

# Измерение малых расстояний в Астрономии

The background features a complex, abstract visualization of spacetime curvature. A central, glowing orange and red sphere is surrounded by concentric, glowing green and yellow rings that resemble gravitational waves or the warping of spacetime around a massive object. The overall effect is a dynamic, three-dimensional representation of gravitational phenomena.

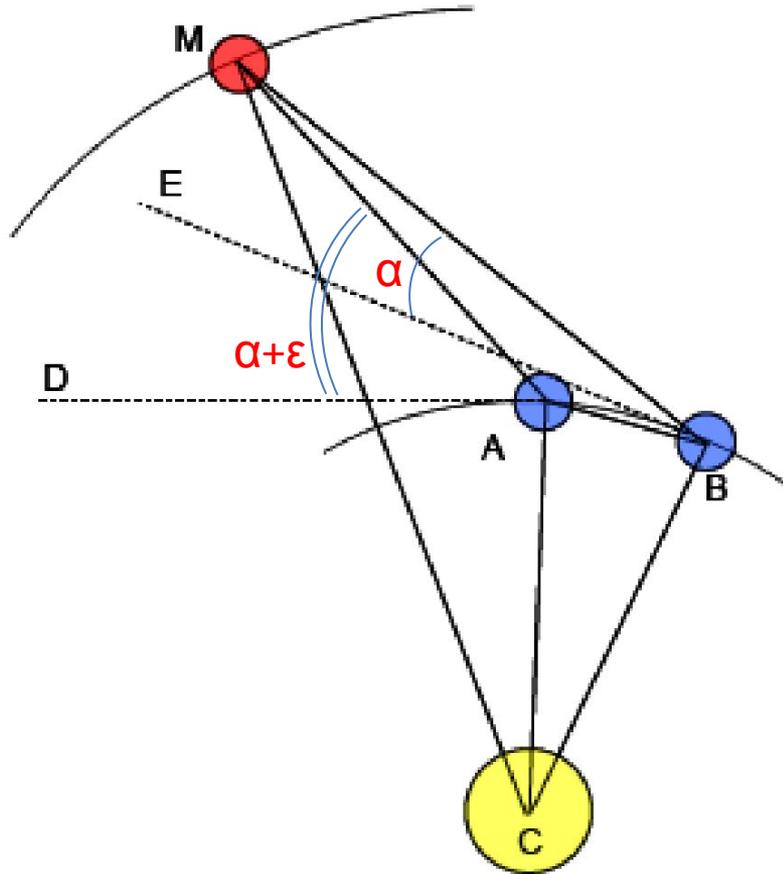
Филипп Алексеевич Барон, PhD  
2 марта 2020

# Расчёт расстояния до планет



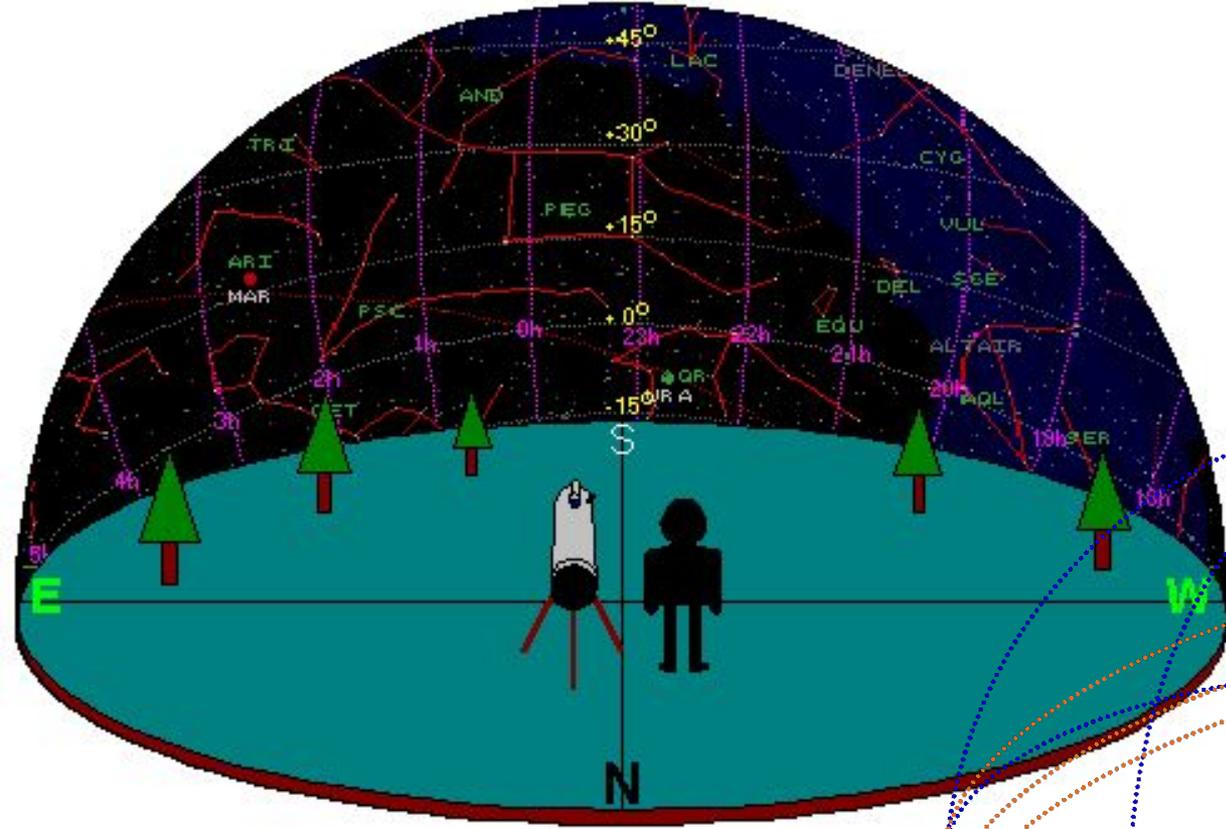
?



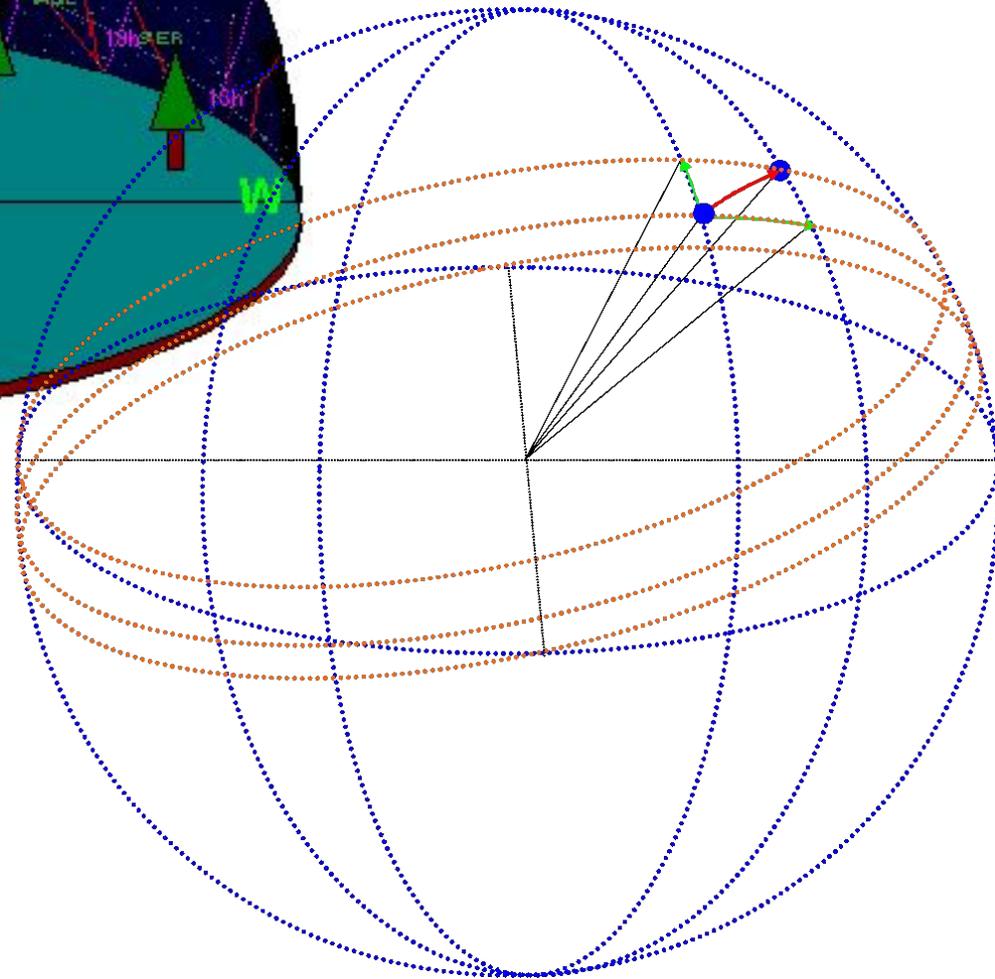


- $ACB \approx 1$
- $CAB = CBA = 89.5$
- $EVM = CBM - 90$
- $DAM = EVM + E$ ,  $E$  – угловое смещение
- $MAB \approx 180 - DAM + (90 - 89.5)$
- $AMB \approx 180 - MAB - MBA$
- $AB = 2 * R_{ca} * \sin(ACB)$ ,  $R_{ca} = 1.5 * 10^8$
- $AM = AB * \sin(ABM) / \sin(AMB)$  – расстояние до Марса.

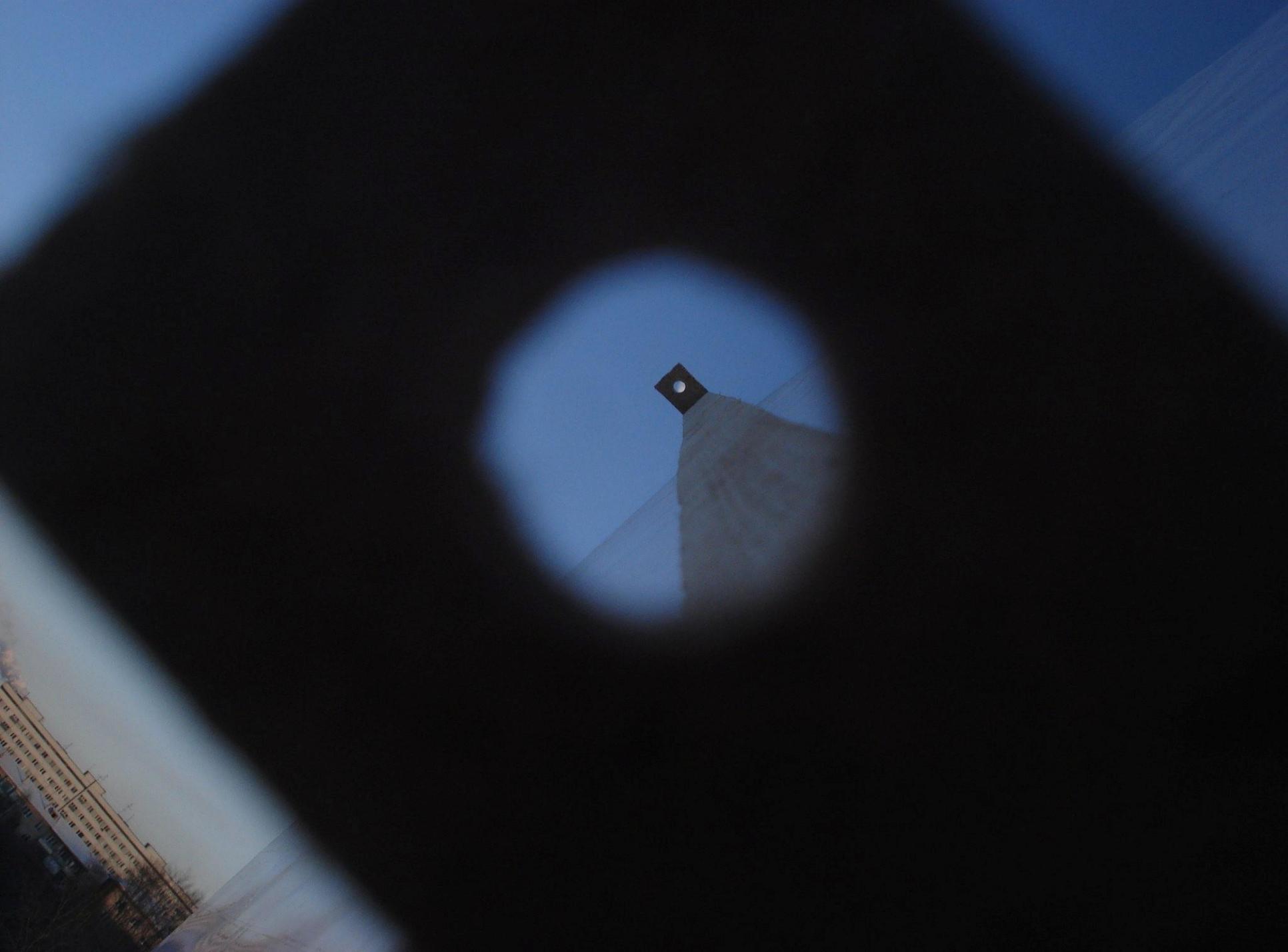
# Zenith

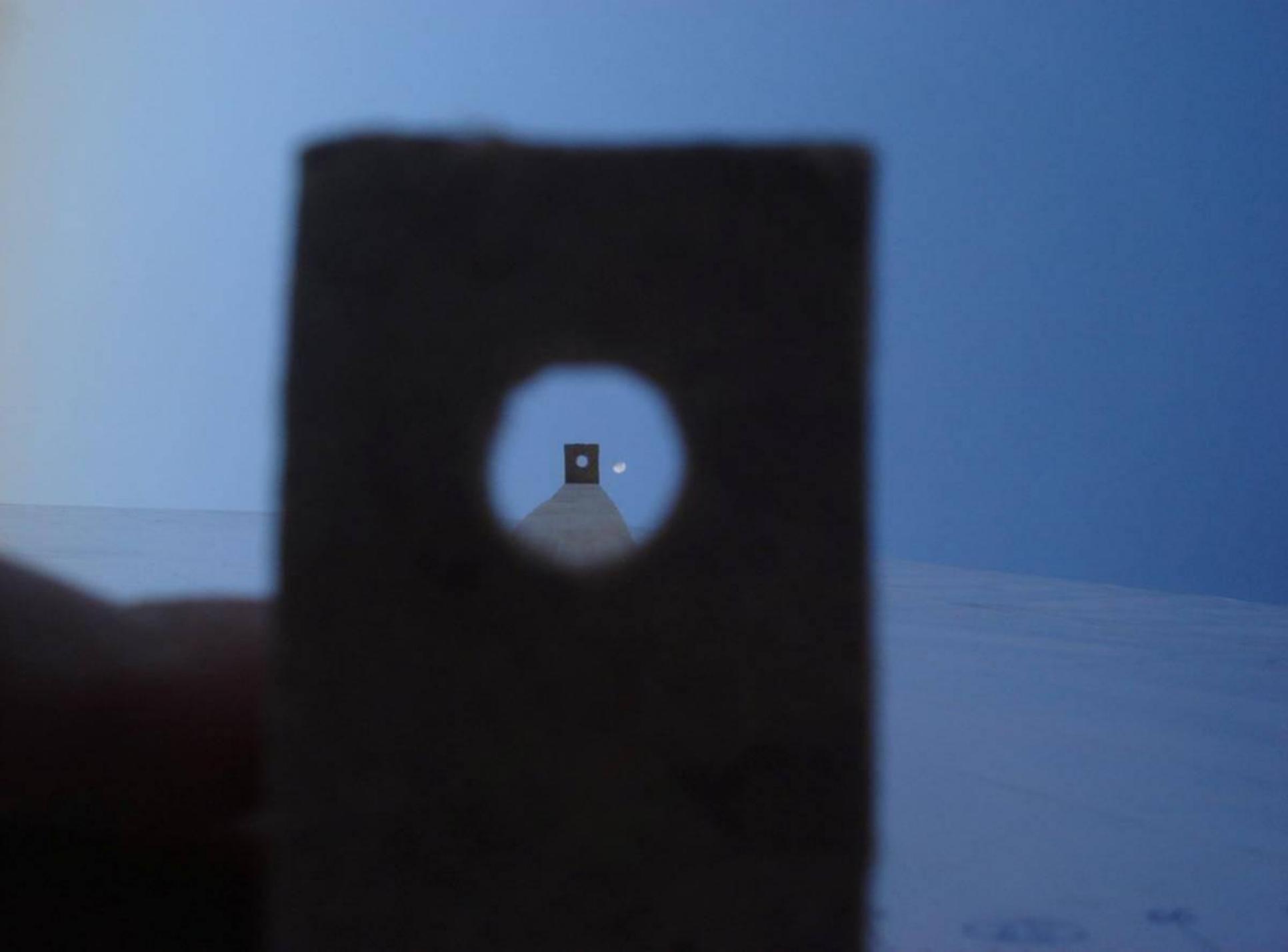


Lines of Right Ascension



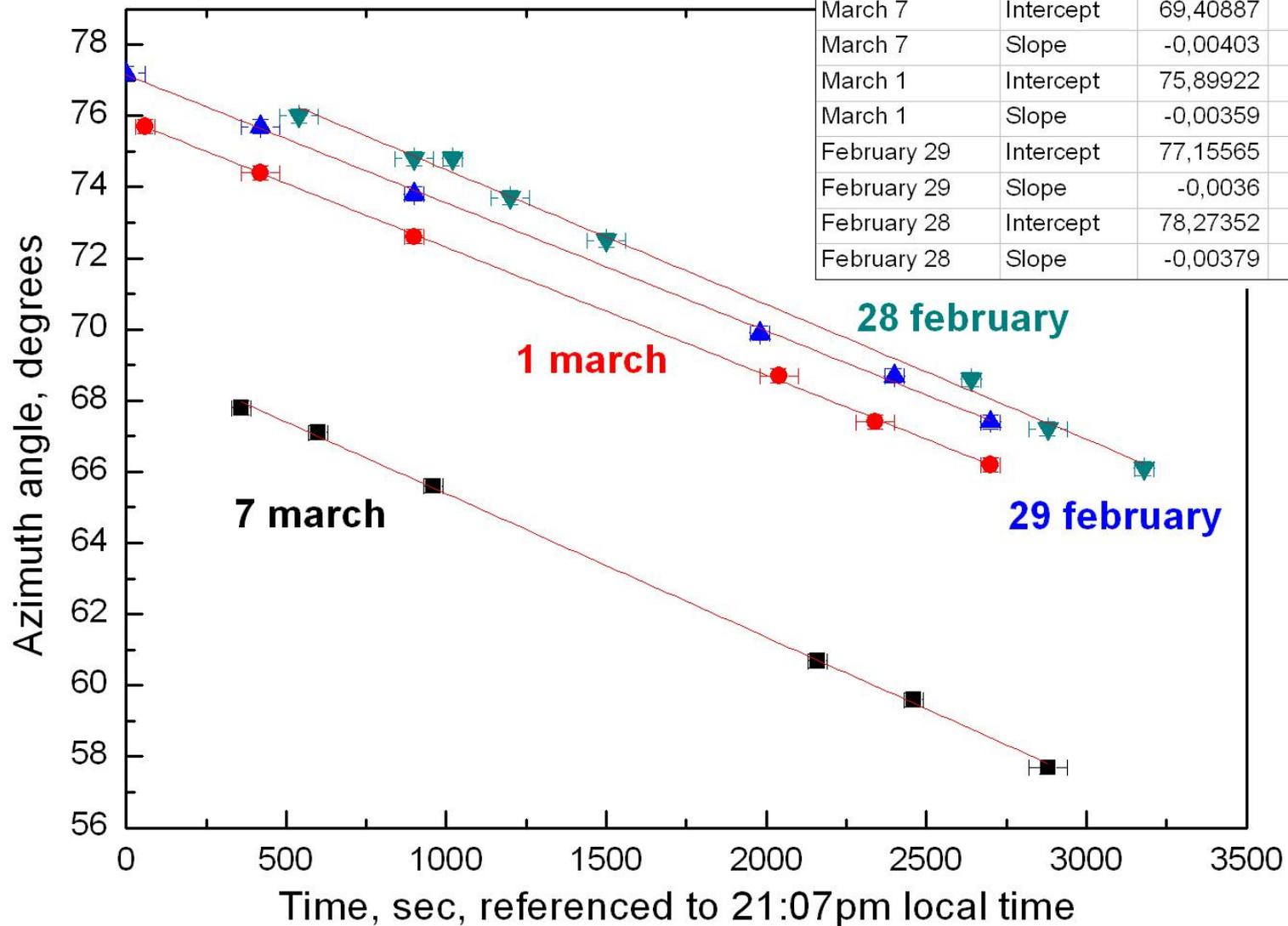




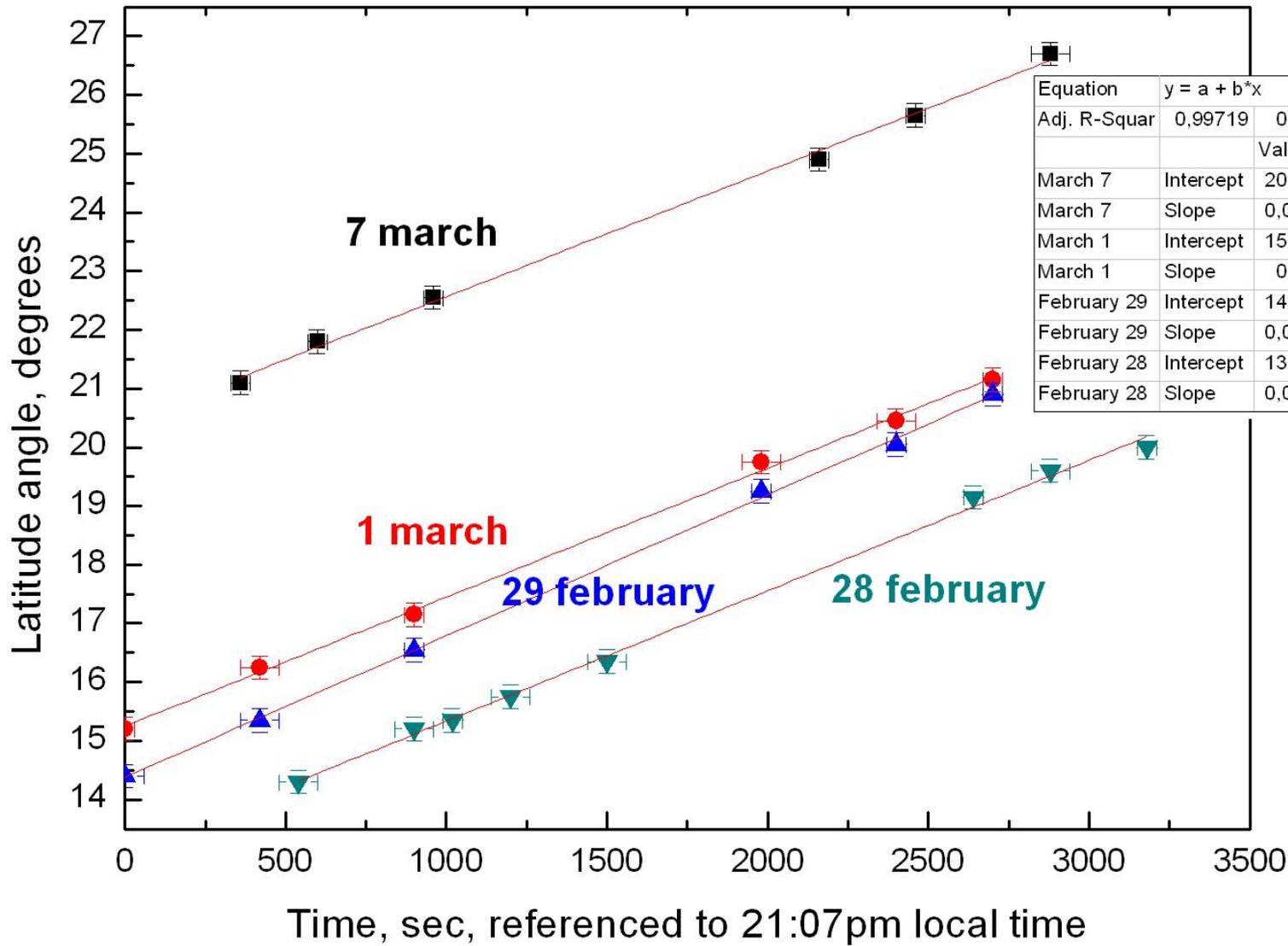


# Mars azimuth in Krasnoyarsk in 2012

Equation	$y = a + b \cdot x$		
Adj. R-Square	0,99915	0,99951	0,99891
		Value	Standard Error
March 7	Intercept	69,40887	0,15546
March 7	Slope	-0,00403	8,42645E-5
March 1	Intercept	75,89922	0,14123
March 1	Slope	-0,00359	8,17273E-5
February 29	Intercept	77,15565	0,13899
February 29	Slope	-0,0036	8,03427E-5
February 28	Intercept	78,27352	0,14726
February 28	Slope	-0,00379	7,45566E-5



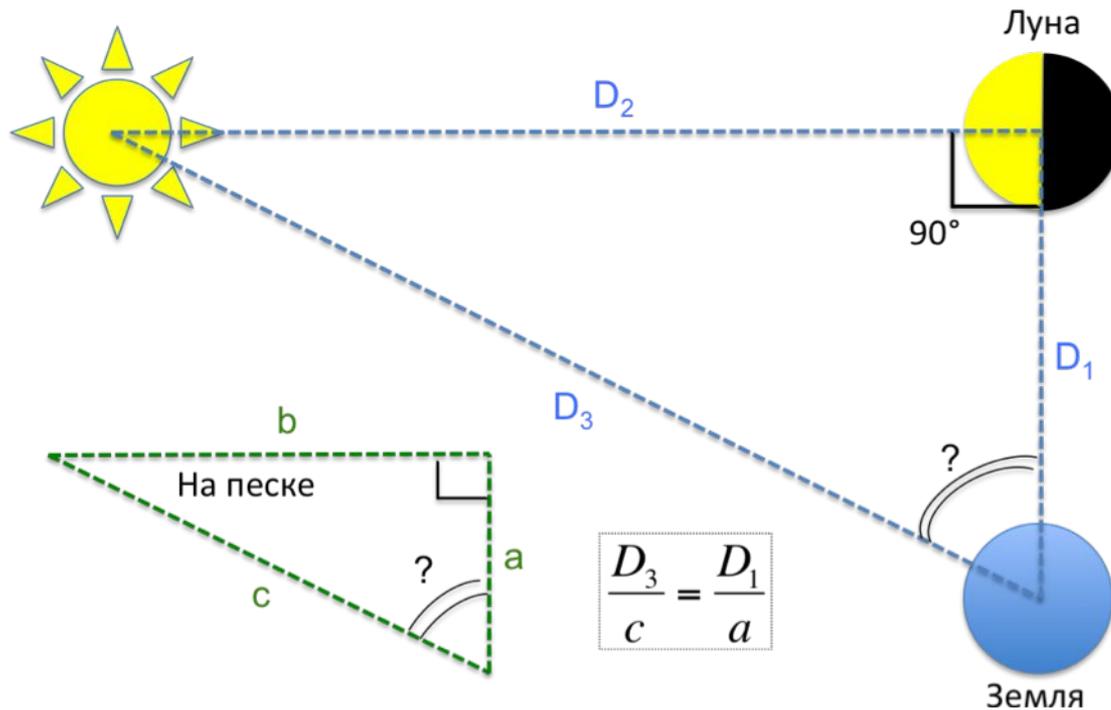
# Mars latitude over horizon of Krasnoyarsk in 2012



- Далее мы написали алгоритм вычислений для программы Maple
- Входными данными для неё являются вертикальный и горизонтальный углы, расстояние Земля-Солнце, на выходе мы получаем расстояние до Марса.
- Этот метод годится не только для расчётов Марса, таким образом можно измерить расстояние до Венеры, Юпитера и Сатурна
- Вычисленное нами расстояние было равно  $1.23 \cdot 10^8$ , когда на тот момент расстояние до Марса было  $1.07 \cdot 10^8$ .
- Это произошло из-за собственного движения Марса по своей орбите – в нашей модели движение Марса не учитывалось. Расчёт расстояния с учётом смещения планеты требует более сложных математических вычислений, но это возможно

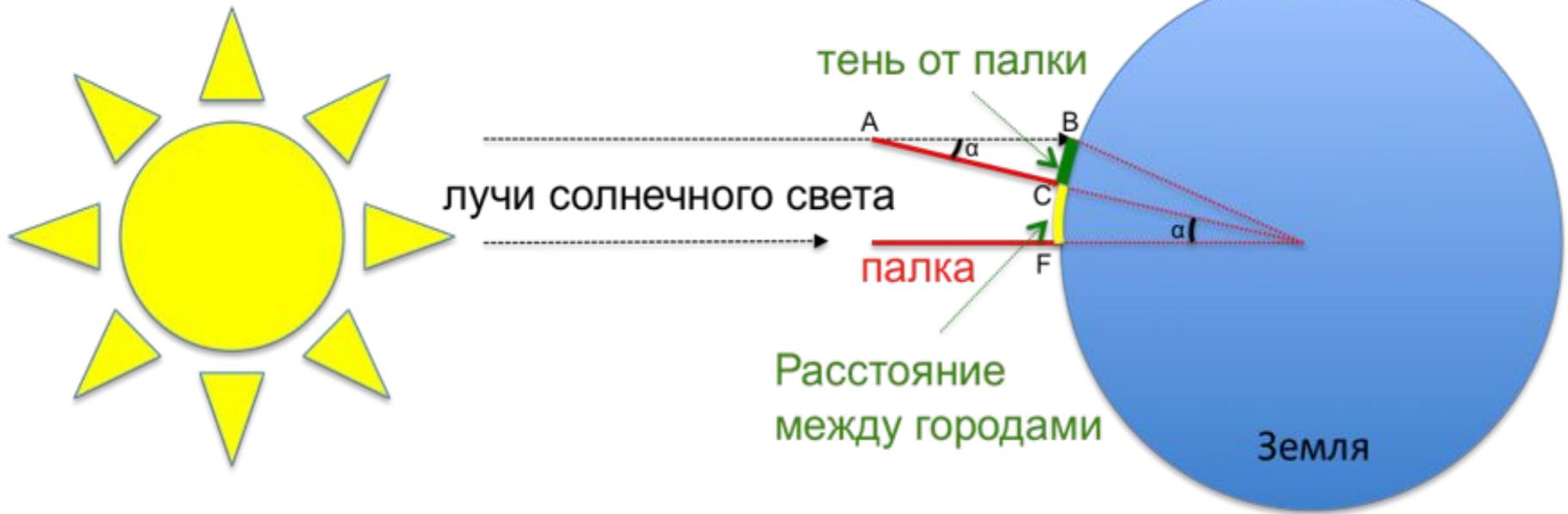
# А что с измерениями расстояний до Солнца?

Все началось с попытки ученого Аристарха (3 в. д. н. э.) найти расстояние до Солнца



- Можно выразить расстояние до Солнца в единицах расстояния до Луны
- При этом нужно выразить расстояние до Луны в единицах радиуса Земли

Примерно в то же время (240 г д.н.э.) первый географ Эратосфен вычисляет радиус Земли

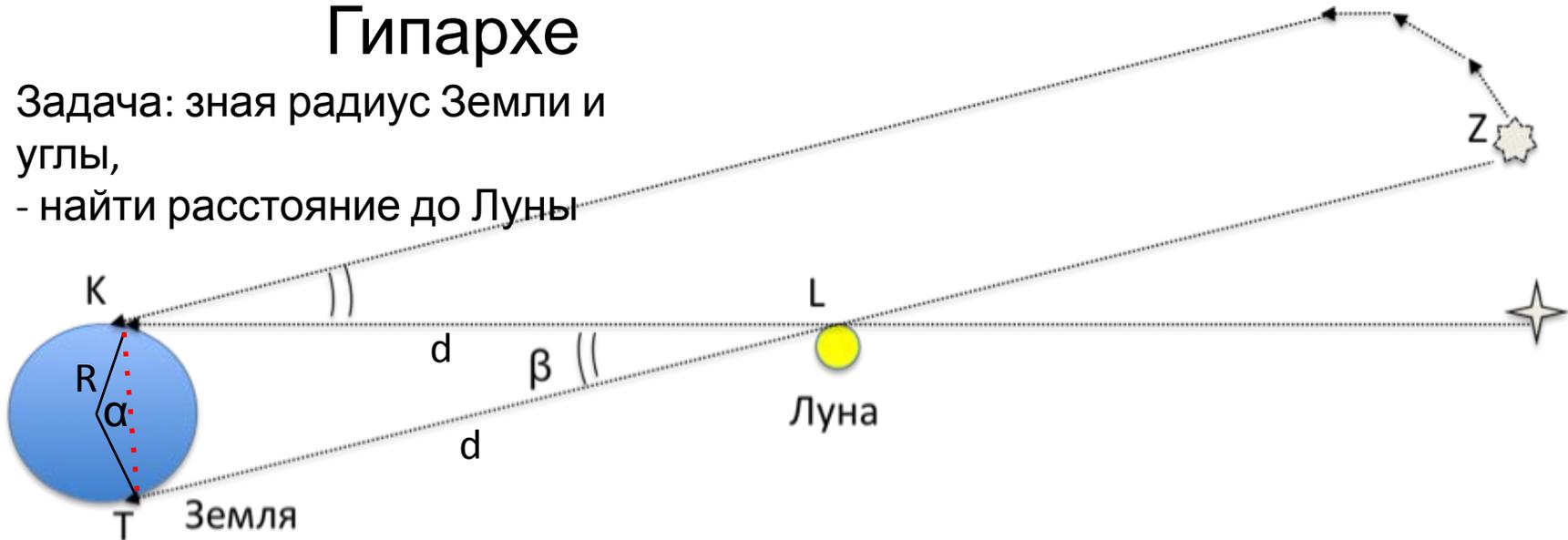


С Луной все оказалось  
сложнее



# Легенда о Коляне, Толяне и Гипархе

Задача: зная радиус Земли и углы,  
- найти расстояние до Луны



Трингонометрия началась с функции Гипарха  
«Хорд»:

$$R \cdot \text{Chord}(\alpha) = d \cdot \text{Chord}(\beta) \Rightarrow d = R \cdot \frac{\text{Chord}(\alpha)}{\text{Chord}(\beta)}$$

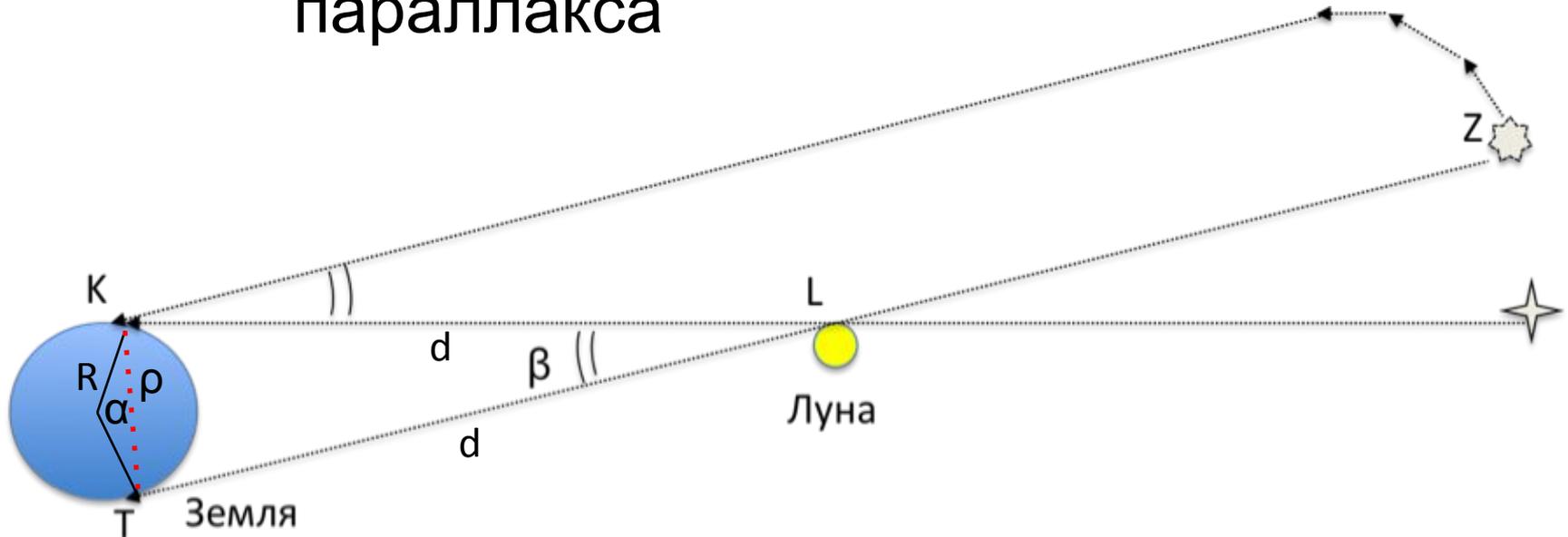
Взяв из таблицы хорд ее значения для альфы и бетты, а также значение для радиуса Земли

от Эратосфена и подставив их в эту формулу, Гипарх нашел, что расстояние для

**Но это было уже во 2 в. д. н. э., то есть через целых 100 лет!**  приближенно равно 59 земных радиусов, то есть примерно 240 тысяч километров

# Так родился метод

... а угол  $\beta$  назвали углом параллакса



В наше время мы используем для решения этой задачи гораздо более удобную современную функцию – синус:

$$\begin{cases} \rho = 2R \sin(\alpha/2) \\ \rho = 2d \sin(\beta/2) \end{cases} \Rightarrow d = R \frac{\sin(\alpha/2)}{\sin(\beta/2)} \Rightarrow d \approx \frac{2R}{\beta} \sin(\alpha/2)$$

**Но на изобретение синуса потребовалось еще 1500 лет!** 😊

# Индусы: Мадхава (14-15в.в) и Ястадева (1500 – 1575)

«Юктибхаса» 1530г на малайамском языке. Основные результаты:

$$\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + x^3 + \dots$$

$$r \sin \frac{x}{r} = x - x \cdot \frac{x^2}{(2^2 + 2)r^2} + x \cdot \frac{x^2}{(2^2 + 2)r^2} \cdot \frac{x^2}{(4^2 + 4)r^2} - \dots$$

$$r \arctan\left(\frac{y}{x}\right) = \frac{1}{1} \cdot \frac{ry}{x} - \frac{1}{3} \cdot \frac{ry^3}{x^3} + \frac{1}{5} \cdot \frac{ry^5}{x^5} - \dots, \text{ where } y/x \leq 1.$$

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots$$

# Чтобы вычислить расстояние до Луны надо:

1. Произвести измерения Коляна, Толяна или Гипарха Никейского, т.е. ночного параллакса Луны

2. Из полученного угла параллакса  $\beta$  вычесть ночное смещение Луны из-за ее движения по орбите вокруг Земли, исходя из пропорции:

360 градусов Луна проходит за 29.5 дней  $= 29.5 * 24 = 708$  часов

X градусов Луна проходит за время между часовыми поясами Пацанов,

либо между временем вечернего и утреннего измерений Гипарха

Но у Гипарха не было точных часов!!!

=> 240 тысяч километров вместо

380тыс

⇒ Нужен был более точный метод определения расстояний до небесных тел,

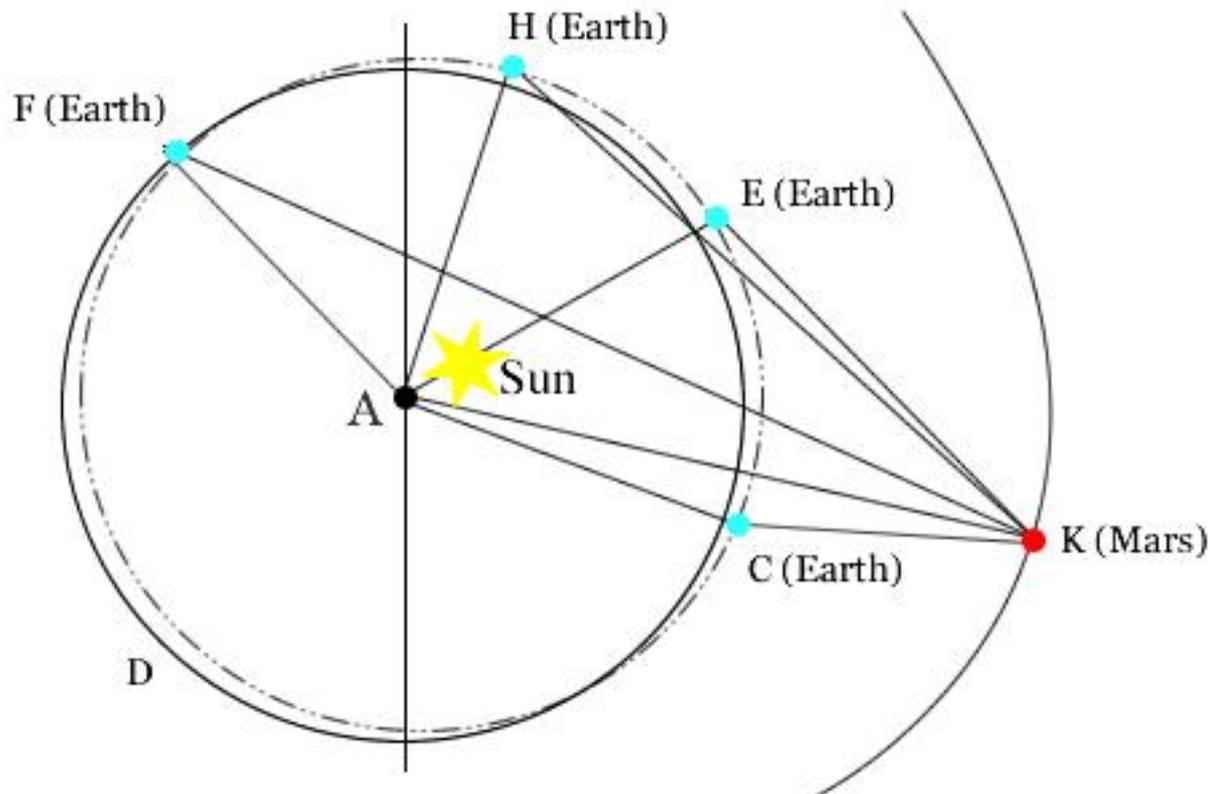
имея «неточные часы» и БЕЗ ТЕЛЕСКОПА



# Иоганн Кеплер (1571 – 1630)



Суть метода Кеплера измерений  
расстояний:



*Kepler's diagram in Chapter 24*

1. Измерения надо проводить на базе орбиты вокруг Солнца
2. Они дольше, но гораздо точнее
3. Точность  $\sim 6$  угловых минут без телескопа и часов!!!

А затем через 80 лет Гук сделал точные часы и, имея в распоряжении телескопы ...



Оле Рёмер  
(1644 – 1710)

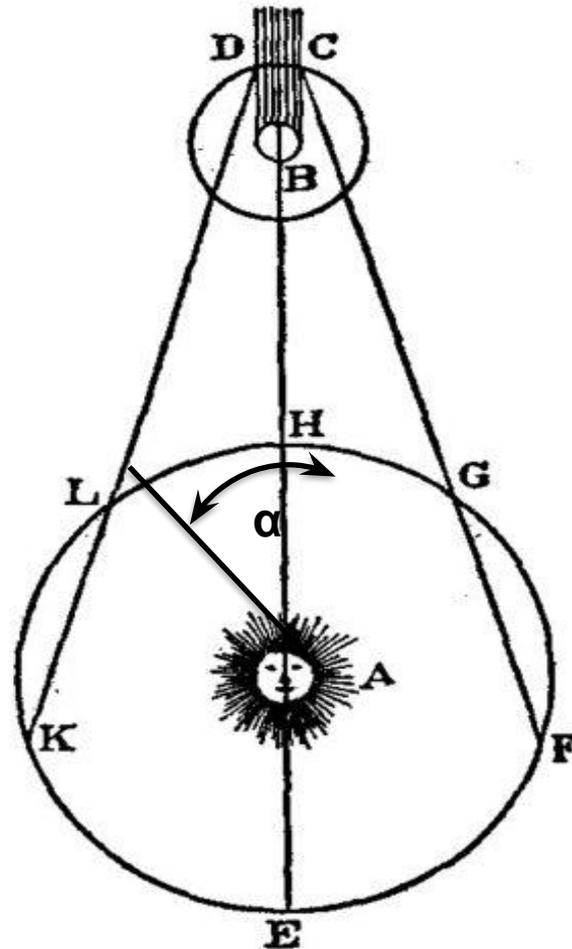


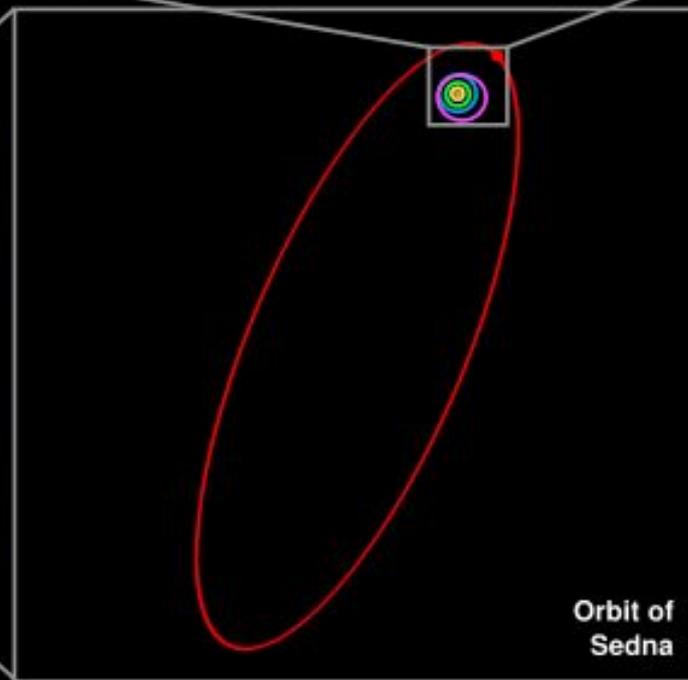
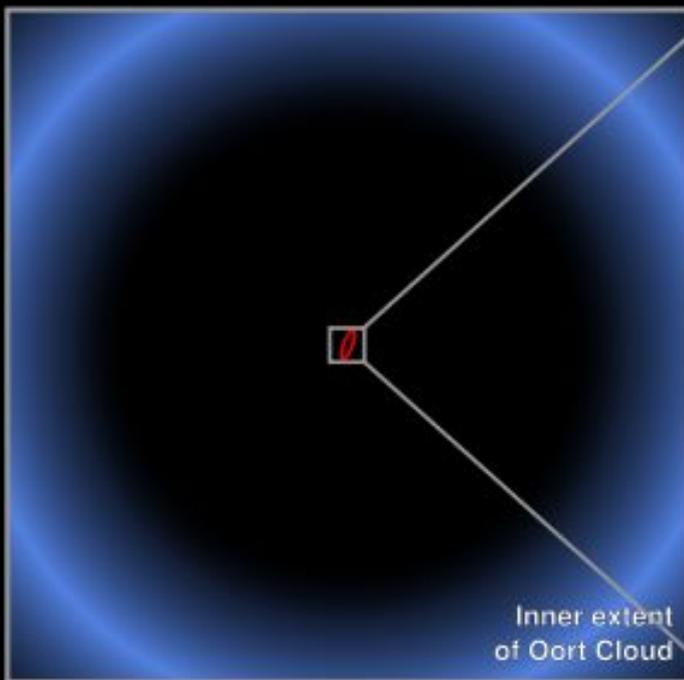
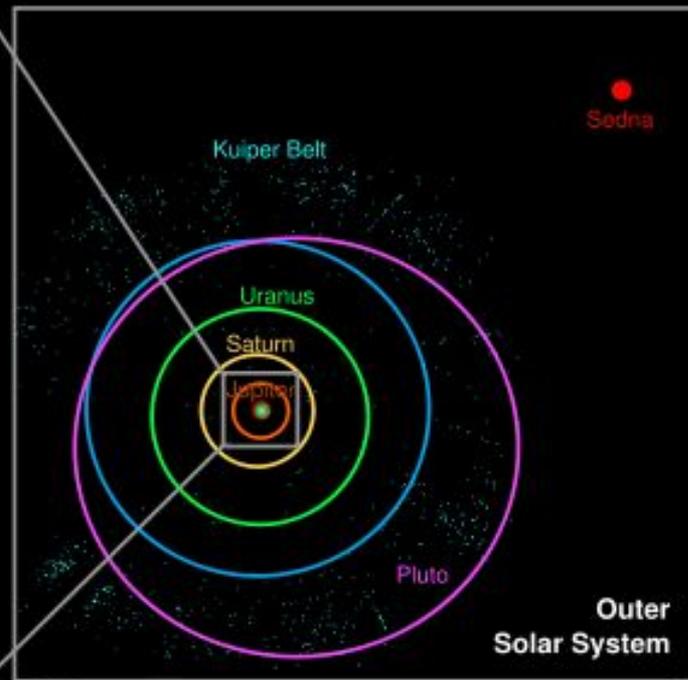
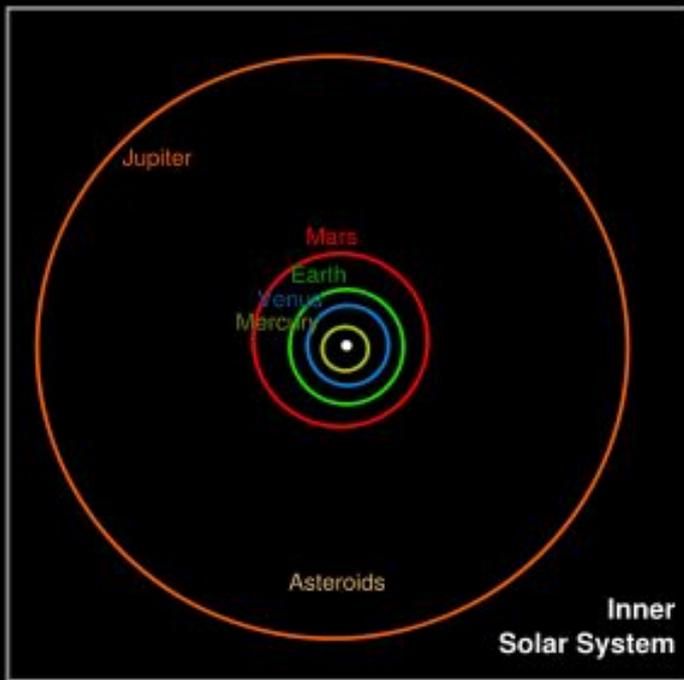
FIG. 70.

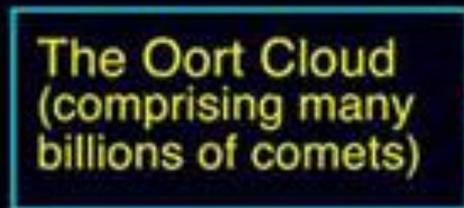
$$\Delta t = 22 * (\alpha / 180^\circ) [\text{minutes}]$$

В 1671-1677 годах с помощью измерений затмений лун Сатурна показал, что **скорость света – конечна ...**

потому что видимое затмение лун Сатурна происходит с задержкой по времени в зависимости от положения Земли на орбите вокруг Солнца

... метод Кеплера сильно увеличился в точности благодаря часам и телескопу





*Oort Cloud cutaway drawing adapted from Donald K. Yeoman's illustration (NASA, JPL)*

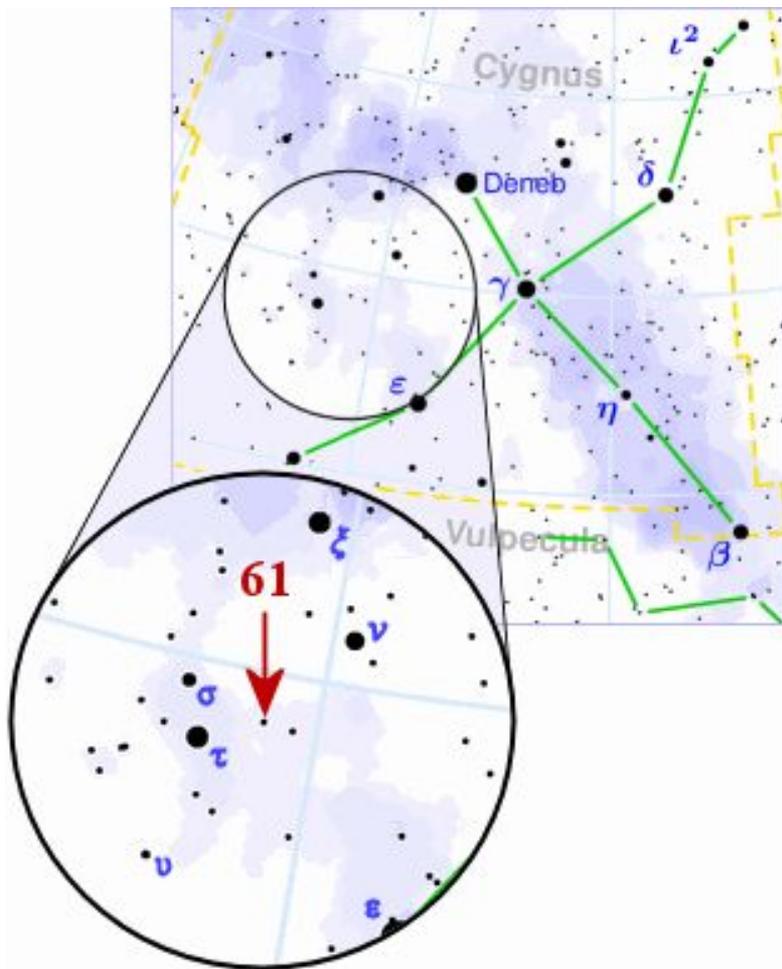


Что дальше  
?



# Измерение расстояний до звезд

Джеймс Бредлей (1693 – 1762)

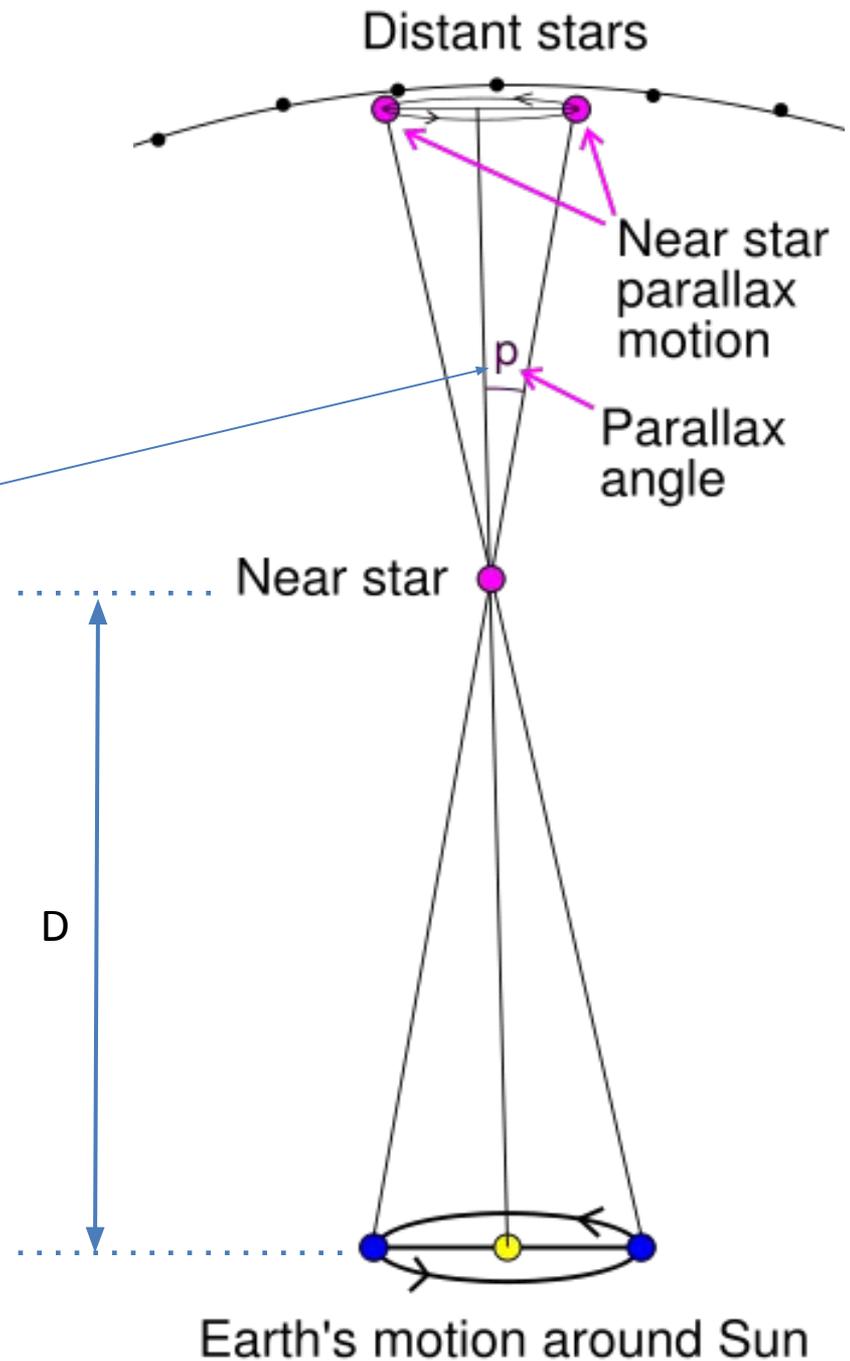


Звезда 61  
Лебедея

# Суть звездного параллакса и Парсек

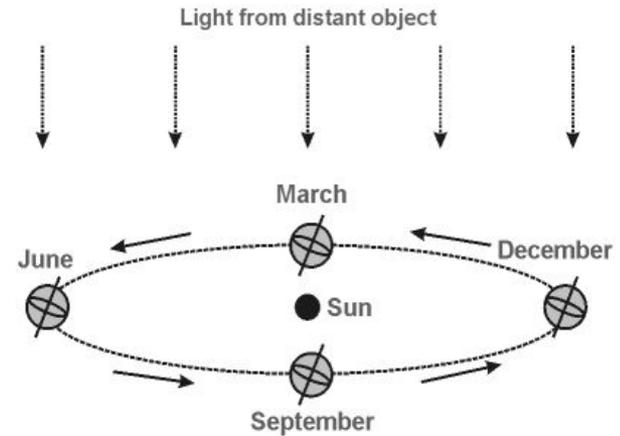
1 Парсек это расстояние  $D$ ,  
соответствующее  
годовому углу параллакса  $p=1$  секунда

~3 световых года ~30 триллионов  
км



# Что осложняет измерения звездного параллакса

Данные измерений параллакса



## 1. Аберрация света

