

Различные способы решения задач на смеси, сплавы, растворы

Автор:

Гревцева Елена Владимировна

учитель математики и информатики

МБОУ СОШ № 46 г. Воронежа



Задачи на смеси, сплавы, растворы вызывают у учащихся общеобразовательных классов затруднения. Самостоятельно справиться с ними могут немногие. Задачи данного типа, ранее встречающиеся практически только на вступительных экзаменах в ВУЗы и олимпиадах, сейчас включены в КИМы для подготовки и проведения экзамена по математике за курс основной школы. Эти задачи, имеющие практическое значение, являются также хорошим средством развития мышления учащихся. Поэтому на сегодняшний день тема решений таких задач является актуальной.

- **Цель работы:** помочь учащимся 11 классов успешно сдать выпускной экзамен.

Чтобы лучше понимать условия задач, необходимо знать следующие понятия:

- Все получающиеся сплавы или смеси однородны.
- При решении этих задач считается, что масса смеси нескольких веществ равна сумме масс компонентов.
- Процент - одна сотая любого вещества.
- Процентным содержанием (концентрацией) вещества в смеси называется отношение его массы к общей массе всей смеси. Она показывает долю вещества в растворе.
- Это отношение может быть выражено либо в дробях, либо в процентах.
- Сумма концентраций всех компонент, составляющих смесь, равна единице.

ТИПЫ ЗАДАЧ

- на вычисление концентрации;
- на вычисление количества чистого вещества в смеси (или сплаве);
- на вычисление массы смеси (сплава).

Способы решения задач

- с помощью таблиц;
- с помощью схемы;
- по правилу креста;
- старинным арифметическим способом;
- алгебраическим способом;
- с помощью графика;
- с помощью формулы.



Рассмотрим несколько задач и
решим их различными способами.

Задача 1. Сколько нужно добавить воды в сосуд, содержащий 200 г 70 % -го раствора уксусной кислоты, чтобы получить 8 % раствор уксусной кислоты?

■ **Решение: 1 способ – с помощью таблицы:**

Наименование веществ, смесей	Наименование веществ, смесей	Масса раствора (г)	Масса вещества (г)
Исходный раствор	70 % = 0,7	200	0,7·200
Воды долили	-	x	-
Новый раствор	8 % = 0,08	200 + x	0,08(200 + x)

Так как подливали только воду, масса уксусной кислоты в растворе не изменилась. Составляем уравнение :

$$0,08(200 + x) = 0,7 \cdot 200$$

$$16 + 0,08x = 140$$

$$0,08x = 124$$

$$x = 1550$$

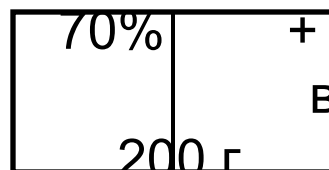
Ответ : 1,55 кг воды.

2 способ - с помощью схемы:

Пусть в сосуд долили x литров воды.

Получаем схему:

Уксусная
кислота



x литров 8%
воды

Уксусная
кислота



$(200 + x)$ г.

$$0,08(200 + x) = 0,7 \cdot 200$$

$$16 + 0,08x = 140$$

$$0,08x = 124$$

$$x = 1550$$

Ответ : 1,55 кг воды.



3 способ - графический:

Рассмотрим прямоугольники с площадями S_1 и S_2 . Прямоугольники равновелики, так как в сосуд доливали только воду, количество соляной кислоты в растворе не изменилось (Масса смеси умноженная на концентрацию равна количеству чистого вещества.) Приравняв площади, равновеликих прямоугольников получаем:

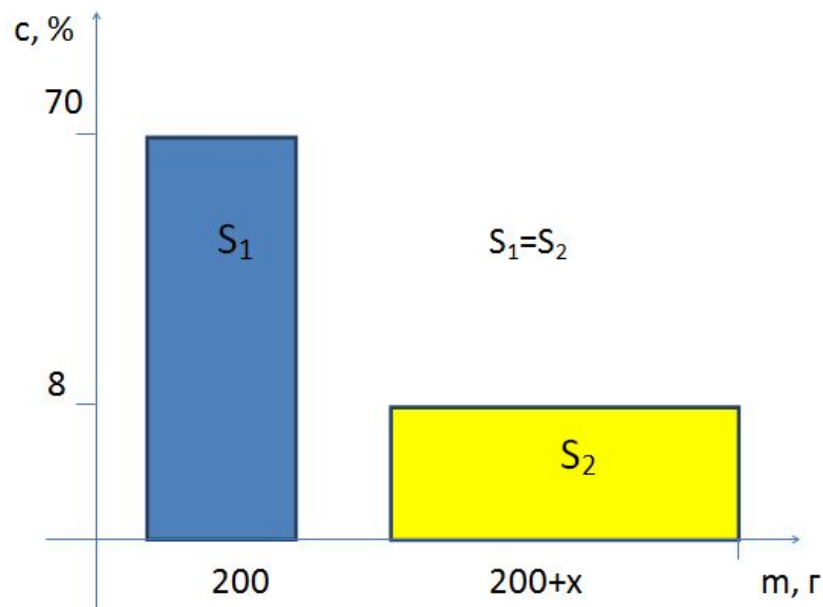
$$8(200+x)=70 \cdot 200,$$

$$1600+8x=14000,$$

$$8x=12400,$$

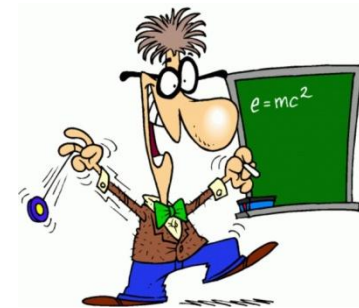
$$x=1550.$$

Ответ: 1,55кг воды



Задача 2: Смешали некоторое количество 15–процентного раствора некоторого вещества с таким же количеством 19–процентного раствора этого вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Решение: 1 способ – с помощью формулы.



Пусть количество каждого из растворов было V .

Тогда количество сухого вещества в первом растворе $0,15V$, а во втором – $0,19V$. После того как растворы смешали их общий объем стал $2V$, а количество сухого вещества в смеси стало $0,15V+0,19V$. Концентрация

раствора равна:

$$c = \frac{V_{в-ва}}{V_{р-ра}} * 100\%$$

Таким образом, концентрация полученного раствора

равна:

$$\frac{0,15V + 0,19V}{2V} = \frac{0,34}{2} = 0,17 = 17\%$$

Ответ: 17.

2 способ - правило креста или прямоугольника

Запишем исходные концентрации в левый столбец таблицы, искомую полученную концентрацию x запишем в центральный столбец. Правый столбец таблицы заполним разностями исходных и полученной концентрации, вычитая из

15		$19-x$
	x	
19		$x-15$

большой концентрации меньшую.

Отношение полученных разностей

равно отношению долей, в которых требуется смешать растворы для получения из растворов исходной концентрации раствора с требуемой концентрацией.

Так как объемы смешиваемых растворов равны, имеем:

$$\frac{19-x}{x-15} = \frac{1}{1} \Leftrightarrow 19-x = x-15 \Leftrightarrow x = 17$$

Ответ: 17% концентрация получившегося раствора.

3 способ - графический:

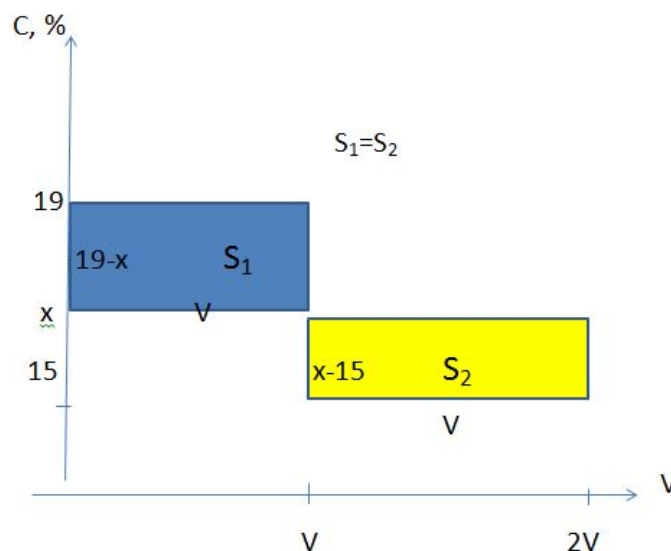
Пусть x – концентрация раствора после смешивания. Разделим получившийся раствор на две равные части. Рассмотрим прямоугольники с площадями S_1 и S_2 . Прямоугольники равновелики, так как концентрация и объем раствора одинаковые. Приравняв, площади прямоугольников получаем:

$$(19-x) \cdot V = (x-15) \cdot V,$$

$$19-x = x-15,$$

$$x = 17.$$

Ответ: 17% концентрация получившегося раствора.



Задача 3: Сначала приготовили 25%-ый водный раствор поваренной соли. Затем одну треть воды выпарили. Найдите концентрацию получившегося раствора.

Решение – с помощью схемы(наиболее простой способ решения этой задачи):

До выпаривания:

соль	вода	вода	вода
25%	25%	25%	25%

После выпаривания:

соль	вода	вода
$33\frac{1}{3}\%$	$33\frac{1}{3}\%$	$33\frac{1}{3}\%$

Сейчас соль стала составлять третью часть всего

раствора, т.е. $100\% : 3 = 33\frac{1}{3}\%$

Ответ: $33\frac{1}{3}\%$

Задача 4: Смешали 30%-й раствор соляной кислоты с 10%-ым раствором и получили 600 г 15%-го раствора. На сколько граммов масса первого раствора меньше массы второго?

Решение: 1 способ – алгебраический.

Обозначим x массу первого раствора, тогда масса второго $(600 - x)$.

Составим уравнение:

$$0,3x + 0,1 * (600 - x) = 600 * 0,15,$$

$$0,3x + 60 - 0,1x = 90,$$

$$0,2x = 30,$$

$$x = 150.$$

$$600 - 150 = 450 \text{ г}; \quad 450 - 150 = 300 \text{ (г.)}$$

Ответ: на 300 г. масса 1 раствора меньше массы 2 раствора



2 способ – графический:

Рассмотрим прямоугольники с площадями S_1 и S_2 .

Прямоугольники равновелики, так как количество соляной кислоты в обоих растворах после смешивания одинаково (Масса смеси умноженная на концентрацию равна количеству чистого вещества.)

Приравняв площади, равновеликих прямоугольников получаем

$$15x = 5(600 - x)$$

$$15x = 3000 - 5x$$

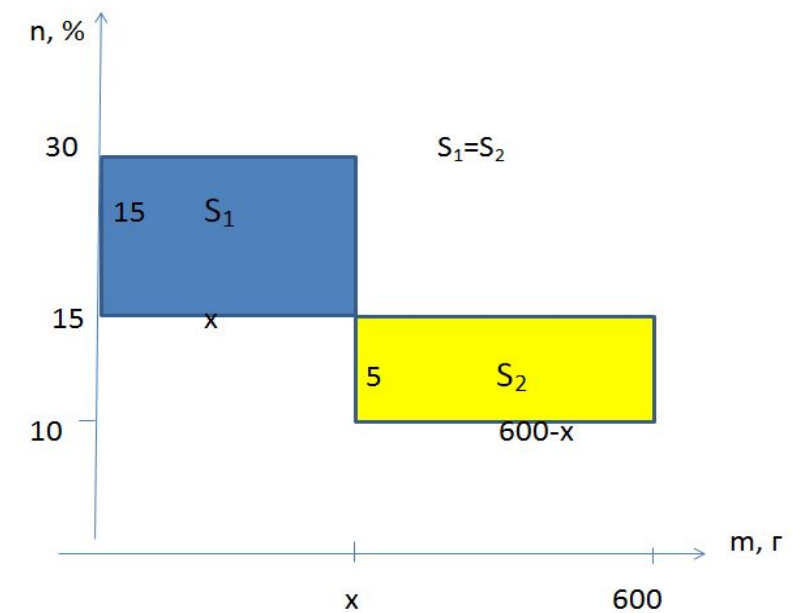
$$15x + 5x = 3000$$

$$20x = 3000$$

$$x = 150$$

$$600 - 150 = 450 \text{ г.}; 450 - 150 = 300 \text{ (г.)}$$

Ответ: на 300 г. масса 1 раствора меньше массы 2 раствора



3 способ – с помощью схемы:

Пусть x – масса 1 раствора. Получим схему:

$$\begin{array}{ccc} \text{1 раствор} & & \text{2 раствор} & & \text{3 раствор} \\ \boxed{\begin{array}{c} 30\% \\ x \end{array}} & + & \boxed{\begin{array}{c} 10\% \\ 600-x \end{array}} & = & \boxed{\begin{array}{c} 15\% \\ 600 \end{array}} \end{array}$$

$$30x + 10(600 - x) = 15 \cdot 600,$$

$$30x + 6000 - 10x = 9000,$$

$$20x = 3000,$$

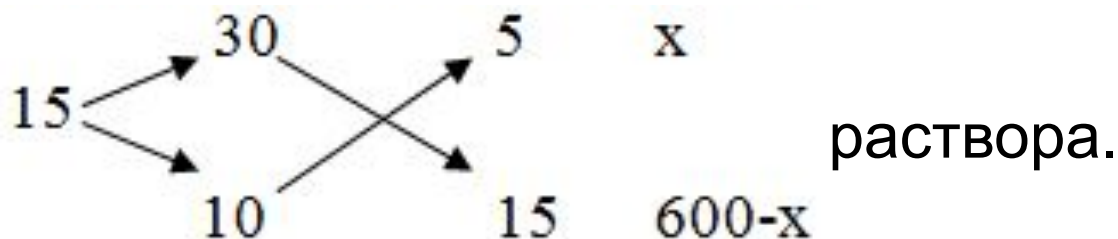
$x = 150$ (грамм) – масса первого раствора

$600 - 150 = 450$ г. – масса второго раствора

$$450 - 150 = 300 \text{ (г.)}$$

Ответ: на 300 г. масса 1 раствора меньше массы 2 раствора

4 способ - старинный арифметический:



Составим и решим пропорцию:

$$\frac{5}{15} = \frac{x}{600-x}$$
$$5(600-x) = 15x,$$
$$3000 - 5x = 15x,$$
$$20x = 3000,$$

$x = 150$ (грамм) - масса первого раствора.

$600 - 150 = 450$ г. - масса второго раствора

$450 - 150 = 300$ (г.)

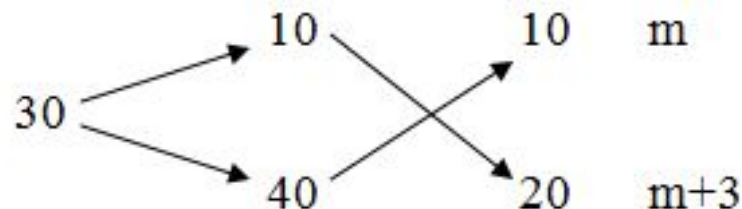
Ответ: на 300 г. масса 1 раствора меньше массы 2 раствора

Задача 5: Первый сплав содержит 10% меди, второй – 40% меди. Масса второго сплава больше массы первого на 3 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 30% меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.

Решение: 1 способ – старинный арифметический:

Пусть масса первого сплава равна m кг, тогда масса второго сплава $m+3$ кг.

Заполним схему:



Отношение полученных масс равно отношению долей, в которых требуется сплавлять исходные сплавы.

Поэтому $\frac{m}{m+3} = \frac{10}{20} \Leftrightarrow 2m = m+3 \Leftrightarrow m = 3$

Тогда масса второго сплава равна 6 кг, а масса третьего сплава равна 9 кг.

Ответ: 9.

2 способ – с помощью схемы:

Пусть m кг масса 1 сплава. Тогда схема для решения такой задачи имеет вид:



Составим и решим уравнение:

$$10m+40(m+3)=30*(2m+3),$$

$$10m+40m+120=60m+90,$$

$$-10m=-30,$$

$$m=3(\text{кг}) - \text{масса 1 сплава.}$$

Тогда масса второго сплава равна 6 кг, а масса третьего сплава равна 9 кг.

Ответ: 9.

Задача 6. Имеется два сплава меди и свинца. Один сплав содержит 15% меди, а другой 65% меди. Сколько нужно взять каждого сплава, чтобы получилось 200г сплава, содержащего 30% меди?

Решение: 1 способ - с помощью схемы.



$$0,15x + 0,65 \cdot (200 - x) = 0,3 \cdot 200,$$

$$0,15x + 130 - 0,65x = 60,$$

$$-0,5x = -70,$$

$$x = 140.$$

Ответ : надо взять 140г. первого сплава и 60г. второго сплава.

2 способ - алгебраический.

Пусть первого сплава было x грамм, а второго y грамм.

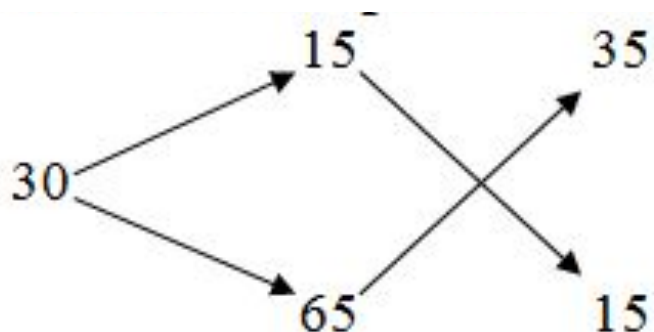
Тогда их масса равна $x+y=200$, а концентрация равна $0,15x+0,65y=0,3*200$. Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} x + y = 200, \\ 0,15x + 0,65y = 0,3 * 200; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 200 - y, \\ 0,15(200 - y) + 0,65y = 60; \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x = 200 - y, \\ 30 - 0,15y + 0,65y = 60; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 200 - y, \\ 0,5y = 30; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 140, \\ y = 60. \end{cases}$$

Ответ : надо взять 140г. первого сплава и 60г. второго сплава.

3 способ – старинный способ решения.



Узнаем сколько грамм сплава приходится на 1 часть:

$$200 : (35 + 15) = 4 \text{ (грамма) } - \text{ в 1 части}$$

$$15 * 4 = 60 \text{ (грамм) } - \text{ 2 сплав}$$

$$35 * 4 = 140 \text{ (грамм) } - \text{ 1 сплав}$$

Ответ : надо взять 140г. первого сплава и 60г. второго сплава

Заключение.

В ходе рассмотрения способов решения задач на смеси, сплавы, растворы мы увидели красоту, сложность и притягательность данных способов.

Выбор способа решения зависит от конкретной задачи и от умения решающего.

«Ныне и всяк лучший воин
Ону науку знать достоин»...

Леонтий Филиппович Магницкий
(1669—1739)



Список литературы:

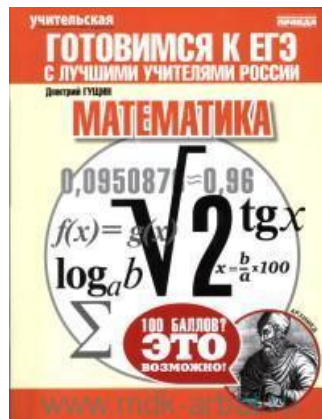
- Дмитрий Гуцин. Математика. ЕГЭ – 2013: экспресс-курс для подготовки к экзамену. Учительская газета. Издательский дом «Комсомо́л Москва. 2013
- Решу ЕГЭ. Образовательный портал для подготовки к экзаменам. <http://reshuege.ru/test?theme=88>
- HYPERLINK <http://festival.1september.ru/>



me=88

ся на reshuege.ru.

№	Условие
13	Задание 13 № 99577. Смешав 30-процентный и 60-процентный растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 36-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 41-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 30-процентного раствора использовали для получения смеси? Аналогичные задания: 109705 109709 500959 109211 109213 109215 109217 109219 109221 109223 ... Показать решение Комментарии (2) <input type="button" value="Обсудить ВКонтакте"/> <input type="button" value="Сообщить об ошибке"/>
№	Условие
14	Задание 13 № 99578. Имеются два сосуда. Первый содержит 30 кг, а второй – 20 кг раствора кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 65% кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 70% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом сосуде? Аналогичные задания: 110205 110209 109711 109713 109715 109717 109719 109721 109723 109725 ... Показать решение



РЕШУ ЕГЭ
Образовательный портал для подготовки к экзаменам
МАТЕМАТИКА профильный уровень

Математика Информатика Русский язык Английский язык Немецкий язык Французский язык Испанский язык
Физика Химия Биология География Обществознание Литература История

0.проект
 Об экзамене
 Каталог задач
 Ученику
 Учителю
 Методисту
 Эксперту
 Школа
 Репетиторы
 Справочник
 Сказать спасибо
 Вопрос — ответ

Каталог заданий. Задачи на проценты, славы и смех

[Пройти тестирование по этим заданиям](#)
[Вернуться к каталогу заданий](#)
[Вероят для печати](#)

№	Условие
1	Задание 13 № 99566. В 2009 году в городском квартале проживало 40 000 человек. В 2010 году, в результате строительства новых домов, число жителей выросло на 8%, а в 2011 году на 9% по сравнению с 2010 годом. Сколько человек стало проживать в квартале в 2011 году? Аналогичные задания: 107387 107391 106893 106895 106897 106899 106901 106903 106905 106907 ... Показать решение <input type="button" value="Обсудить ВКонтакте"/> <input type="button" value="Сообщить об ошибке"/>
№	Условие
2	Задание 13 № 99566. В нескольких акциях компании подорожали на некоторое количество процентов, а во второй по-



Спасибо за
внимание.