



18. ТРОЙНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ





18.1. ПОНЯТИЕ ТРОЙНОГО ИНТЕГРАЛА


Пусть V – замкнутая и ограниченная область в пространстве и в ней определена произвольная ограниченная функция $f(x, y, z)$.

Разобьем область V на n произвольных частей

$$\Delta V_1, \Delta V_2 \dots \Delta V_n$$

В каждой из областей ΔV_i выберем

точку

$$A_i(x_i, y_i, z_i)$$


Сумму вида

$$\sigma = \sum_{i=1}^n f(x_i, y_i, z_i) \cdot \Delta V_i$$

*называют интегральной суммой
для функции $f(x, y, z)$ в области V .*

Если существует конечный предел интегральной суммы при стремлении к 0 наибольшего из фрагментов разбиения, не зависящий от способа разбиения области V и выбора точек (x_i, y_i, z_i) , то он называется тройным интегралом от функции $f(x, y, z)$ по области V .

$$\lim_{\max \Delta V_i \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(x_i, y_i, z_i) \cdot \Delta V_i = \iiint_V f(x, y, z) dV$$