

**МЕХАНИКА
ЖИДКОСТИ И
ГАЗА**



III. Элементы гидростатики

Гидростатика – рассматривает покоящееся состояние жидкости.

Различают два вида покоя:

Абсолютно покоящаяся жидкость

это такое состояние, когда частицы жидкости относительно друг друга не перемещаются и весь объем тоже неподвижен.

Относительно покоящаяся жидкость

это когда частицы друг относительно друга не движутся, а весь объем перемещается в пространстве

Поверхности, на которых устанавливается одинаковое давление называются **поверхностями уровня**.

Гидростатическое давление

Давление жидкости на единицу поверхности называется *гидростатическим давлением* или просто *давлением*.

$$p = \frac{P}{F}$$

Единица измерения гидростатического давления и системе СИ *Ньютон на квадратный метр* (Н/м^2), обозначается **Па** (*паскаль*).

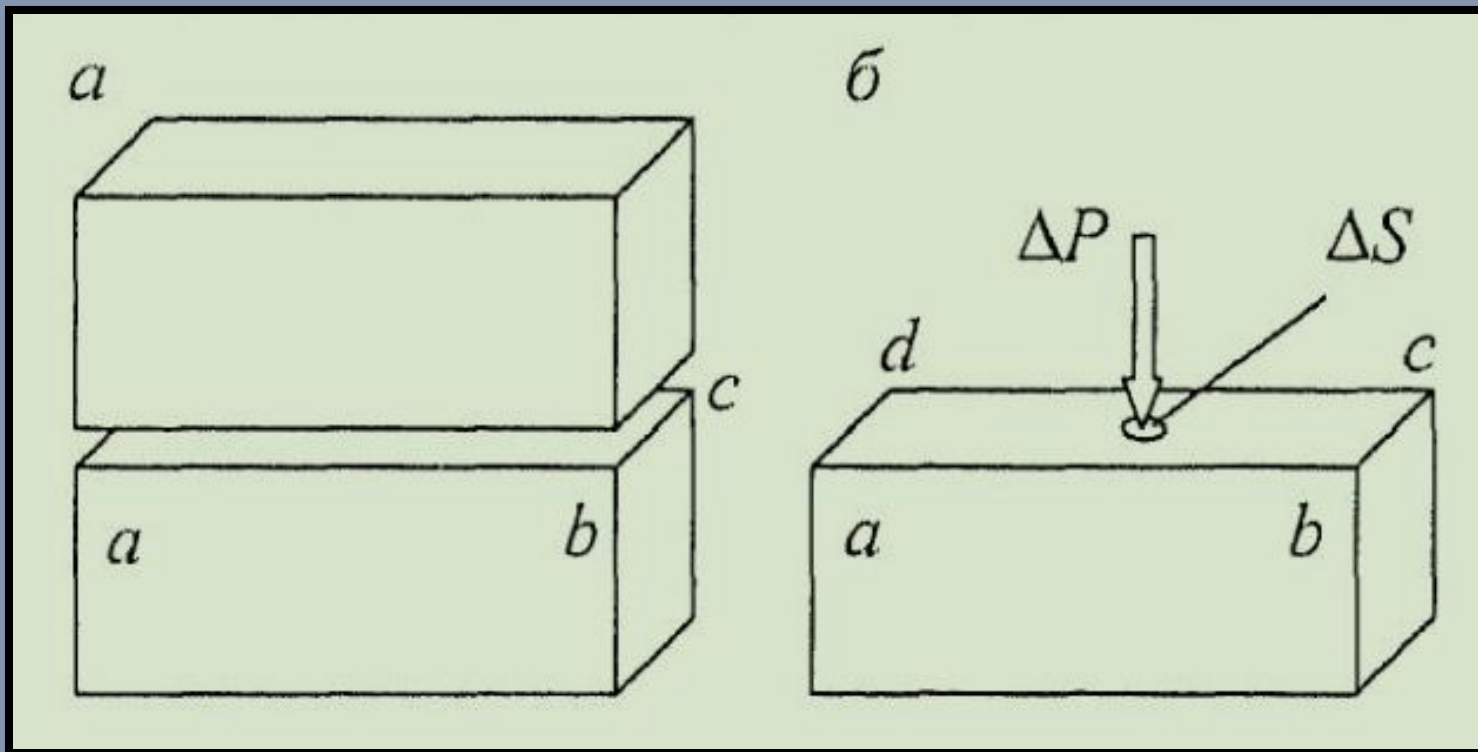
$$\begin{aligned} 1 \text{ МПа} &= 10^6 \text{ Н/м}^2, \\ 1 \text{ бар} &= 10^5 \text{ Н/м}^2. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1 \text{ ат} &= 1 \text{ кгс/см}^2 = 0,98 \text{ бар} = \\ &= 98066,5 \text{ Па}. \end{aligned}$$

Одна из основных задач гидростатики – изучение распределения давления в жидкости

Зная распределение давления, можно на основании законов гидростатики рассчитать силы, действующие со стороны покоящейся жидкости на тела:

на стенки и дно сосуда, на откосы плотины, оградительных и регуляционных сооружений, причалов и т.д



$$p_{\text{ср}} = \frac{\Delta P}{\Delta S}$$

Среднее гидростатическое давление – сила, приходящаяся в среднем на единицу площади

$$p = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta S}$$

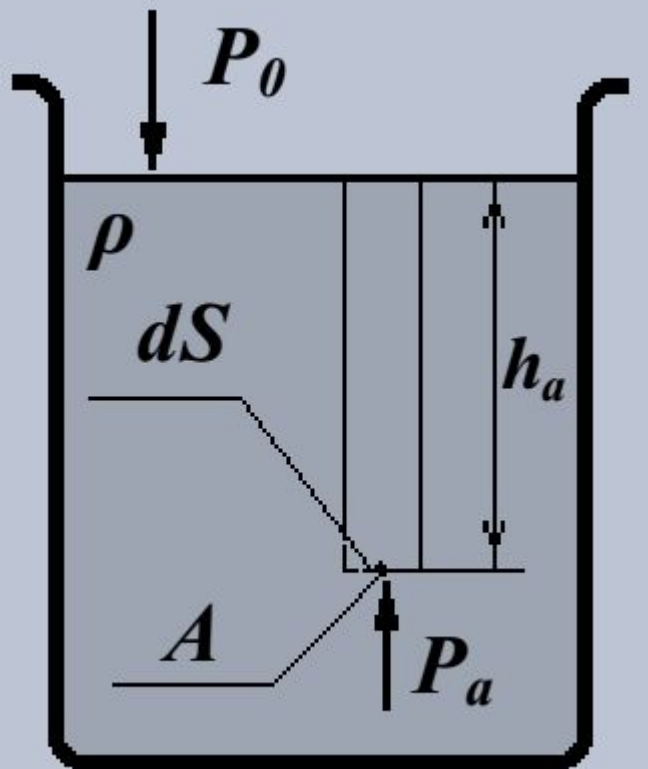
Если уменьшать площадку ΔS , то предел отношения ΔP к ΔS выразит величину **истинного** гидростатического давления в точке

Гидростатическое давление обладает следующими свойствами:

1. Гидростатическое давление **действует по нормали** к площадке действия и является сжимающим, иначе появились бы силы, действующие вдоль поверхности, что вызвало бы перемещение жидкости

2. Величина гидростатического давления в данной точке зависит **не от направления** (угла наклона) площадки действия, а от **положения точки** в пространстве

Основное уравнение гидростатики



Сверху на площадку dS действует внешнее давление P_0 ($P_0 = P_{\text{атм}}$) и вес столба жидкости, высотой h_a . Снизу – давление в т. А - P_a .
Уравнение сил, действующих на площадку:

$$dSP_0 + dSh_ag\rho = P_a dS$$

Разделив это выражение на dS , получим выражение для P в любой точке покоящейся жидкости (где h – глубина жидкости, на которой определяется давление P):

$$P = P_0 + \rho gh$$

**основное
уравнение
гидростатики**

Атмосферное давление - это сила, действующая со стороны воздушной атмосферы на единицу площади поверхности Земли в перпендикулярном к поверхности направлении.

Среднюю величину атмосферного давления можно получить, если разделить вес всех молекул воздуха на площадь поверхности Земли.

$$P_{\text{атм}} = \frac{\text{вес молекул воздуха}}{\text{площадь поверхности Земли}}$$

$$P_{\text{атм}} = 101325 \text{ Па} = 101325 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = 760 \text{ мм.рт.ст.}$$

Следствия основного уравнения гидростатики:

1. Закон Паскаля:

давление, приложенное к граничной поверхности покоящейся жидкости, передаётся всем точкам этой жидкости по всем направлениям одинаково.

Закон используется в различных гидравлических устройствах:

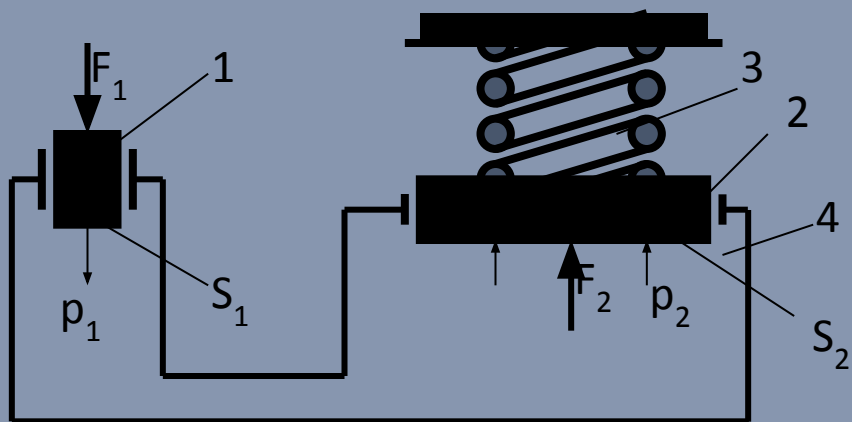
- гидропресс,
- гидродомкрат,
- гидроаккумулятор



Одинакова лишь та часть (составляющая), которая приложена к **граничной поверхности жидкости**.

2. На равной глубине в покоящейся жидкости давление одинаково.
В результате можно говорить о поверхностях равного давления. Для жидкости, находящейся в абсолютном покое или равномерно движущейся, эти поверхности – горизонтальные плоскости.

Гидропресс – предназначен для создания больших усилий.



Устройство:

- 1-поршень первого гидроцилиндра;
- 2-поршень второго гидроцилиндра;
- 3-пружина сопротивления (деталь для прессования);
- 4-рабочая жидкость.

Если к поршню, имеющему площадь S_1 , приложить некоторую силу, то эта сила будет передаваться на жидкость, и с такой же силой жидкость будет действовать на поршень, площадью S_2 .

из равенства сил давления следует, что

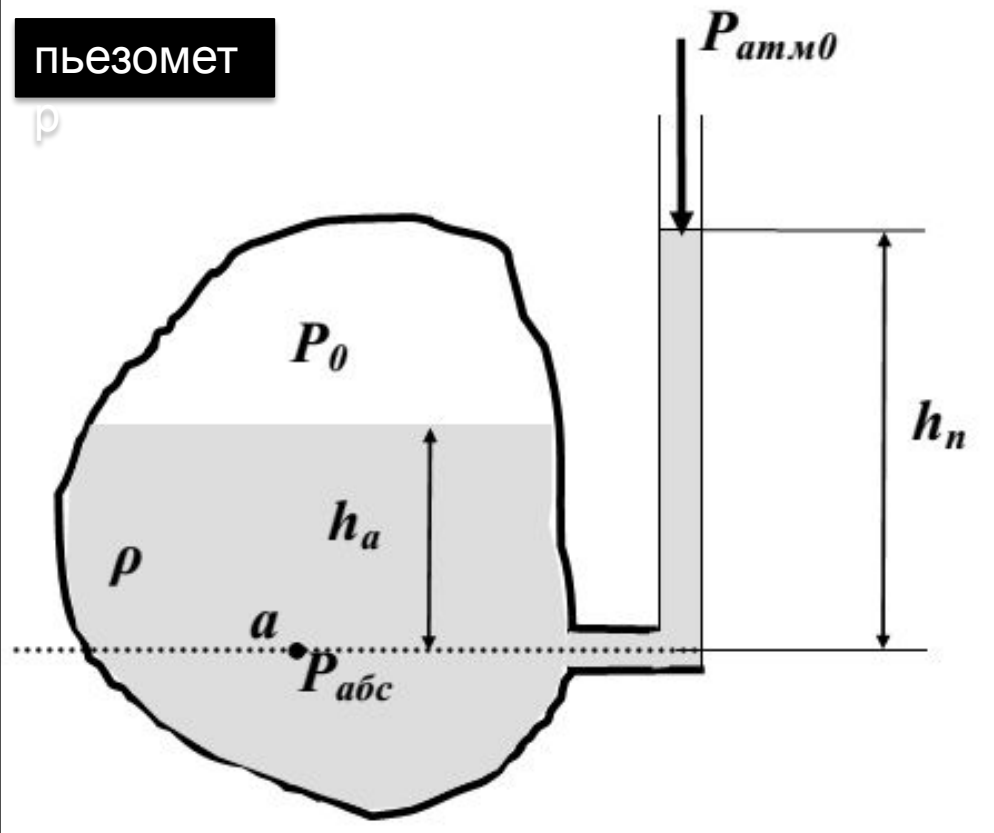
$$p_1 S_1 = p_2 S_2$$

$$p_2 = p_1 \frac{S_2}{S_1}$$

Следовательно, сжатие тела будет происходить под действием некоторого давления p_2 , которое непосредственно будет зависеть от отношения площадей двух поршней.

Приборы для измерения давления

пЬЕЗОМЕТ



Абсолютное давление в
точке *a*

$$P_{абс} = P_0 + \rho g h_a$$

С другой стороны, это же
давление можно представить
как

$$P_{абс} = P_{атм} + \rho g h_n$$

Отсюда

пЬЕЗОМЕТРИЧЕСКА
Я ВЫСОТА

$$h_n = \frac{P_0 - P_{атм} + \rho g h_a}{\rho g} = \frac{P_{изб} - P_{атм}}{\rho g}$$

Пьезометрическая высота меняется в зависимости от глубины погружения точки под уровень свободной поверхности жидкости.

Однако сумма пьезометрической высоты h_p и геометрической высоты z данной точки над горизонтальной плоскостью сравнения 0-0 есть величина постоянная.

Эта сумма называется **напором H** жидкости:

$$H = h_p + z = \text{const}$$

Если абсолютное давление меньше атмосферного $P_{абс} < P_{атм}$, то в жидкости имеет место **разрежение**, или **вакуум**.

Такое давление называют

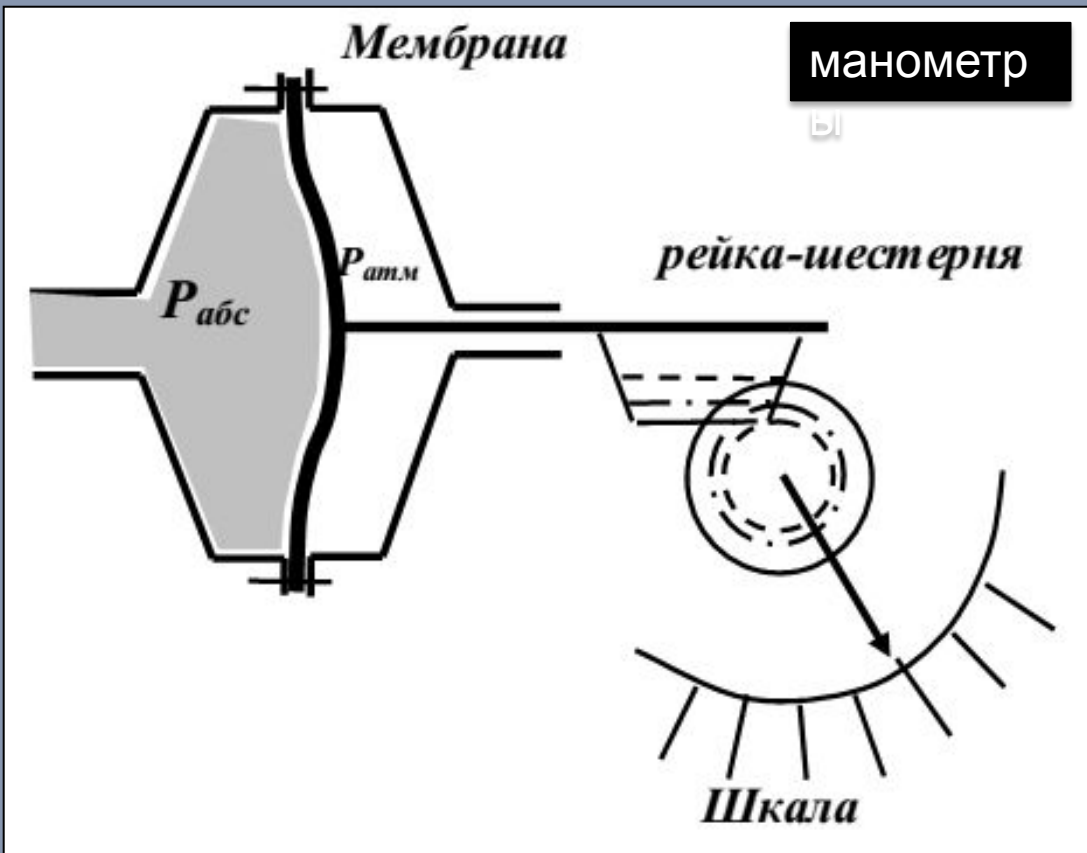
вакуумметрическим давлением $P_{вак}$, а

высоту в пьезометре называют

вакуумметрической высотой $h_{вак}$.

$$P_{вак} = P_{атм} + P_{абс}$$

$$h_{вак} = \frac{P_{атм} - P_{абс}}{\rho g}$$



эти приборы состоят из чувствительного элемента, который меняет свою форму под воздействием давления, и, связанного с этим элементом, передаточного механизма и регистрирующего прибора (индикатора).

Общим недостатком таких приборов является малое исходное отклонение чувствительного элемента – мембраны.

Приборы для измерения давления (манометры, вакуумметры) показывают не абсолютное давление внутри замкнутого объема, а **разность между абсолютным и атмосферным**, или барометрическим, давлением. Эту разность называют **избыточным** давлением [ати].

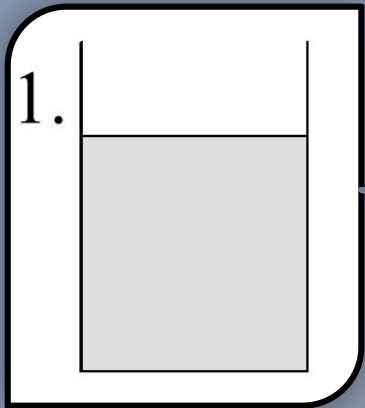
Соотношения между единицами измерения давления:

$$\begin{aligned} 1 \text{ атм (физ)} &= 760 \text{ мм рт.ст.} = \\ &= 10,33 \text{ м вод.ст.} = 1,033 \text{ кгс/см}^2 = \\ &= 10330 \text{ кгс/м}^2 = 101300 \text{ н/м}^2 \text{ (Па)} \end{aligned}$$

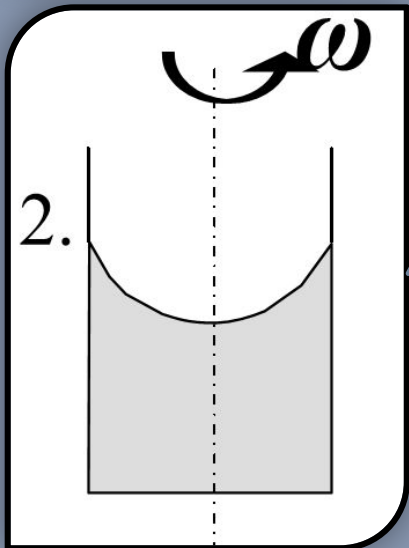
$$\begin{aligned} 1 \text{ ат (техн)} &= 735,6 \text{ мм рт.ст.} = \\ &= 10 \text{ м вод.ст.} = 1 \text{ кгс/см}^2 = \\ &= 10000 \text{ кгс/м}^2 = 98100 \text{ н/м}^2. \end{aligned}$$

Дифференциальные уравнения равновесия жидкости. (Уравнения Эйлера)

Они получены для общего случая относительного покоя жидкости. Возможны следующие варианты относительного покоя.

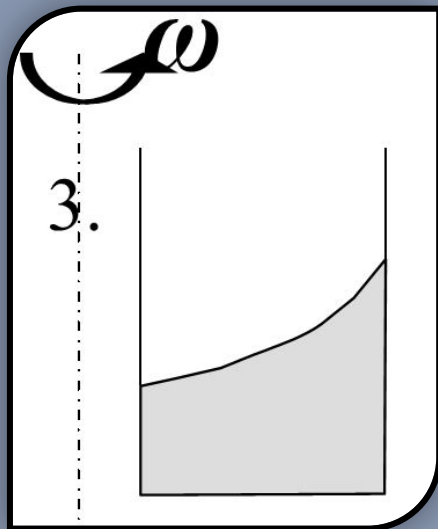


абсолютный покой или
равномерное
движение сосуда с жидкостью.



*Вращение сосуда с жидкостью с постоянной
угловой скоростью ω вокруг центральной оси.*

Вся масса жидкости вращается вместе с сосудом, частицы жидкости друг относительно друга не перемещаются, следовательно, весь объём жидкости, представляет собой как бы твёрдое тело.



вращение осуществляется вокруг произвольно расположенной вертикальной оси.

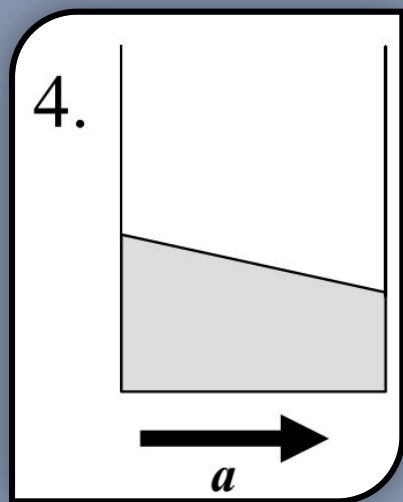
Во втором и третьем случае свободная поверхность жидкости принимает новую форму, соответствующую новому равновесному положению жидкости.

сосуд с жидкостью движется прямолинейно

и

равноускоренно. (В процессе разгона или остановки цистерны с жидкостью).

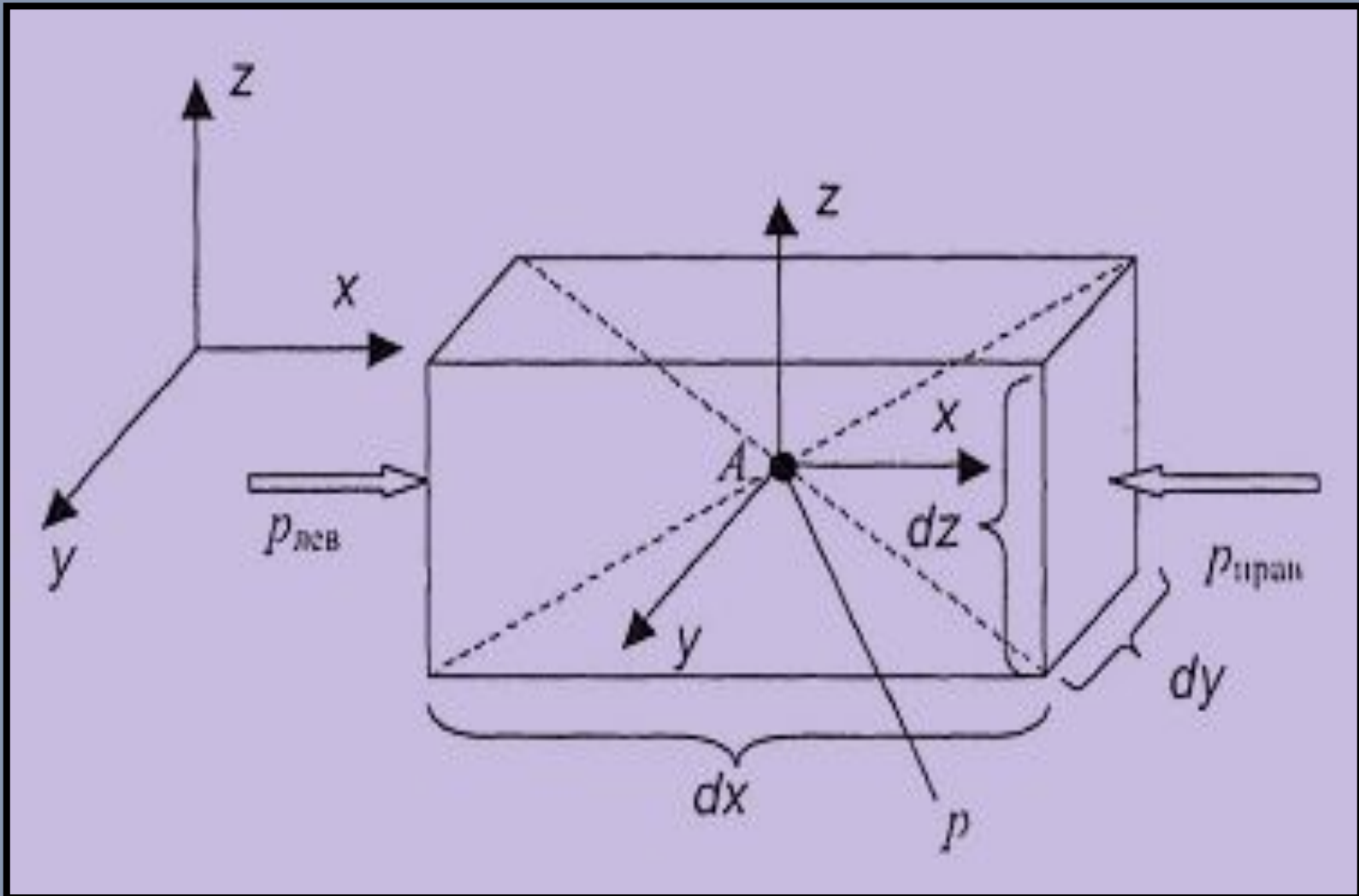
В этом случае жидкость занимает новое равновесное положение, свободная поверхность приобретает наклонное положение, которое сохраняется до изменения ускорения.



Во всех перечисленных случаях на жидкость действуют, во-первых,

силы веса во-вторых, силы инерции в-третьих, силы давления

Рассмотрим в произвольной системе координат X, Y, Z произвольную точку A . Вблизи этой точки выделим элементарный объём $dz dy dx$.



считаем, что приращение давления на участке dx в направлении оси X равно dp , поэтому величины давлений на левую и правую грани параллелепипеда составят соответственно:

$$p_{\text{лев}} = p - \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial x} dx$$

$$p_{\text{прав}} = p + \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial x} dx$$

Сила, действующая на параллелепипед в направлении оси X

$$(p_{\text{лев}} - p_{\text{прав}}) dydz = \left[\left(p - \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial x} dx \right) - \left(p + \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial x} dx \right) \right] dydz = -\frac{\partial p}{\partial x} dx dydz \quad (1)$$

Проекция объемных сил на ось

X :

$$\rho X dx dy dz \quad (2)$$

Сумма выражений (1) и (2) при равновесии должна быть равна нулю (как сумма всех сил, действующих на параллелепипед в направлении оси x), поэтому

$$-\frac{\partial p}{\partial x} dx dy dz + \rho X dx dy dz = 0$$

Ил
и

$$-\frac{\partial p}{\partial x} + \rho X = 0$$

Аналогично
для
проекций на
оси y и z :

$$\left. \begin{aligned} -\frac{\partial p}{\partial y} + \rho Y &= 0, \\ -\frac{\partial p}{\partial z} + \rho Z &= 0. \end{aligned} \right\}$$

Перепишывая эти уравнения в форме,
предложенной
Л. Эйлером, получим **дифференциальные
уравнения равновесия жидкости:**

$$\begin{cases} X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = 0, \\ Y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = 0, \\ Z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = 0. \end{cases}$$

В таком виде интегрировать уравнение трудно, поэтому их преобразуем:

1-ое уравнение умножаем на dx , 2-ое – на dy , 3-е – на dz .

По второму свойству гидростатического давления:

$$p_y = p_x = p_z = p$$

Тогда сложив эти уравнения получим

$$X \cdot dx + Ydy + Zdz - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial p_x}{\partial x} dx + \frac{\partial p_y}{\partial y} dy + \frac{\partial p_z}{\partial z} dz \right)$$

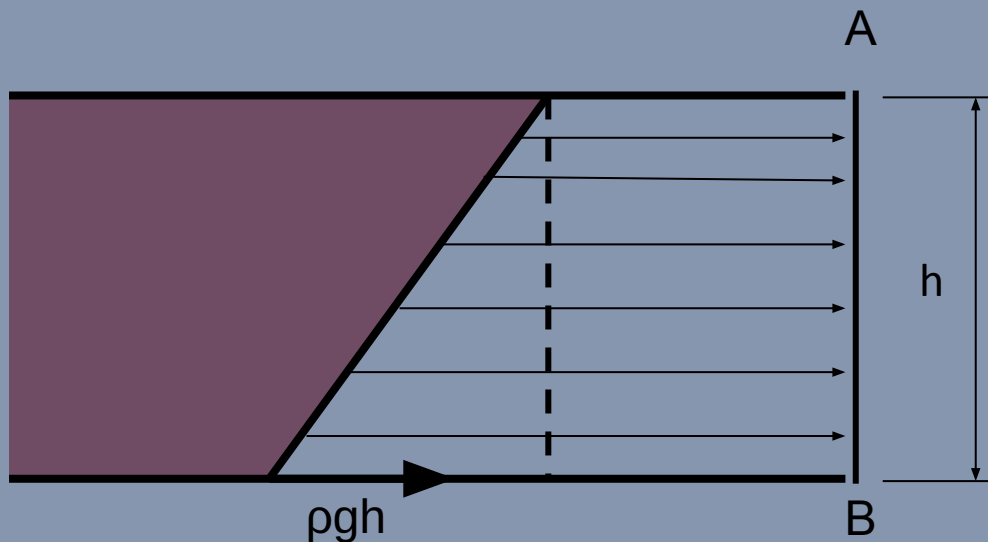
полный дифференциал dp

$$dp = \rho(Xdx + Ydy + Zdz)$$

уравнение Эйлера в свернутом виде.

Эпюры давления

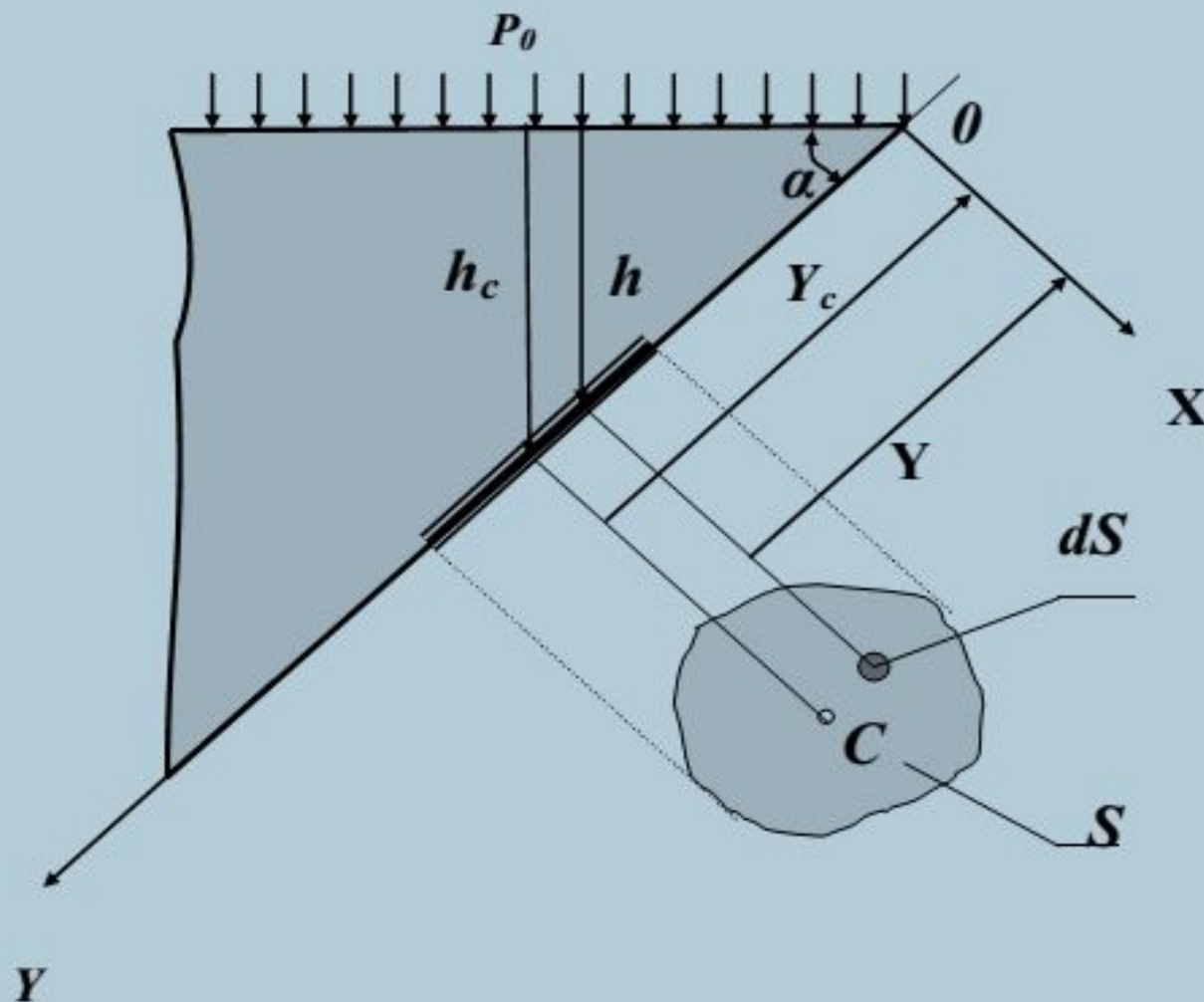
Графическое изображение изменения гидростатического давления в зависимости от глубины вдоль плоской стенки называют **эпюрой давления**.



При построении эпюры помнить, что гидростатическое давление **всегда** направлено **по нормали** к площадке (стенке). Вдоль стенки давление изменяется по закону $p = p_0 + \rho g h$ (линейно)

- ✓ в точке А: $p_a = p_0$, т.к. $h = 0$ и $\rho g h = 0$;
- ✓ в точке В: $p = p_0 + \rho g h$
- ✓ начало векторов p_a и p_b соединяются отрезками прямой.
- ✓ эпюра имеет вид трапеции.

Давление жидкости на плоские стенки



Найти полную
силу давления -
это значит
определить ее

величину

**направлени
е**

**точку
приложени
я**

Сумма в скобках является абсолютным давлением в центре тяжести рассматриваемой произвольной площадки.

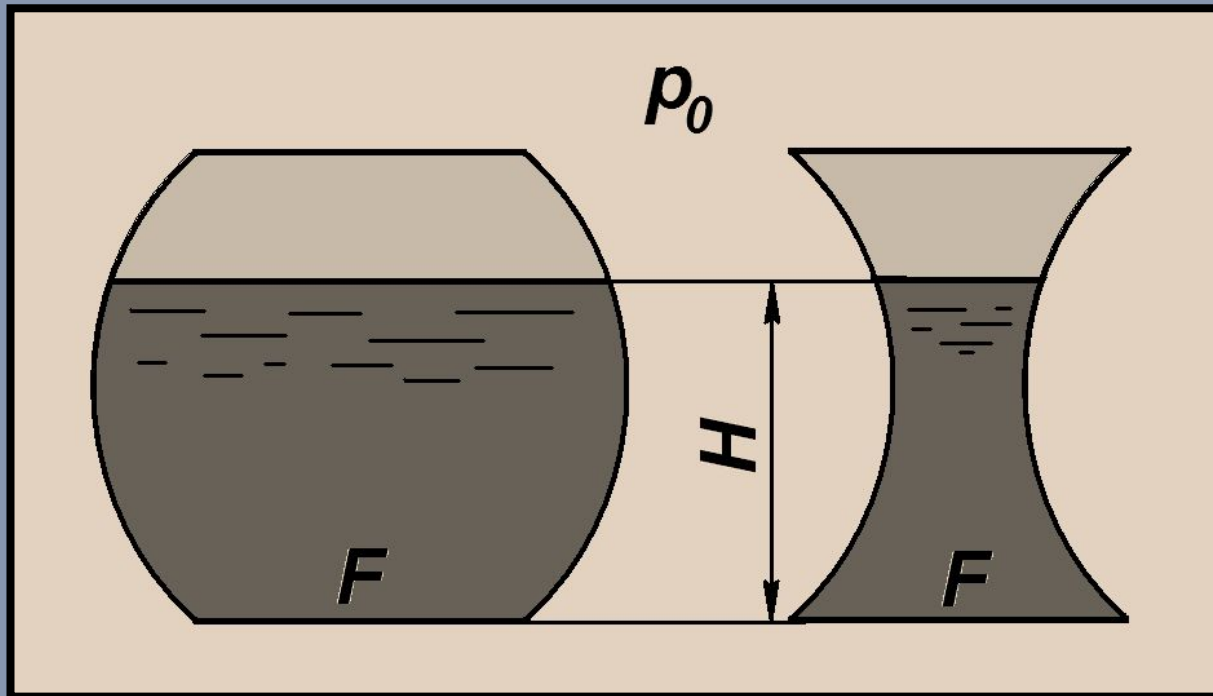
полная сила давления жидкости на плоскую стенку равна произведению её площади на величину гидростатического давления в центре тяжести этой стенки.

$$F = \underbrace{(P_0 + \rho g h_c)}_{P_c} S.$$

Но эта сила не сконцентрирована в точке, а неравномерно распределена по площади. Т.е. для расчётов, кроме величины силы действующей на наклонную площадку, необходимо знать точку приложения равнодействующей.



**Домашнее задание:
Какова сила давления
жидкости на дно
сосуда**



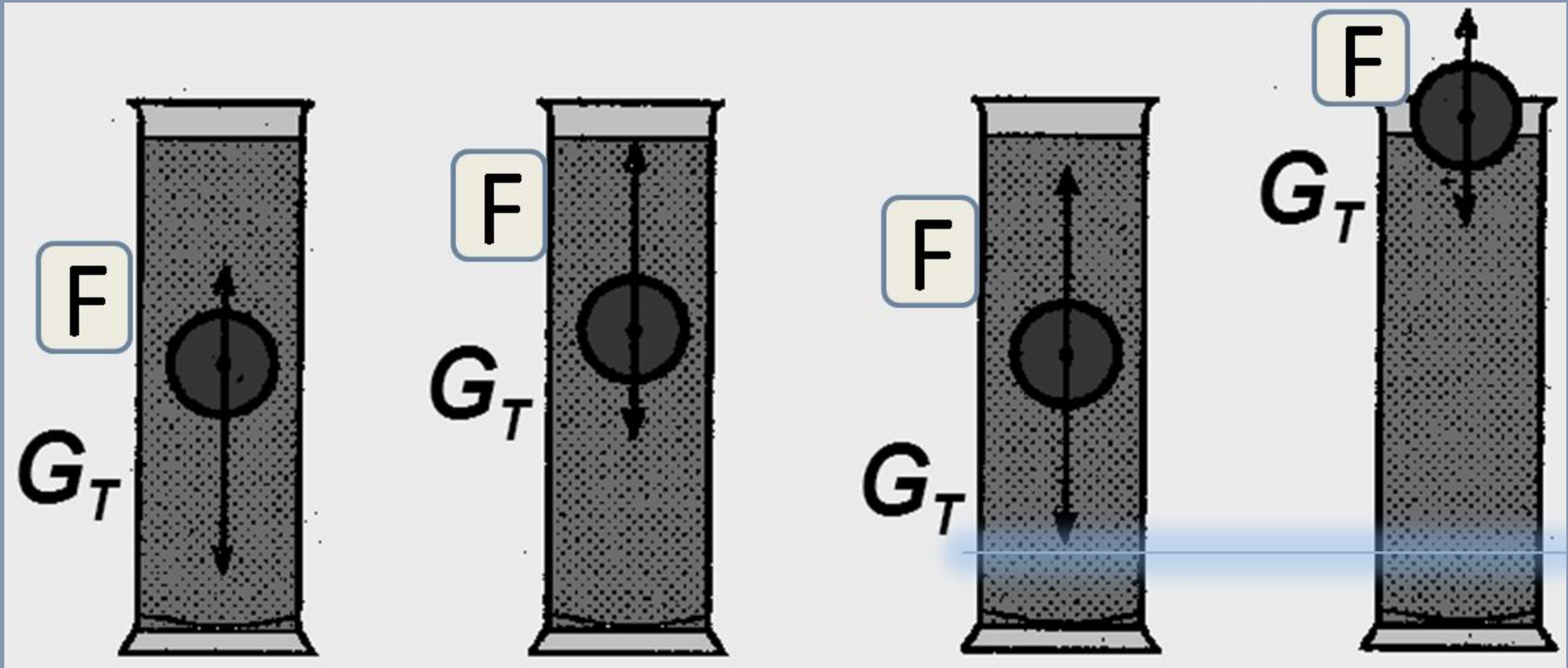
Равновесие тела в покоящейся жидкости



*Всякое тело, погруженное
в жидкость, теряет в
своем весе столько,
сколько весит
вытесненная им
жидкость (закон
Архимеда)*

Способность плавающего тела, выведенного из состояния равновесия, вновь возвращаться в это состояние называется устойчивостью

условие плавания
тел



Если F
меньше
 G_T , то тело
тонет

Если F
больше G_T ,
то тело
всплывает

Если F равна G_T ,
то тело
находится
в состоянии
безразличного
равновесия

Необходимым
условием равновесия
плавающего тела
является равенство

$$F = G$$

Достаточным условием равновесия
является вертикальность линии,
соединяющей точки приложения сил F и
 G , т. е. центр тяжести C и центр
давления D

варианты равновесия:

если центр
тяжести C тела
лежит **ниже**
центра
давления D , то
равновесие
является
устойчивым

если центр тяжести C
тела лежит **выше**
центра давления D , то
равновесие является
неустойчивым

если центр тяжести C
тела **совпадает** с
центром давления D ,
то равновесие
является
безразличным
(например,
плавающий на
глубине шар)

Прикладные задачи гидростатики

(разработка практических методов расчета распределения сил в объемах покоящейся жидкости)

1. Разрабатывать методы конструктивно-механических расчетов различных емкостей, резервуаров и сосудов для хранения и транспортировки жидкостей и

2. На основе полученных закономерностей разрабатывать методы и конструкции средств измерения давления и уровней в объеме жидкостей.

3. Разрабатывать конструкции гидравлических машин и механизмов для передачи усилий.