СХЕМА БЕРНУЛЛИ (ПОВТОРЕНИЕ ИСПЫТАНИЙ)

ЦЕЛИ УРОКА

образовательные:

- изучить формулу Бернулли;
- научить решать задачи на повторение испытаний;
- научить применять понятия теории вероятностей в реальных ситуациях.

воспитательные:

- развивать развивать у учащихся коммуникативные компетенции (культуру общения, умение работать в группах, элементы ораторского искусства);
- способствовать развитию творческой деятельности учащихся, потребности к самообразованию.

развивающие:

- способствовать развитию общения как метода научного познания, аналитического мышления, смысловой памяти, внимания; умения работать с дополнительной литературой;
- развитию навыков исследовательской деятельности.

ФОРМУЛА БЕРНУЛЛИ

Вероятность того что в **n** независимых испытаниях, в каждом из которых вероятность появления события равна **P ,** событие наступит ровно **К** раз, вычисляется по формуле Бернулли

$$P_n(K) = C_n^{к} \cdot p^{к} \cdot q^{n-к}$$

где **q-** вероятность противоположного события

q=1-p

Задача 1

Какова вероятность того,
что при 10 бросаниях игрального кубика «четверка» выпадет:

а) ровно 3 раза;

б) ровно 2 раза;

в) ровно 6 раз;

г) не выпадет ни разу?

Решение

Число n независимых повторений (бросаний) равно 10.

Число k «успехов» равно 3.

Вероятность p «успеха», т.е.вероятность выпадения «четверки» при одном бросании кубика, равна $\frac{1}{6}$, а вероятность «неудачи» равна $\frac{5}{6}$.

$$P_{10}(3) = C_{10}{}^{3} \cdot (\frac{1}{6})^{3} \cdot (\frac{5}{6})^{10-3} = 0,155$$

$$P_{10}(2) = C_{10}{}^{2} \cdot (\frac{1}{6})^{2} \cdot (\frac{5}{6})^{8}$$

$$P_{10}(6) = C_{10}{}^{6} \cdot (\frac{1}{6})^{6} \cdot (\frac{5}{6})^{4}$$

$$P_{10}(0) = C_{10}{}^{0} \cdot (\frac{1}{6})^{0} \cdot (\frac{5}{6})^{10} = (\frac{5}{6})^{10}$$

Задача 2

Найти вероятность того, что при 9 бросаниях монеты «орел» выпадет ровно 4 раза.

Решение

Событие А выпадение «орла» , р = 0,5; q = 0,5.

Бросания предполагаем независимыми друг от друга.

По формуле Бернулли, в которой

n=9, k = 4, p = 0,5, q = 0,5.

$$P_9(4) = C_9{}^4 \cdot 0{,}5^4 \cdot 0{,}5^{9-4} = \frac{6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9}{2 \cdot 3 \cdot 4} \cdot \frac{1}{2^9} = \frac{2 \cdot 7 \cdot 9}{512} = \frac{63}{256} = 0{,}246$$

Ответ: 0,246.

Задача 3

За один выстрел стрелок поражает мишень с вероятностью 0,1. Найти вероятность того, что при 5 выстрелах он хотя бы раз попадет в мишень.

Решение

Считаем, что все 5 выстрелов производятся независимо друг от друга.

Событие B - попадание в мишень при одном выстреле.

$p = 0,1$; $q = 1-0,1 = 0,9$.

A – событие, заключающееся в том, что при 5 выстрелах будет хотя бы 1 попадание

Тогда $\bar{A}$ – событие, при котором стрелок все 5 раз «промазал».

$$P(\overline{A}) = P_5(0) = C_5^{\,0} \cdot 0,1^0 \cdot 0,9^5 = 0,5905$$

$P(A) = 1- P(\bar{A}) =1-0,5905=0,4095$

Ответ: 0,4095.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ

- 4. Вероятность появления события А равна 0,4. Найти вероятность того, что при 6 испытаниях событие А появится не более 3 раз.
- 5. Монету подбрасывают 5 раз. Найти вероятность того, что она упадет гербом не менее 4 раз.
- 6. В классе 20 мальчиков и 10 девочек. На каждый из 3 вопросов, заданных учителем, ответили по одному ученику. Найти вероятность того, что среди ответивших было 2 мальчика и одна девочка.

НАИВЕРОЯТНЕЙШЕЕ ЧИСЛО НАСТУПЛЕНИЯ СОБЫТИЯ

Число k называется ***наивероятнейшим числом*** наступления события A в n испытаниях, если

$$P_k(n) \geq P_{m_i}(n) при \quad m_i \neq k$$

Если $P \neq 0$ *и* $P \neq 1$ то число k можно определить из неравенства

$$np - q \leq k \leq np + p$$

Число k может принимать или единственное значение или два наивероятнейших значения.

ЗАДАЧА 8

Вероятность попадания стрелком в цель равна 0,7. Сделано 25 выстрелов. Найти наивероятнейшее число попаданий в цель.

Решение

n=25; p=0,7; q=0,3

$$25\cdot 0,7-0,3\le k\le 25\cdot 0,7+0,7$$

$$17,2\le k\le 18,2$$

Т.к. k - целое число,то k=18

Ответ: k=18

ЗАДАЧА 8

В урне 10 белых и 40 черных шаров. Подряд вынимают 14 шаров, причем цвет вынутого шара регистрируют, а затем шар возвращают в урну. Найти наивероятнейшее число появлений белого шара.

Решение

n=14; p=10|50=1|5; q=1-1|5=4|5

$$\frac{14}{5}-\frac{4}{5}\le k\le\frac{14}{5}+\frac{1}{5}$$

$$2\le k\le 3$$

Т.о., задача имеет 2 решения: k=2; k=3

Ответ: k=2; k=3

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ

- 7. В результате многолетних наблюдений установлено, что вероятность выпадения дождя в Москве 1 октября равна 1/7.Найти наивероятнейшее число дождливых дней в Москве 1 октября за 40 лет.
- 8. Имеется 20 ящиков однородных деталей. Вероятность того, что в одном наудачу взятом ящике детали окажутся стандартными, равна 0,75. Найти наивероятнейшее число ящиков, в которых все детали стандартные.
- 9. В урне 100 белых и 80 черных шаров. Из урны извлекают n шаров (с возвратом каждого вынутого шара).Наивероятнейшее число появлений белого шара равно 11. Найти n.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ

- 10. Один рабочий за смену может изготовить 120 изделий, другой – 140 изделий, причем вероятности того, что эти изделия высшего сорта, составляют соответственно 0,94 и 0,8. Определить наивероятнейшее число изделий высшего сорта, изготовленных каждым рабочим.

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

- 1. В каждом из 4 ящиков по 5 белых и по 15 черных шаров. Из каждого ящика вынули по одному шару. Какова вероятность вынуть 2 белых и 2 черных шара?
- 2. Имеется 100 урн с белыми и черными шарами. Вероятность появления белого шара из каждой урны равно 0,6. Найти наивероятнейшее число урн, в которых все шары белые.