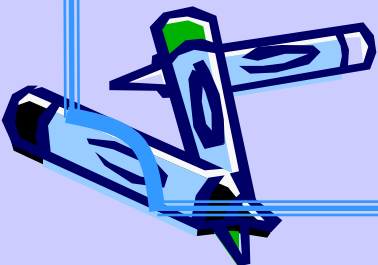
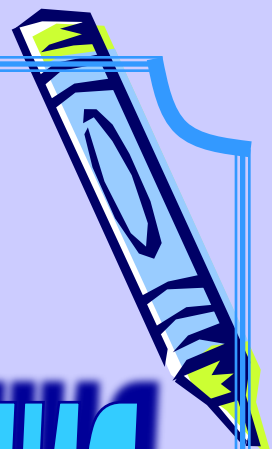
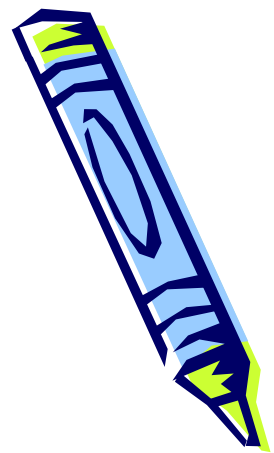


Приближенные вычисления

Составила Ильиной И.А.



ВСПОМНИМ



- Что называется модулем числа?



Определение.

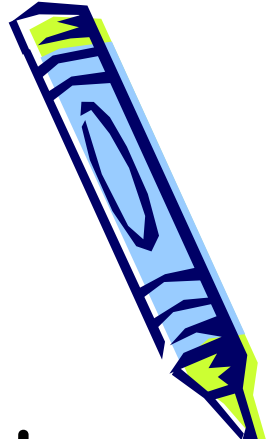
Модулем неотрицательного действительного числа

x называют само это число: $|x| = x$;

модулем отрицательного действительного числа x

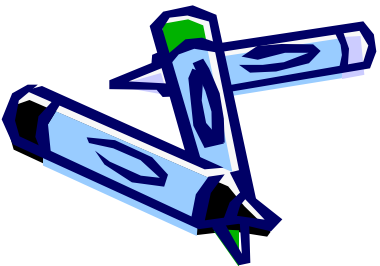
называют противоположное число: $|x| = -x$.

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{если } x \geq 0, \\ -x, & \text{если } x < 0. \end{cases}$$

- 
- Определите, чему равен модуль разности:

1. 5 и 3,7

2. -9,5 и 9;



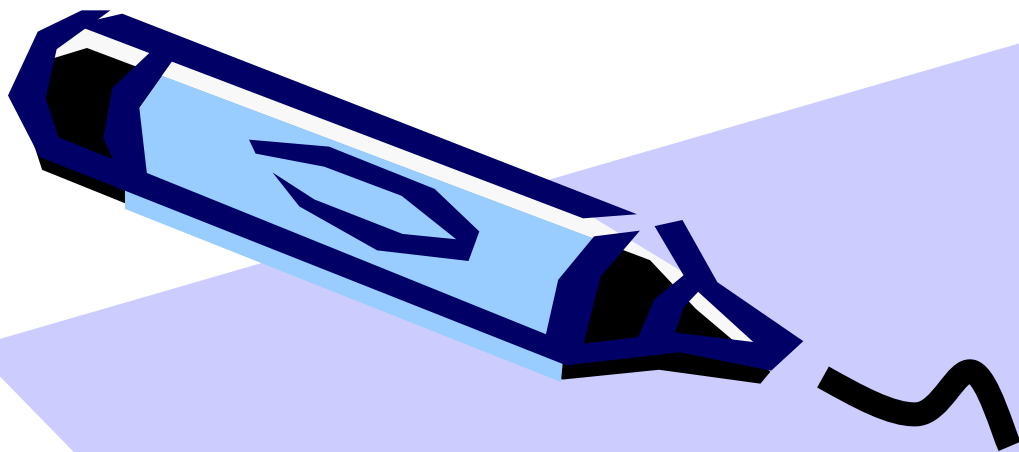


Вспомним правило

округления чисел



- **Правило округления.**
- *При округлении десятичной дроби до какого-нибудь разряда все следующие за этим разрядом цифры заменяют нулями, а если они стоят после запятой, то их отбрасывают. Если первая следующая за этим разрядом цифра больше или равна 5, то последнюю оставшуюся цифру увеличивают на 1. Если же первая оставшаяся за этим разрядом цифра меньше 5, то последнюю оставшуюся цифру не изменяют.*

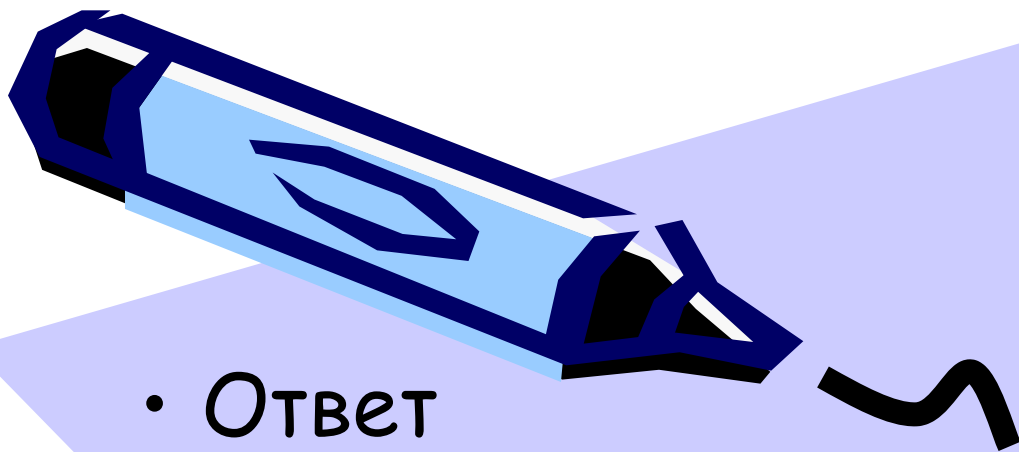


Округлите

• 2,635; - до десятых, сотых.

• 10,781 - до десятых, сотых.

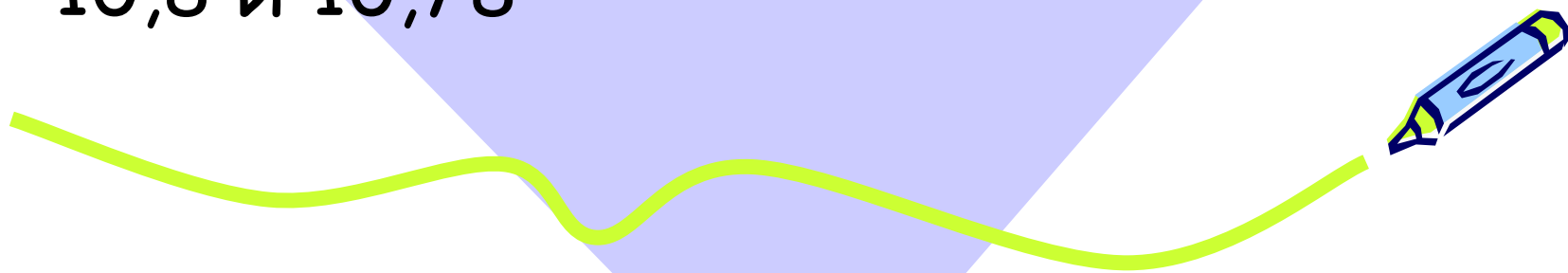


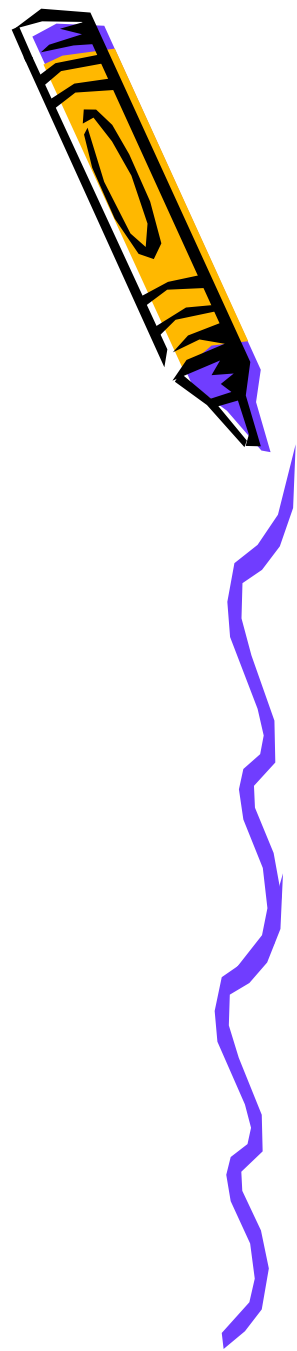


- Ответ

- 2,6 и 2,64

- 10,8 и 10,78



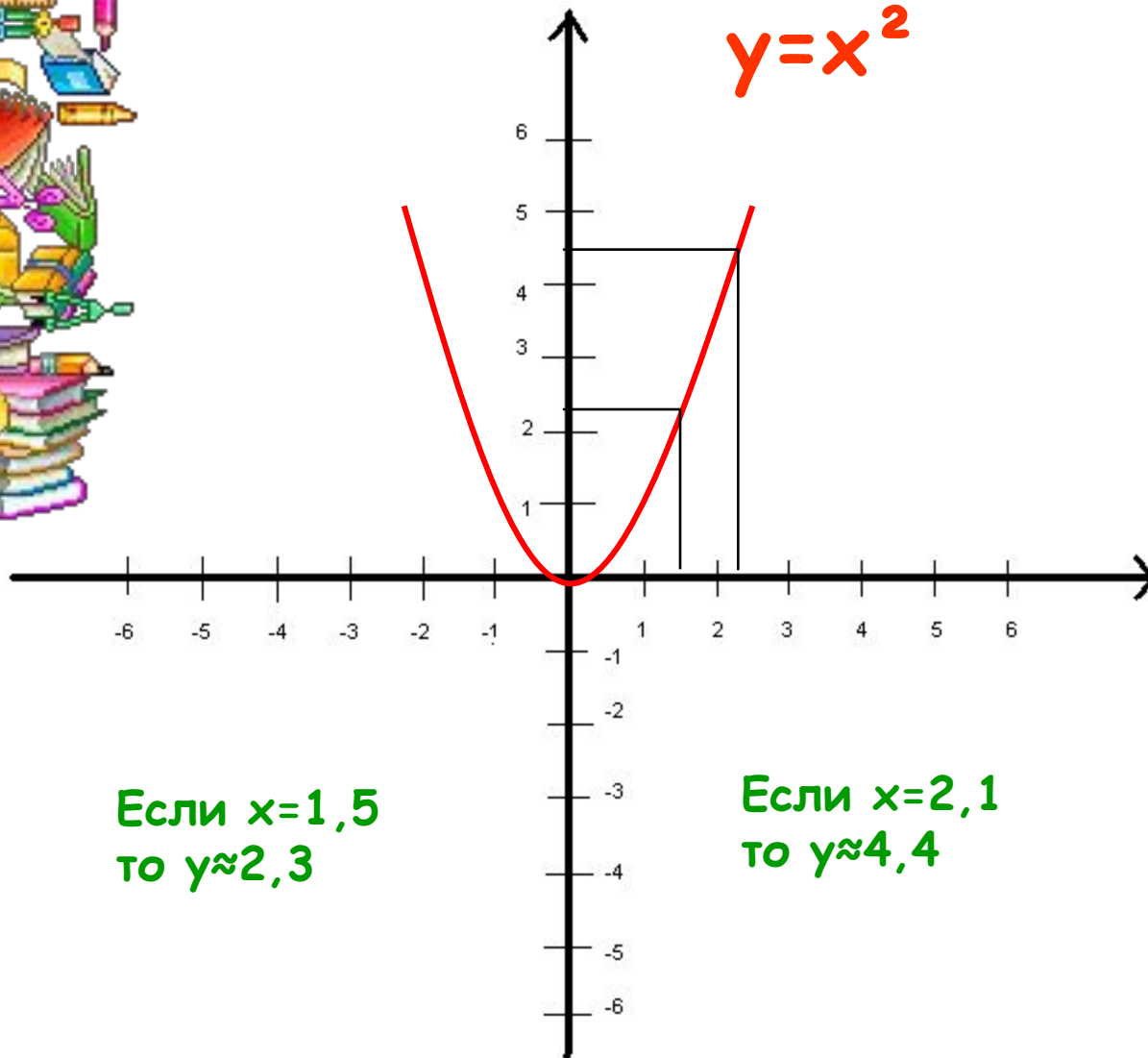


При округлении десятичных дробей до десятых, до сотых, до тысячных и т.д. получают приближенные значения с точностью до 0,1; 0,01; 0,001 и т.д.



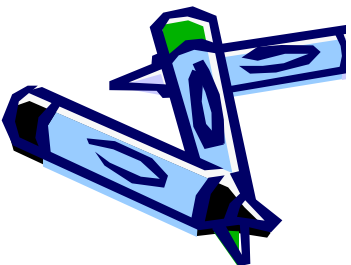
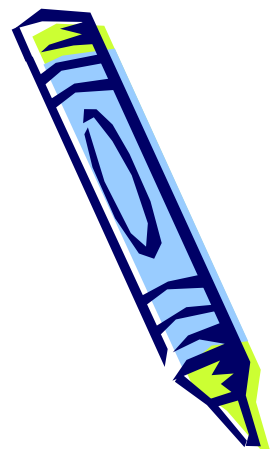


$$y = x^2$$



Если $x=1,5$
то $y \approx 2,3$

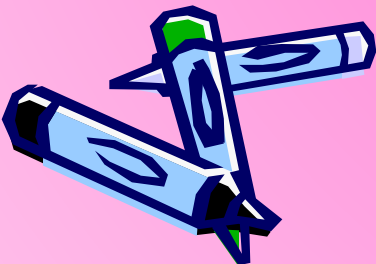
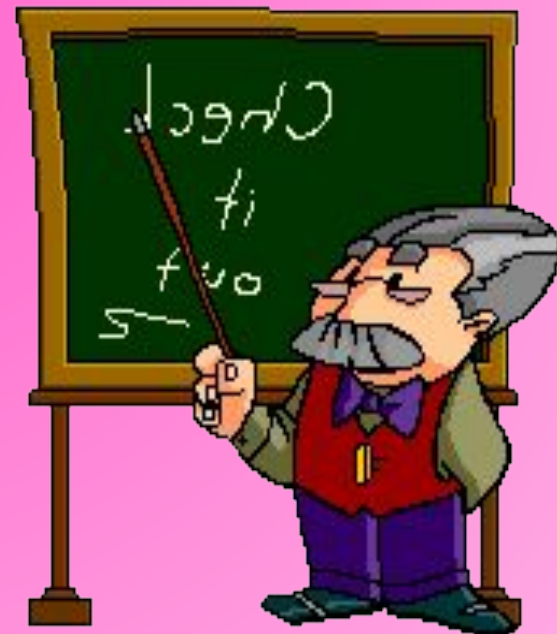
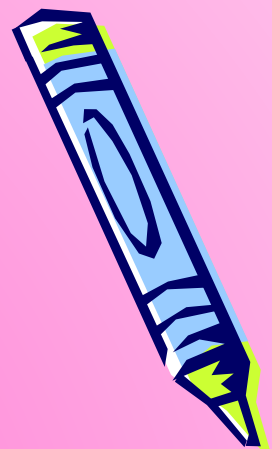
Если $x=2,1$
то $y \approx 4,4$



По формуле $y = x^2$ найдем
точные значения этой
функции:

Если $x = 1,5$ то $y = 1,5^2 = 2,25$

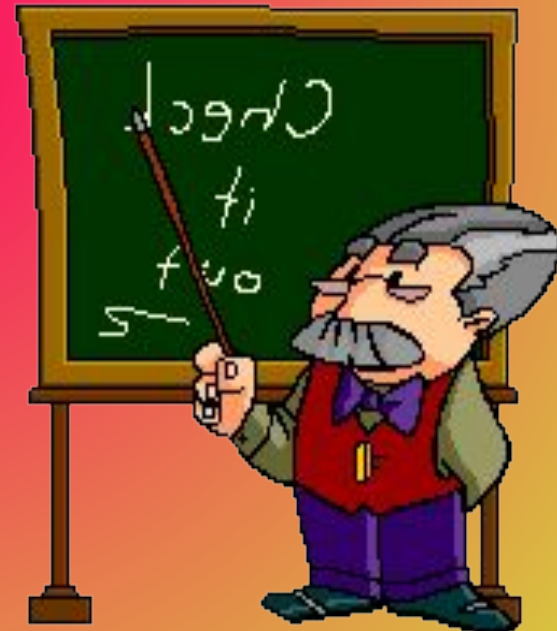
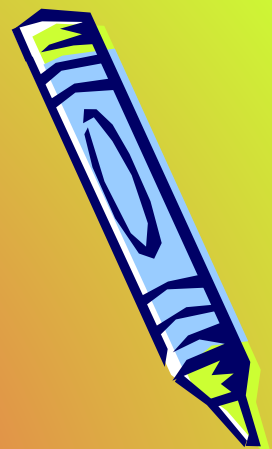
Если $x = 2,1$ то $y = 2,1^2 = 4,41$



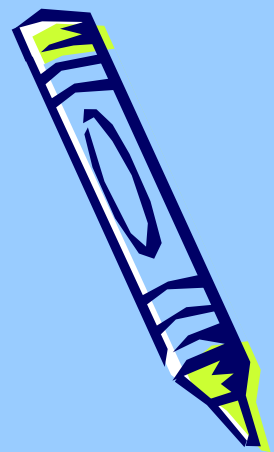
На сколько отличается
приближенное значение от
точного?

- $2,3 - 2,25 = 0,05$

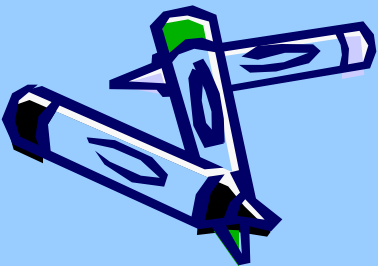
- $4,41 - 4,4 = 0,01$



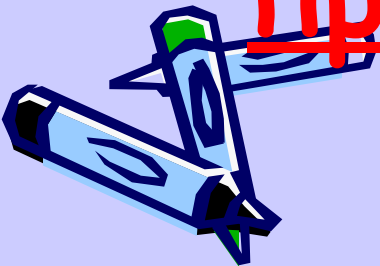
Вывод: Чтобы узнать, на сколько приближенное значение отличается от точного, надо из большего числа, вычесть меньшее.



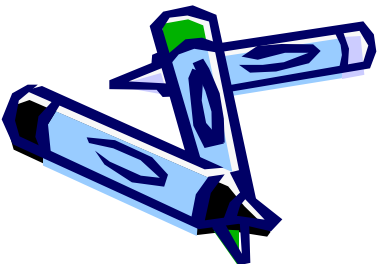
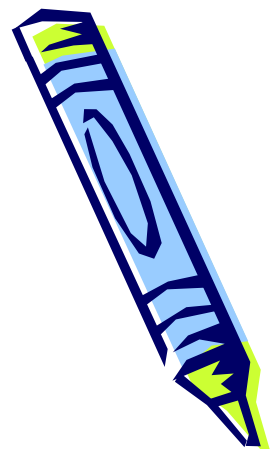
- Надо найти модуль разности точного и приближенного значения. Этот модуль разности называют абсолютной погрешностью.



Абсолютной
погрешностью
приближенного
значения
называется
модуль разности
точного и
приближенного
значений.



• А относительная погрешность оценивает качество измерения и выражается в процентах.

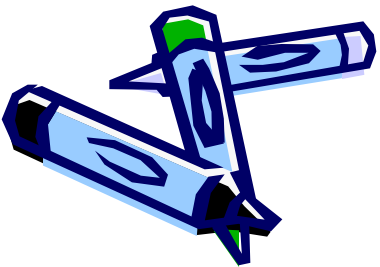
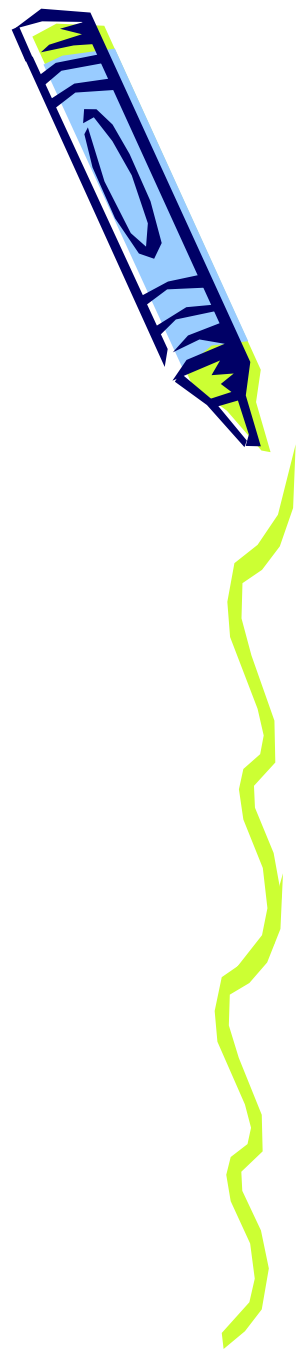




- Если $x \approx a$, где x - точное значение, а a - приближенное,
- то абсолютная погрешность будет равна $|x - a|$,
- а относительная:
 - $|x - a| / |a|$, умноженное на 100%



Рассмотрим примеры на
вычисление погрешностей.



Выполните упражнение:

По графику - приближенное значение $y=x^3$

При $x=1,2$

$y \approx 1,6$

При $x=1,5$

$y \approx 3,4$

По формуле - точное значение

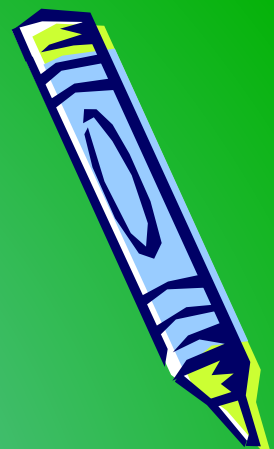
При $x=1,2$ $y=1,2^3=1,728$

При $x=1,5$ $y=1,5^3=3,375$

Чему равна абсолютная погрешность?

$$|1,728 - 1,6| = |0,128| = 0,128$$

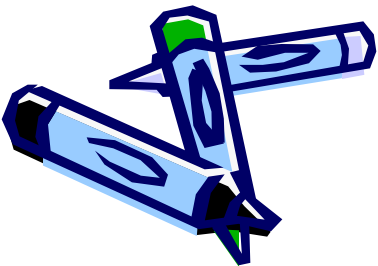
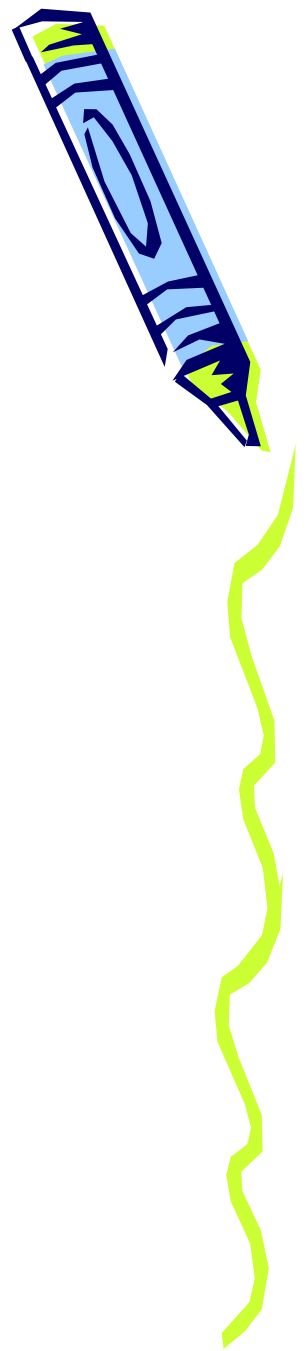
$$|3,375 - 3,4| = |0,025| = 0,025$$



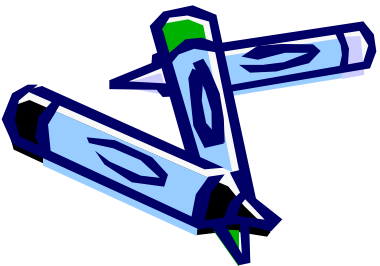
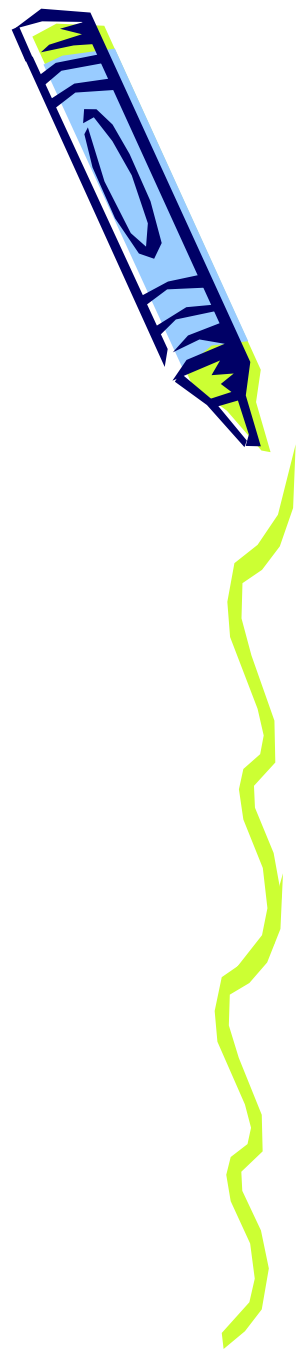
Вычислим относительную
погрешность этих
приближений:

$$0,128 : |1,6| = 0,128 : 1,6 = \\ 0,08 = 8\%$$

$$0,025 : |3,4| = 0,025 : 3,4 = \\ 0,007 = 0,7\%$$

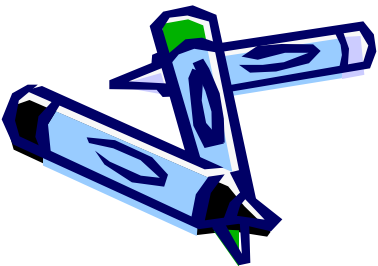


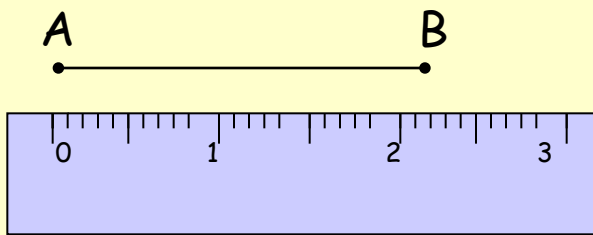
**От чего зависит
точность
приближенного
значения?**





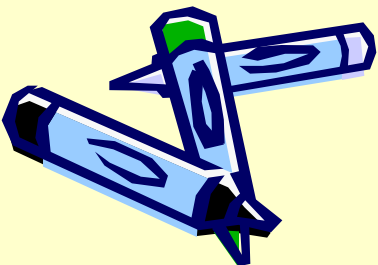
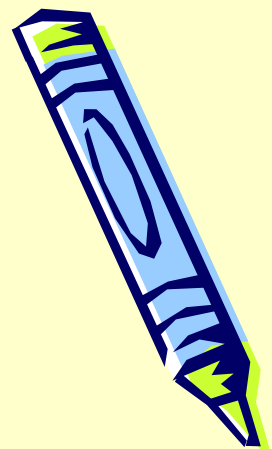
- Она зависит от многих причин. Если приближенное значение получено при измерении, то его точность зависит от прибора, с помощью которого выполнялось измерение. Никакое измерение не может быть выполнено совершенно точно. Даже сами меры заключают в себе погрешность. Изготовить совершенно точные метровые линейки, килограммовую гирю, литровую кружку чрезвычайно трудно и закон допускает при изготовлении некоторую погрешность.





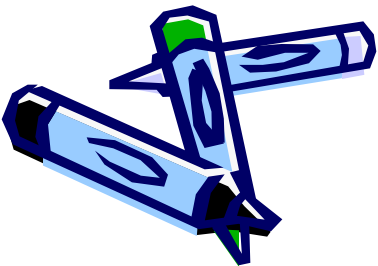
Цена деления линейки 0,1 см

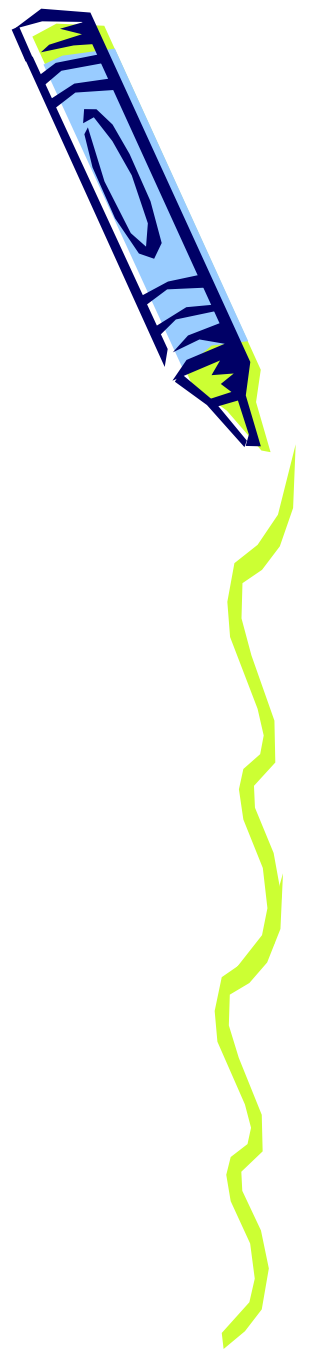
$$\lfloor AB - 4,3 \rfloor_{\geq 0,1}$$



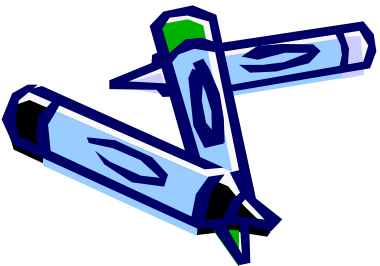


- Например, при изготовлении метровой линейки допускается погрешность 1мм. Само измерение тоже вводит неточность, погрешность в гирих, весах. Например на линейке, которой мы пользуемся, нанесены деления через 1мм, т.е. 0,1см, значит точность измерения этой линейкой до 0,1 ($\leq 0,1$). На медицинском термометре деления через 0,10 , значит точность до 0,1 ($\leq 0,1$). На весах деления нанесены через 200г, значит точность до 200 (≤ 200).
- Округляя десятичную дробь до десятых точность будет до 0,1 ($\leq 0,1$); до сотых - точность до 0,01 ($\leq 0,01$).
- Точнейшие в мире измерения производятся в лабораториях Института мер.





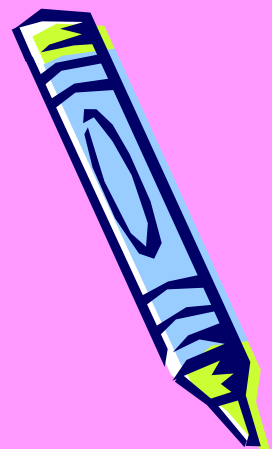
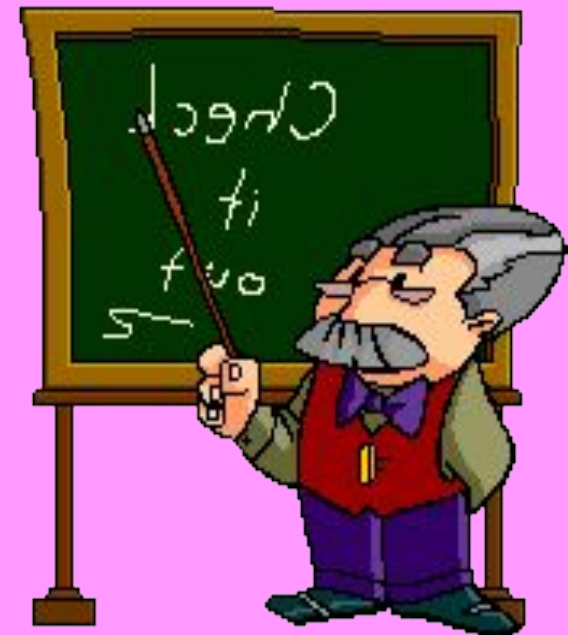
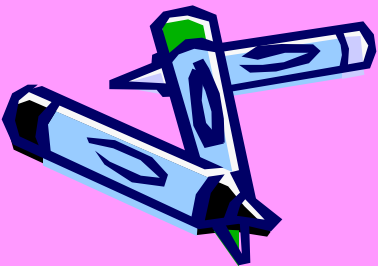
- *Всегда ли можно найти абсолютную и относительную погрешности?*

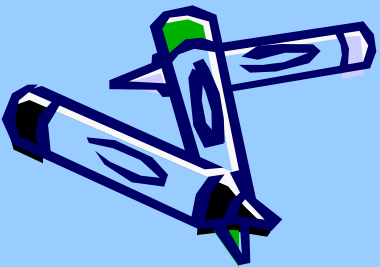
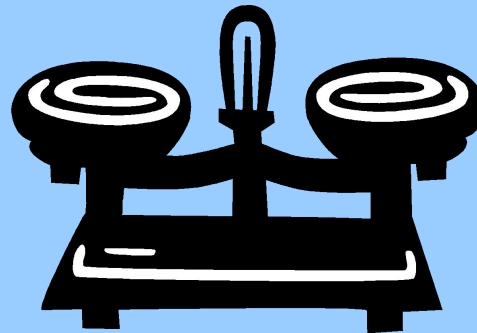
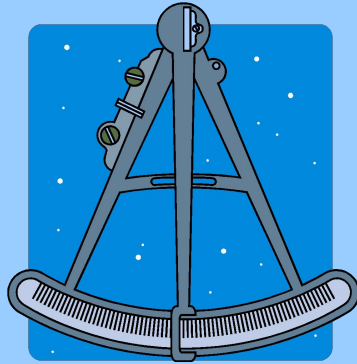
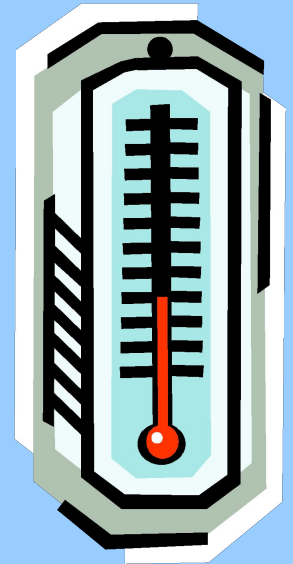
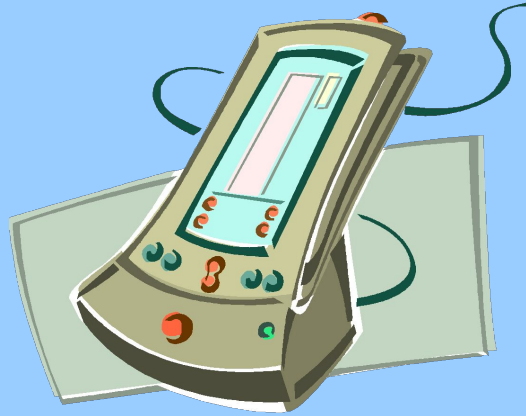
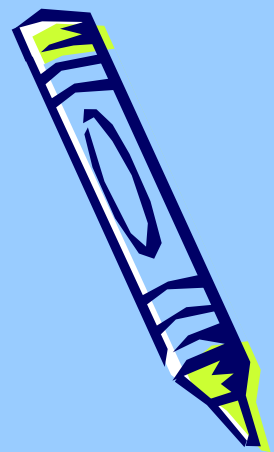
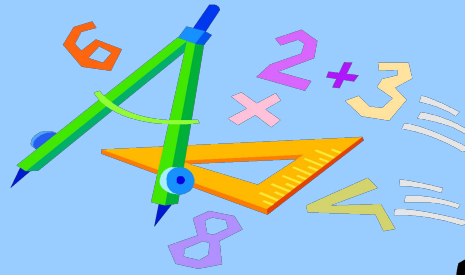
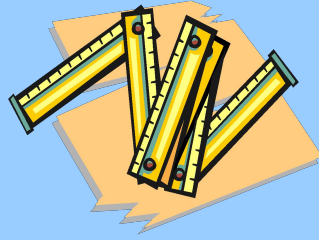




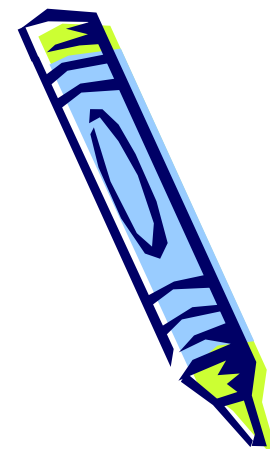
- **Не всегда** можно найти абсолютную погрешность, так как неизвестно
- точное значение величины, а отсюда и относительную погрешность.
- В этом случае принято считать что абсолютная погрешность не превосходит цены деления шкалы прибора. Т.е. если например цена деления линейки $1\text{мм} = 0,1\text{см}$, то абсолютная погрешность будет с точностью до $0,1$ ($\leq 0,1$) и будет определена только оценка относительной погрешности (т. е. \leq какому числу %).

Если $x \approx a$ абсолютная погрешность этого приближенного значения не превосходит некоторого числа h , то число a называют приближенным значением x с точностью до h .
 $x \approx a$ с точностью до h .





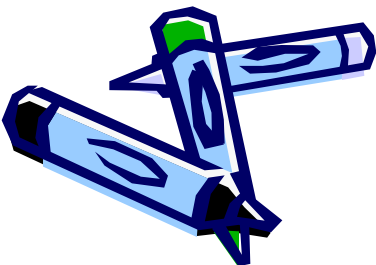
Задача.

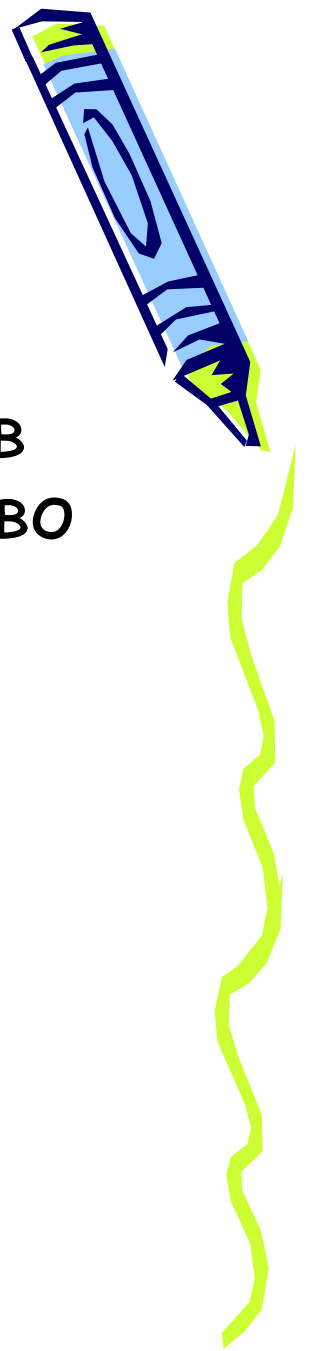


- Найдем относительную погрешность при измерении длины листа тетради линейками: одна - с точностью до 0,1см (деления через 0,1см); вторая - с точностью до 1см (деления через 1см).

- $l_1 = 20,4\text{см}$
 $0,1 : 20,4 = 0,0049 = 0,49\%$

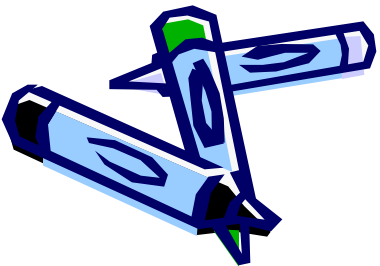
- $l_2 = 20,2\text{см}$
 $1 : 20,2 = 0,0495 = 4,95\%$



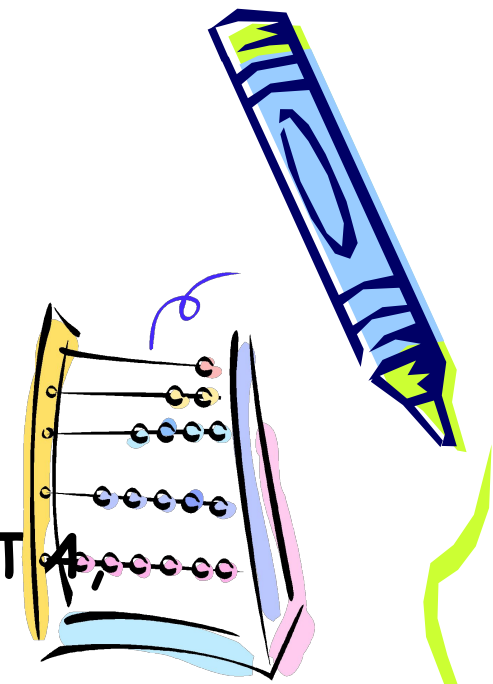


- Говорят, относительная погрешность в первом случае до 0,49% (т.е. $\leq 0,49\%$), во втором случае до 4,95% (т.е. $\leq 4,95\%$).
- В первом случае точность измерения выше.

Мы говорим не о величине относительной погрешности, а ее оценке.

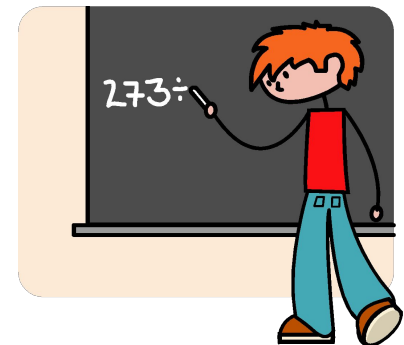
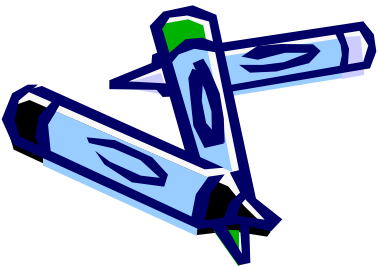


- Найдите абсолютную и относительную погрешности, полученные в результате округления



а) до десятых 6,56; 0,475; 3,671

б) до десятков 124; 361; 720





- **На производстве** при изготовлении деталей мы пользуемся
- штангенциркулем (для измерения глубины; диаметра: наружного и внутреннего).
- *Абсолютная погрешность* при измерении этим прибором составляет точность до 0,1мм. Найдем *оценку относительной погрешности* при измерении штангенциркулем:
 - $d = 9,86\text{см} = 98,6\text{мм}$
 - $0,1 : |98,6| = 0,1 : 98,6 = 0,001 = 0,1\%$



- *Относительная погрешность с точностью до 0,1% (т.е. $\leq 0,1\%$).*
- Если сравнить с предыдущими двумя измерениями, то получается точность измерения выше.



- **Из практических примеров можно сделать вывод, что точных значений быть не может, производя измерения в обычных условиях.**
- Но чтобы точнее выполнить измерение нужно взять измерительный прибор цена деления которого как можно меньше.

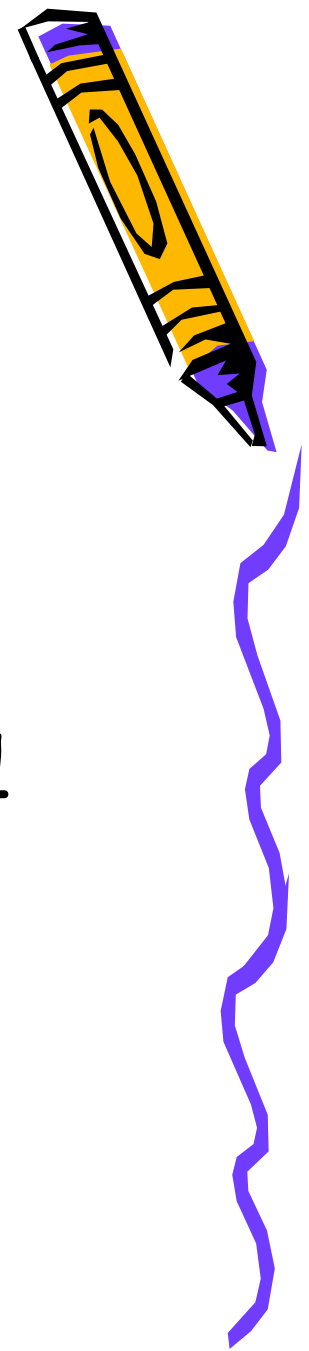


Задача

При измерении длины стержня пользовались линейкой, штангенциркулем, микрометром. При этом были получены результаты 17,9 мм; 18 мм; 17,88 мм. Каким прибором измеряли?



Задача



- Найдите абсолютную погрешность, полученную в результате округления
- а) до десятых $6,56$; $0,475$; $3,671$
- б) до десятков 124 ; 361 ; 720



какие из значений величин точные и какие приближенные?

Точные

Толщина книги 25 мм

Температура воздуха 18*

В самолете 122 пассажира

Скорость звука в воздухе 322 м/с

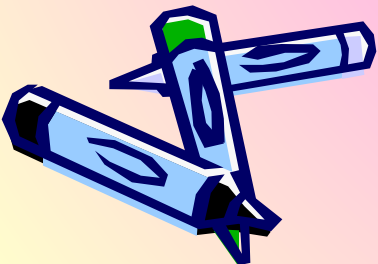
Масса дыни 3,5 кг

Стоимость ручки 5 руб.

В тетради начерчен угол 50*

Рекорд соревнований в беге на
1500м равнялся 3мин 56с

Приближенные



Найдите абсолютную погрешность

286 \approx 290

0,35 \approx 0,4

6912 \approx 6900

4

0.05

0.1

0.4

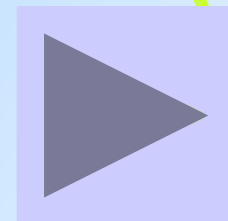
0.01

12

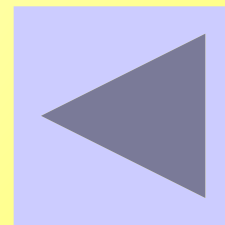
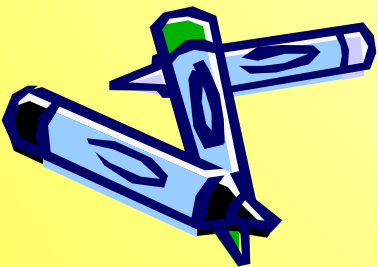
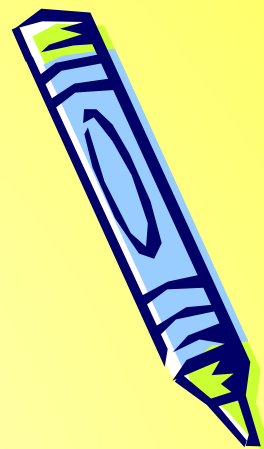
0.04

0.1

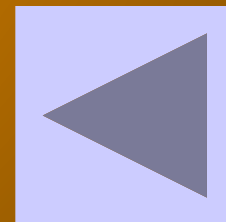
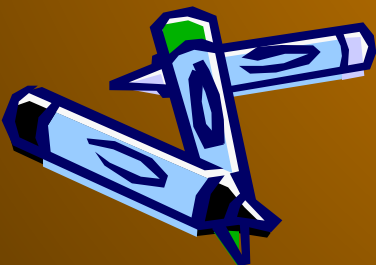
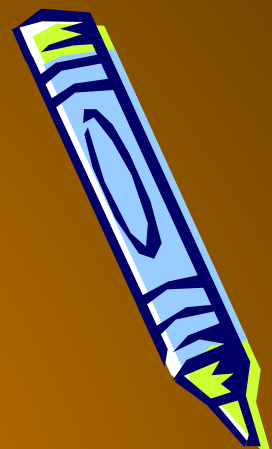
2



Молодцы



Не правильно



Какова точность измерения?

А) длина отрезка линейкой с миллиметровой шкалой

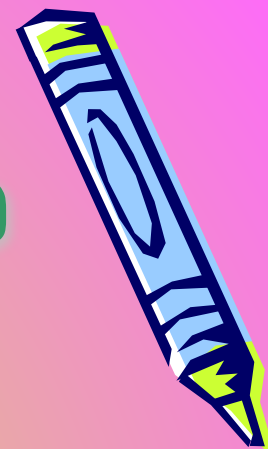
Б) температура с помощью термометра, штрихи на шкале которого нанесены через $0,5^{\circ}$

В) масса на бытовых весах, цена деления шкалы которых равна 20г

Г) промежутков времени часами с секундной стрелкой

Д) градусной меры угла с помощью транспортира

Е) объёма жидкости с помощью мензурки, цена деления которой 2мл





Покругленно значение величины равно числу 17. То есть приближения до 0,5. Может ли точное значение величины быть равным.

Да

17,2

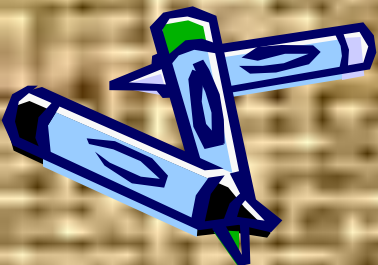
Нет

16,9

16,4

17,5

18

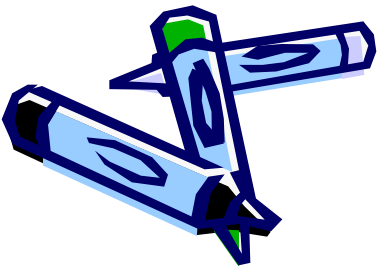
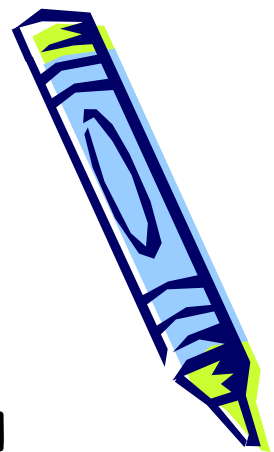


Домашнее задание

1. При вычислении дробь $\frac{11}{20}$ заменили

десятичной дробью 0,5. Какова абсолютная и относительная погрешность этого приближения?

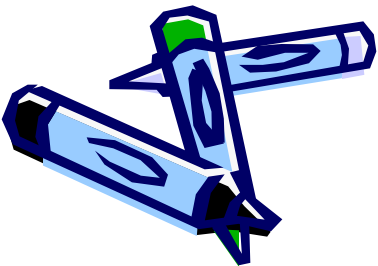
2. Найдите с помощью графика функции $y=x^2$ значение y при $x=2,4$. Вычислите погрешности полученного приближенного значения.



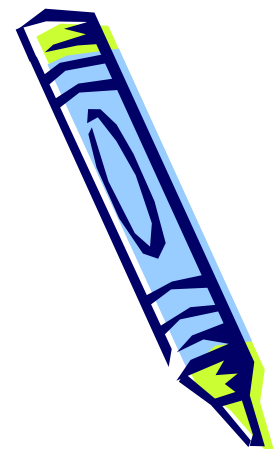
Подведение итогов урока



1. Сформулируйте определение абсолютной погрешности.
2. Если нельзя найти абсолютную погрешность, каким понятием пользуются?
3. Чему равна точность измерения?
4. Приведите примеры точности измерения некоторых приборов.
5. Для чего используется относительная погрешность?
6. Что такое относительная погрешность?



Викторина



- 1. В классе 36 учеников
- 2. В рабочем поселке 1000 жителей
- 3. Железнодорожный рельс имеет длину 50 м
- 4. Рабочий получил в кассе 10 тысяч рублей
- 5. В самолете ЯК - 40 120 пассажирских мест
- 6. Расстояние между Москвой и Санкт - Петербургом 650 км
- 7. В килограмме пшеницы содержится 30000 зерен
- 8. Расстояние от Земли до Солнца $1,5 \cdot 10^8$ км
- 9. Один из школьников на вопрос о том, сколько учащихся учится в школе, ответил: «1000», а другой ответил «950». Чей ответ точнее, если в школе учится 986 учащихся?
- 10. Буханка хлеба весит 1 кг и стоит 2500 р.
- 11. Тетрадь в 12 листов стоит 600 р. и имеет толщину 3



• Спасибо за
внимание

