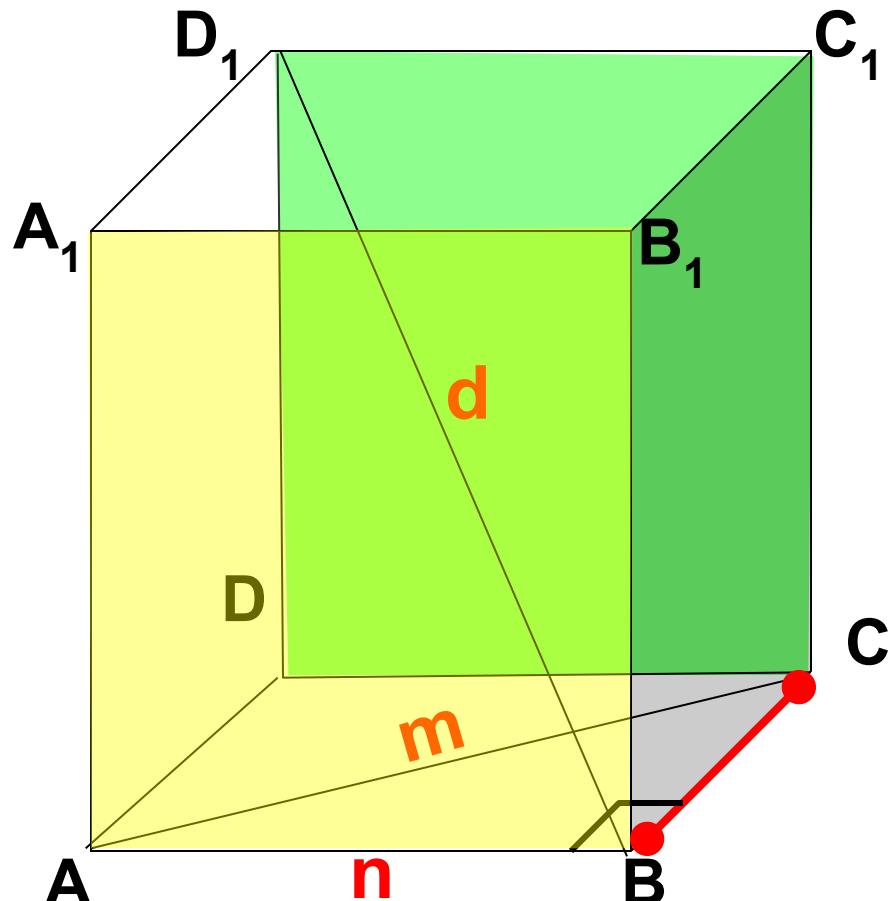


Расстояние от произвольной точки прямой до плоскости называется **расстоянием между прямой и параллельной ей плоскостью**

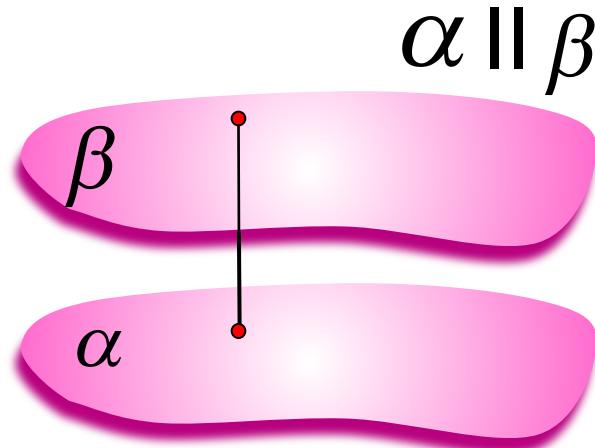
№ 193. Дан прямоугольный параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$

Найдите расстояние между:

б) плоскостями ABB_1 и DCC_1 ;

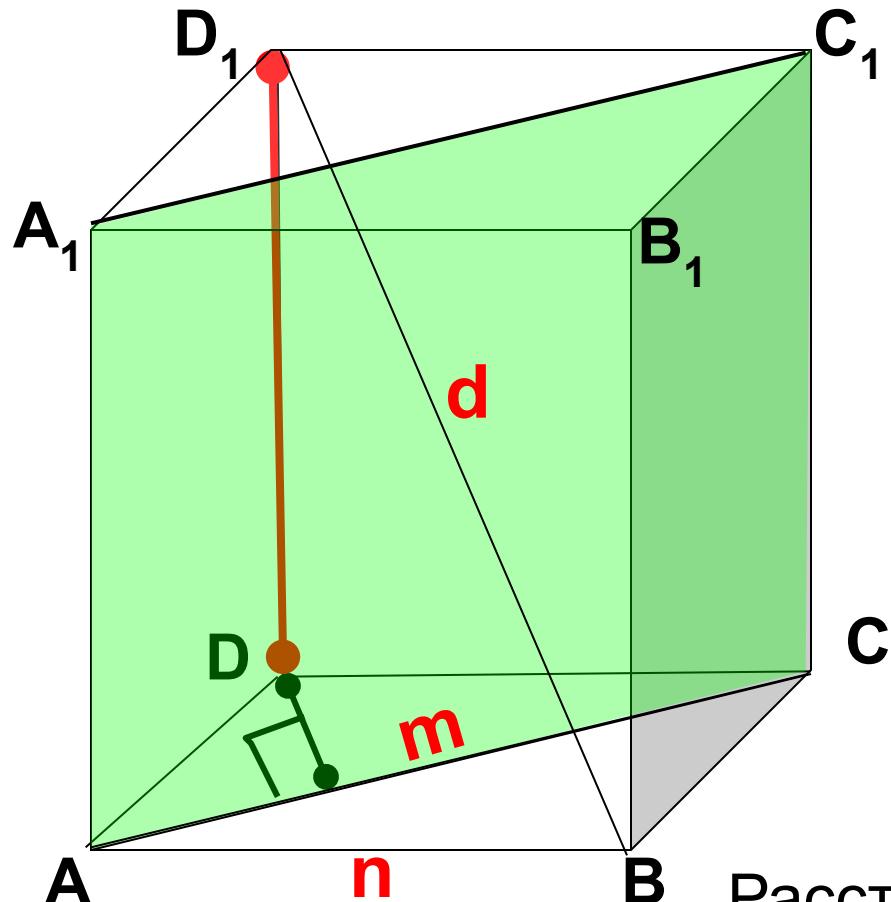


Подсказка

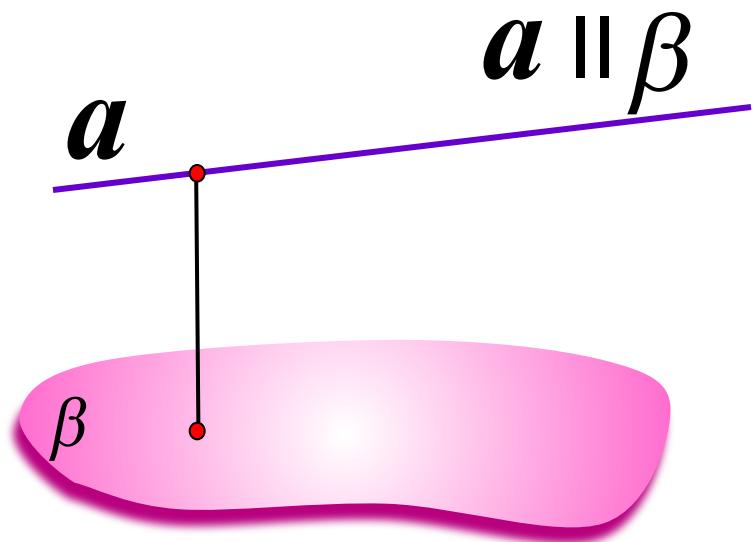


Расстояние от произвольной точки одной из параллельных плоскостей до другой плоскости называется
расстоянием между параллельными плоскостями.

№ 193. Дан прямоугольный параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$.
Найдите расстояние между:
в) прямой DD_1 и плоскостью ACC_1 .



Подсказка

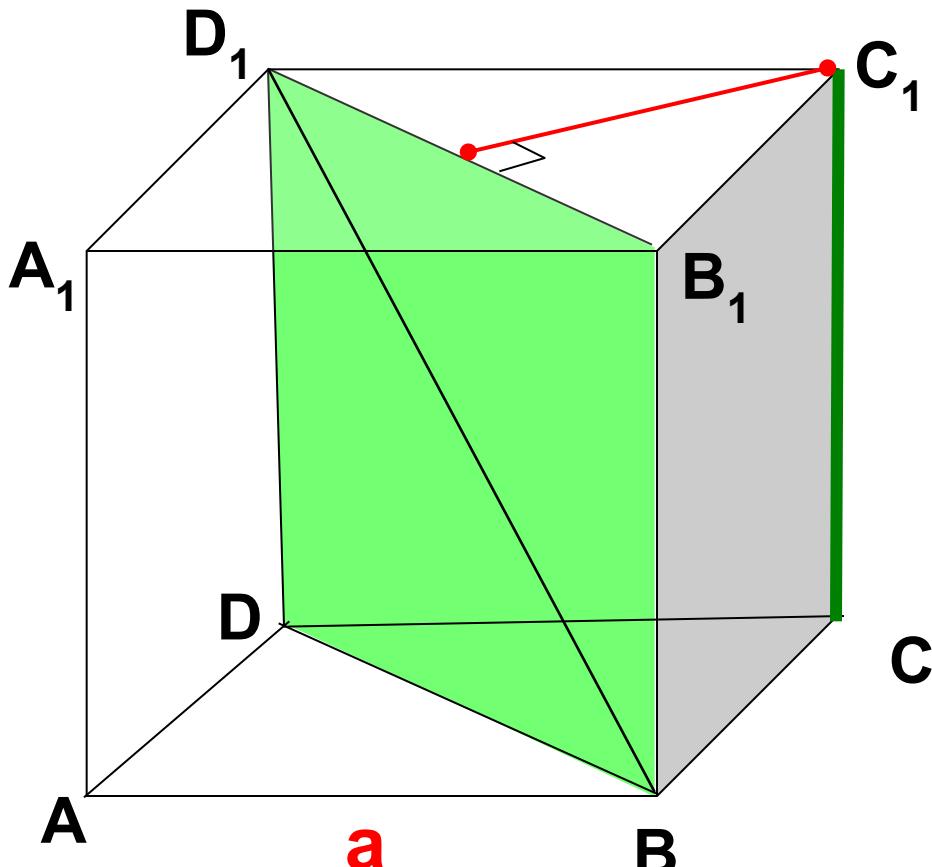


Расстояние от произвольной точки прямой до плоскости называется **расстоянием между прямой и параллельной ей плоскостью**

№ 194. Ребро куба равно \mathbf{a} . Найдите расстояние между скрещивающимися прямыми, содержащими:

а) диагональ куба и ребро куба;

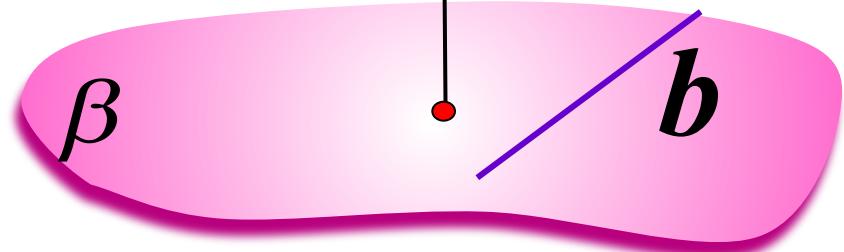
Подсказка



$$a \perp b$$

$$a$$

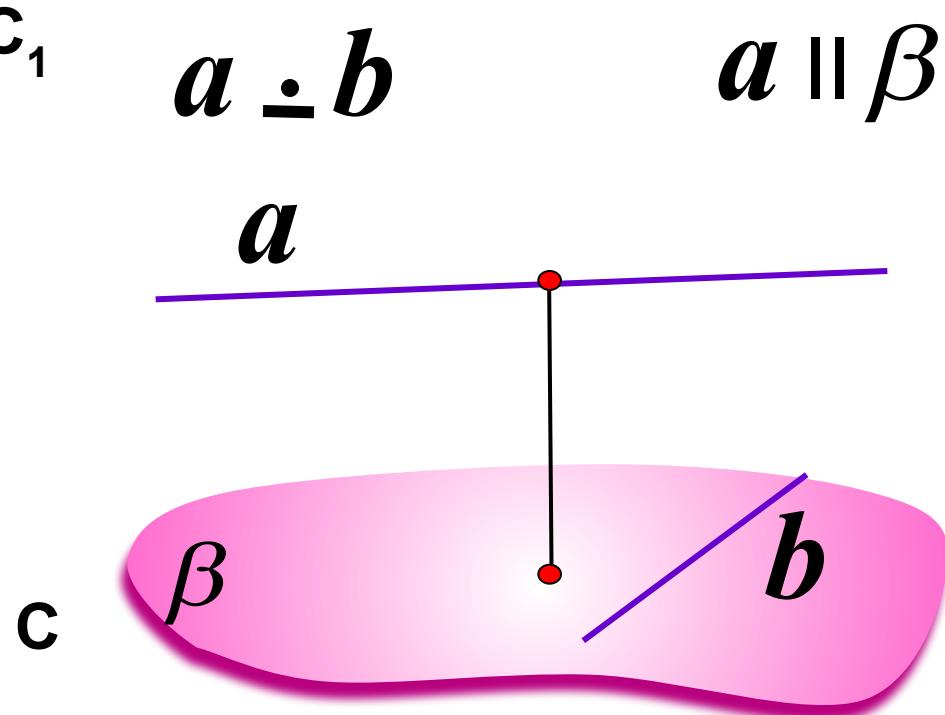
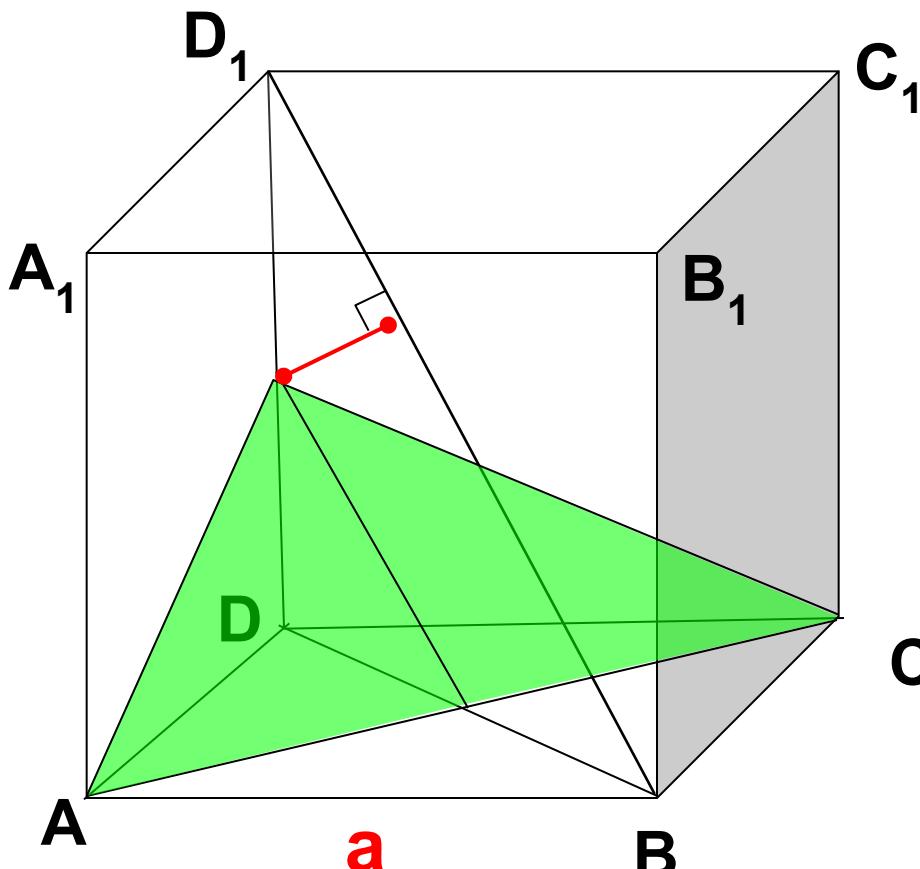
$$a \parallel \beta$$



Расстояние между одной из скрещивающихся прямых и плоскостью, проходящей через другую прямую параллельно первой, называется **расстоянием между скрещивающимися прямыми**.

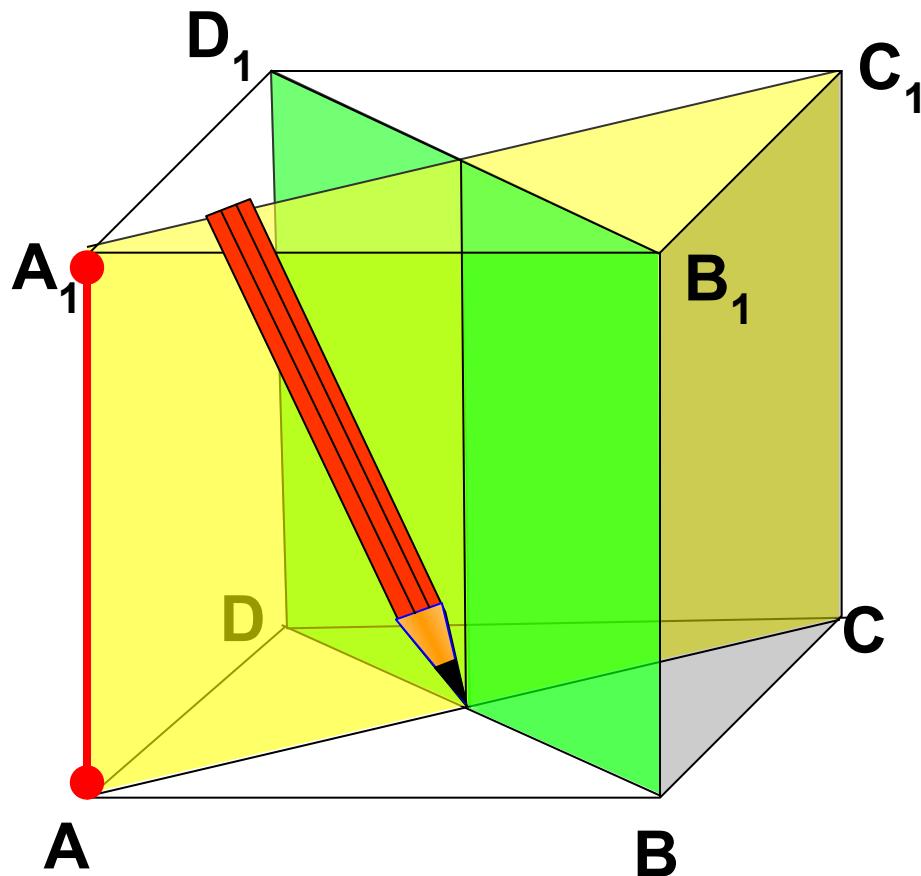
№ 194. Ребро куба равно a . Найдите расстояние между скрещивающимися прямыми, содержащими:
б) диагональ куба и диагональ грани куба.

Подсказка

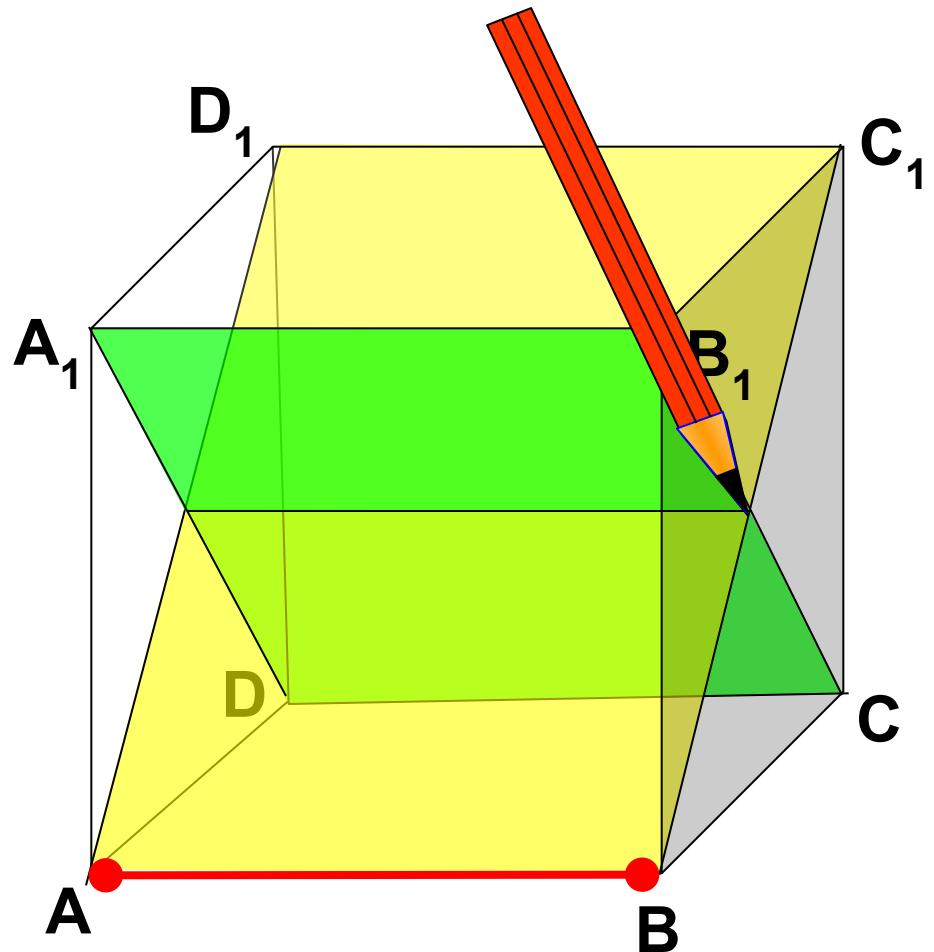


Расстояние между одной из скрещивающихся прямых и плоскостью, проходящей через другую прямую параллельно первой, называется **расстоянием между скрещивающимися прямыми**.

№ 196. Изобразите куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$ и постройте его сечение плоскостью, проходящей через:
а) ребро AA_1 и перпендикулярной к плоскости BB_1D_1 ;

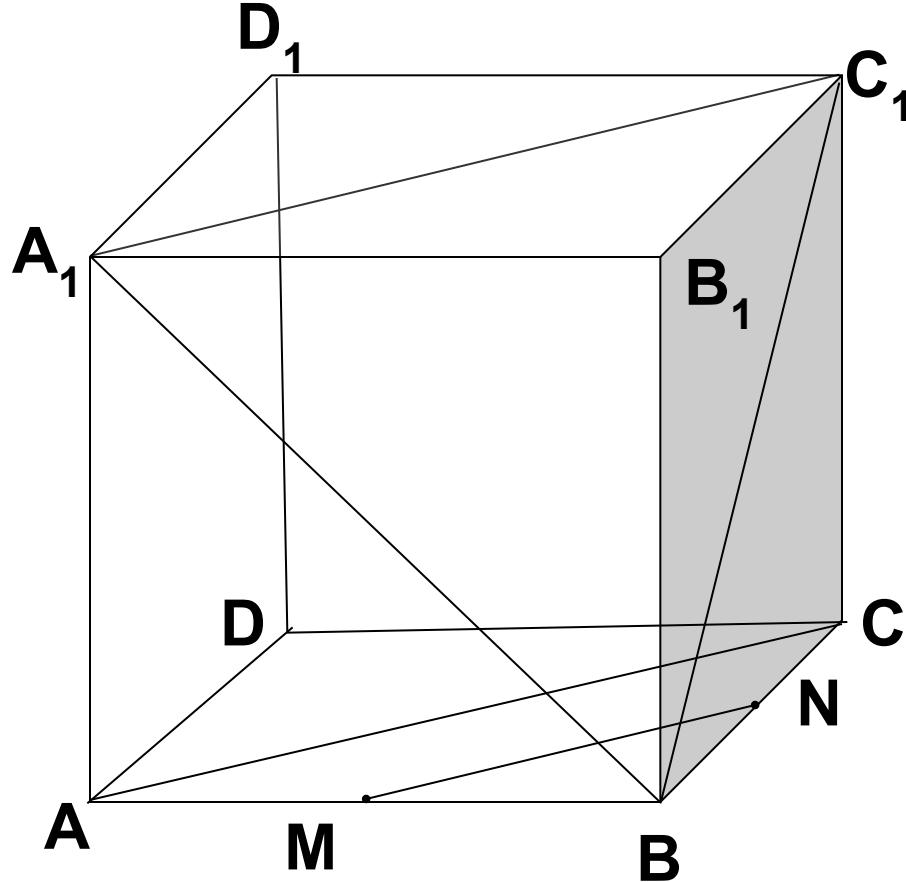


№ 196. Изобразите куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$ и постройте его сечение плоскостью, проходящей через:
б) ребро AB и перпендикулярной к плоскости CDA_1 .



1. Найдите угол A_1BC_1

2. Доказать, что $MN \parallel A_1C_1$, где M и N – середины ребер куба.



Найдите площадь сечения, проходящего
через точки A, B и C₁

