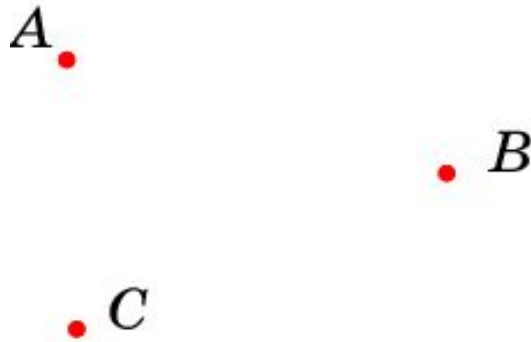


# Точки



**Точка** является идеализацией очень маленьких объектов, т. е. таких, размерами которых можно пренебречь.

Древнегреческий ученый Евклид, впервые давший научное изложение геометрии, в своей книге "Начала" определял точку как то, что не имеет частей.

Точки изображаются остро отточенным карандашом или ручкой на листе бумаги, мелом на доске и т.п.

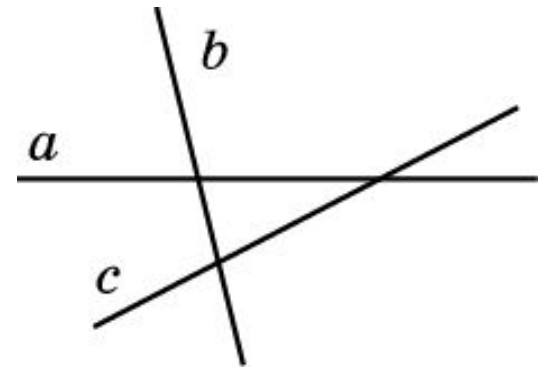
Точки обозначаются прописными латинскими буквами  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , ...,  $A_1$ ,  $B_2$ ,  $C_3$ , ...,  $A'$ ,  $B''$ ,  $C'''$ , ...

# Прямые и плоскость

**Прямая** является идеализацией тонкой натянутой нити, края стола прямоугольной формы. По прямой распространяется луч света.

Прямые проводятся на листе бумаги или доске с помощью линейки. Хотя изображения прямых ограничены, их следует представлять себе неограниченно продолженными в обе стороны.

Прямые обозначаются строчными латинскими буквами  $a, b, c, \dots, a_1, b_2, c_3, \dots, a', b'', c''', \dots$ , или двумя прописными латинскими буквами  $AB, CD, \dots, A_1B_1, C_2D_2, \dots, A'B', C''D'', \dots$



**Плоскость** является идеализацией ровной поверхности воды, поверхности стола, доски, зеркала и т.п.

# Точки и прямые

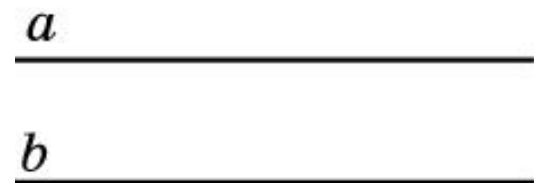
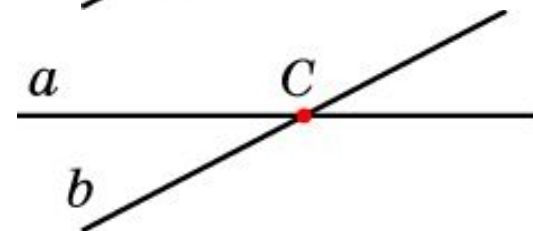
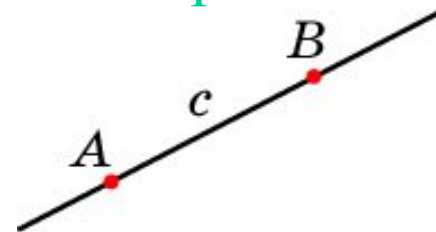
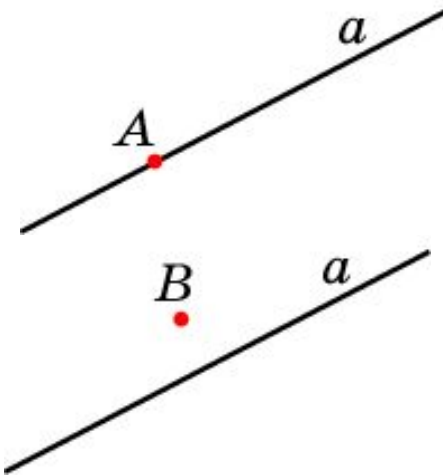
Точка может принадлежать данной прямой, в этом случае говорят также, что прямая проходит через точку, а может и не принадлежать ей, в этом случае говорят, что прямая не проходит через точку.

В качестве аксиомы принимается следующее свойство прямых:

*Через любые две точки проходит единственная прямая*

Две прямые называются **пересекающимися**, если они имеют одну общую точку.

Две прямые называются **параллельными**, если они не имеют общих точек.



# Обозначения

Запись	Чтение
$A, B, C, \dots$	Точка $A$ , точка $B$ , точка $C$ , ...
$a, b, c, \dots$ $AB, CD, \dots$	Прямая $a$ , прямая $b$ , ... Прямая $AB$ , прямая $CD$ , ...
$A \in a$	Точка $A$ принадлежит прямой $a$ .
$B \notin a$	Точка $B$ не принадлежит прямой $a$ .

# Вопрос 1

Какие геометрические фигуры являются основными?

Ответ: Точка, прямая, плоскость.

## Вопрос 2

Какие объекты идеализирует точка?

**Ответ:** Точка является идеализацией очень маленьких объектов, т.е. таких, размерами которых можно пренебречь.

## Вопрос 3

Какие объекты идеализирует прямая?

**Ответ:** Прямая является идеализацией тонкой натянутой нити, края стола прямоугольной формы, по прямой распространяется свет.

## Вопрос 4

Какие объекты идеализирует плоскость?

**Ответ:** Плоскость является идеализацией ровной поверхности воды, поверхности стола, доски, зеркала и т.п.



## Вопрос 5

Как Евклид определял точку?

**Ответ:** Евклид определял точку как то, что не имеет частей.

## Вопрос 6

Как изображаются точки?

**Ответ:** Точки изображаются остро отточенным карандашом или ручкой на листе бумаги, мелом на доске и т.п.

## Вопрос 7

Как обозначаются точки?

**Ответ:** Точки обозначаются прописными латинскими буквами  $A, B, C, \dots$

## Вопрос 8

Как проводятся прямые?

**Ответ:** Прямые проводятся на листе бумаги или доске с помощью линейки.

## Вопрос 9

Как обозначаются прямые?

**Ответ:** Прямые обозначаются строчными латинскими буквами  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , ..., или двумя прописными латинскими буквами  $AB$ ,  $CD$ , ... .

## Вопрос 10

Какие свойства основных геометрических фигур называются аксиомами?

**Ответ:** Аксиомами называются свойства геометрических фигур, принимаемые без доказательства.

# Вопрос 11

Как переводится слово «аксиома» с греческого языка?

**Ответ:** Достойное признания, не вызывающее сомнения

## Вопрос 12

Как могут располагаться друг относительно друга точка и прямая?

**Ответ:** Точка может принадлежать данной прямой, а может и не принадлежать ей.



## Вопрос 13

Какое свойство принимается в качестве аксиомы взаимного расположения точек и прямой?

**Ответ:** Через любые две точки проходит единственная прямая.

## Вопрос 14

Какие две прямые называются  
пересекающимися?

**Ответ:** Две прямые называются  
пересекающимися, если они имеют одну  
общую точку.

## Вопрос 15

Какие две прямые называются параллельными?

**Ответ:** Две прямые называются параллельными, если они не имеют ни одной общей точки.

# Упражнение 1

Сколько прямых можно провести через: а) одну точку; б) две точки?

**Ответ:** а) Бесконечно много; б) одну.

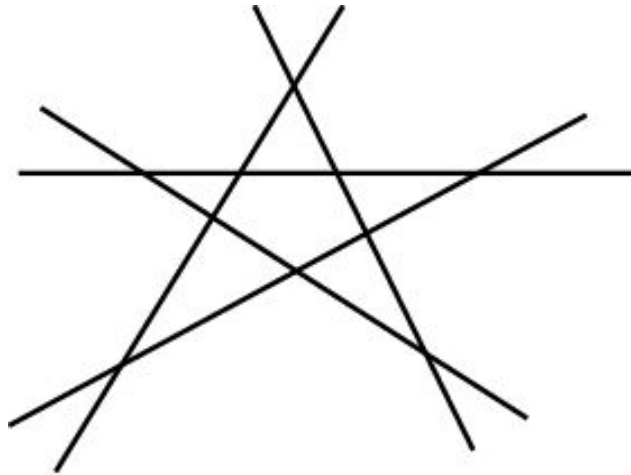
## Упражнение 2

Сколько прямых можно провести через три точки?

**Ответ:** Либо одну, либо ни одной.

## Упражнение 3

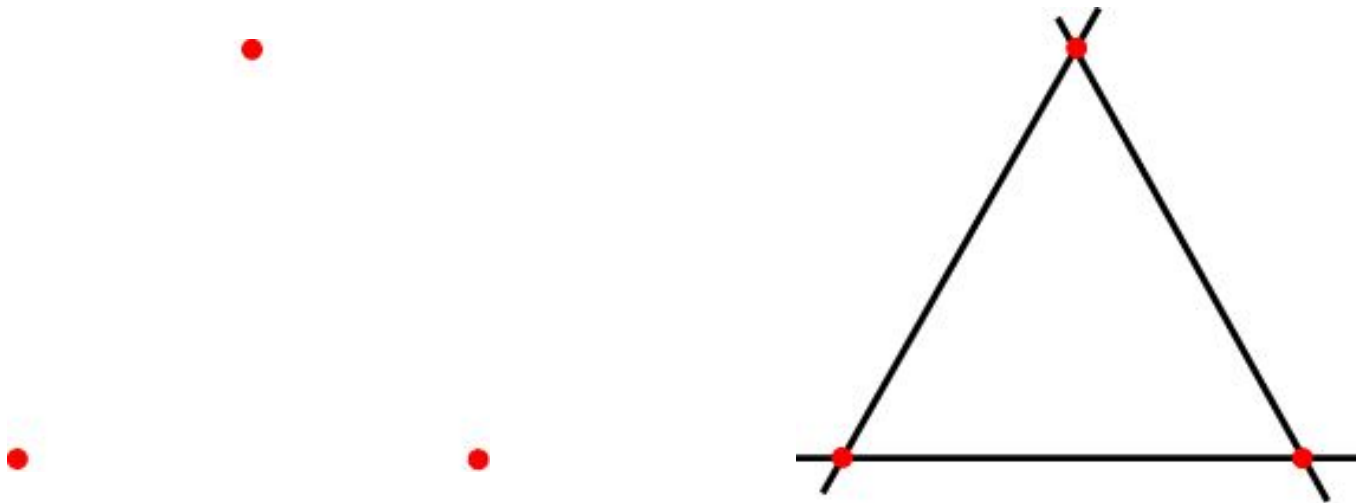
Сколько прямых изображено на рисунке? Сколько у них точек попарных пересечений?



Ответ: 5 прямых, 10 точек.

## Упражнение 4

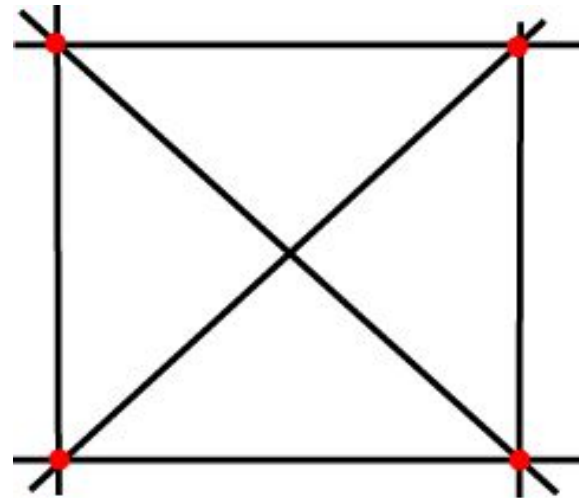
Сколько прямых можно провести через различные пары из трех точек, не лежащих на одной прямой?



Ответ: Три.

## Упражнение 5

Сколько прямых можно провести через различные пары из четырех точек, ни какие три из которых не лежат на одной прямой?

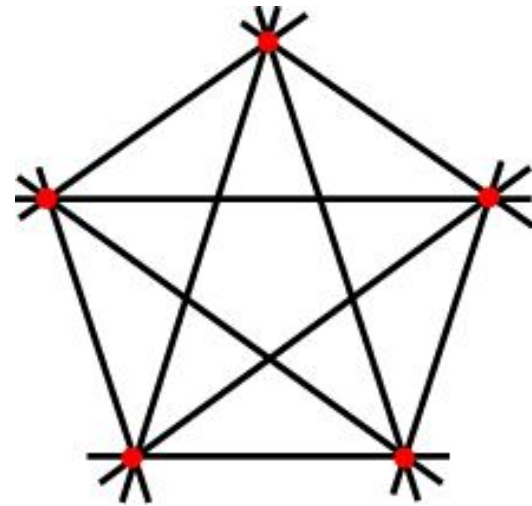
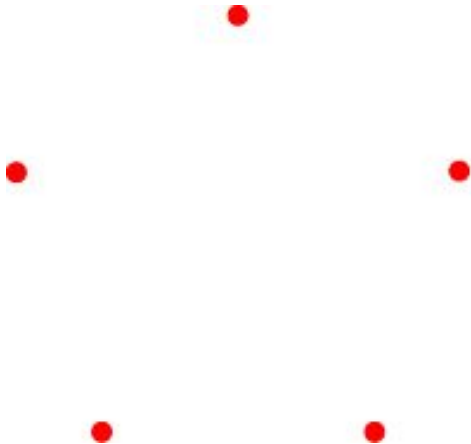


Ответ: 6.



## Упражнение 6

Сколько прямых можно провести через различные пары из пяти точек, ни какие три из которых не лежат на одной прямой?

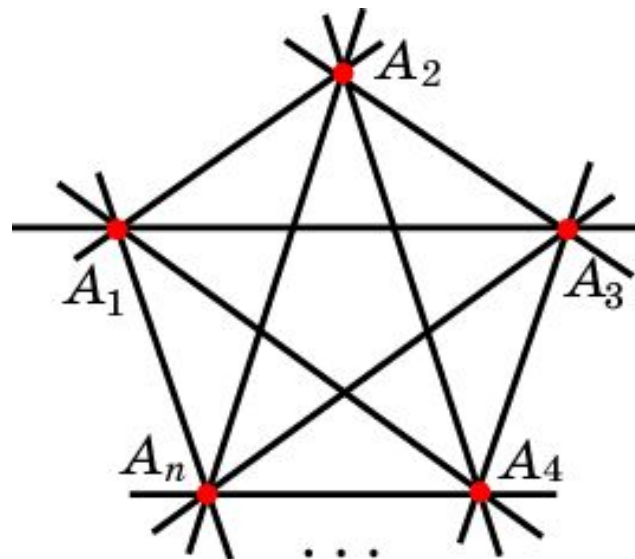


Ответ: 10.

# Упражнение 7

Сколько прямых можно провести через различные пары из  $n$  точек, ни какие три из которых не лежат на одной прямой?

**Решение:** Пусть  $A_1, \dots, A_n$  –  $n$  точек, никакие три из которых не лежат на одной прямой. Зафиксируем точку  $A_1$ . Так как число оставшихся точек равно  $n - 1$  и через каждую из них и точку  $A_1$  проходит одна прямая, то через точку  $A_1$  будет проходить  $n - 1$  прямая. Заметим, что рассуждения, проведенные для точки  $A_1$ , справедливы для любой другой точки. Поскольку всего  $n$  точек и через каждую из них проходит  $n - 1$  прямая, то число прямых, посчитанных для всех точек, будет равно  $n(n - 1)$ . При этом, поскольку одна прямая проходит через две точки, то каждую прямую посчитаем дважды, один раз как прямую, проходящую через одну точку, а другой – как прямую, проходящую через вторую точку. Поэтому число прямых, проходящих через различные пары из  $n$  данных точек, будет равно  $\frac{n(n - 1)}{2}$ .



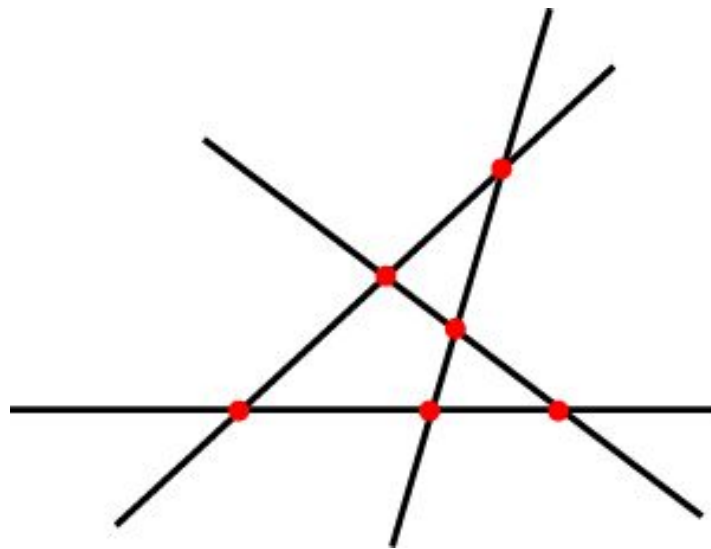
## Упражнение 8

Сколько различных точек попарных пересечений могут иметь три прямые?

**Ответ:** Ни одной, одну, две, три.

## Упражнение 9

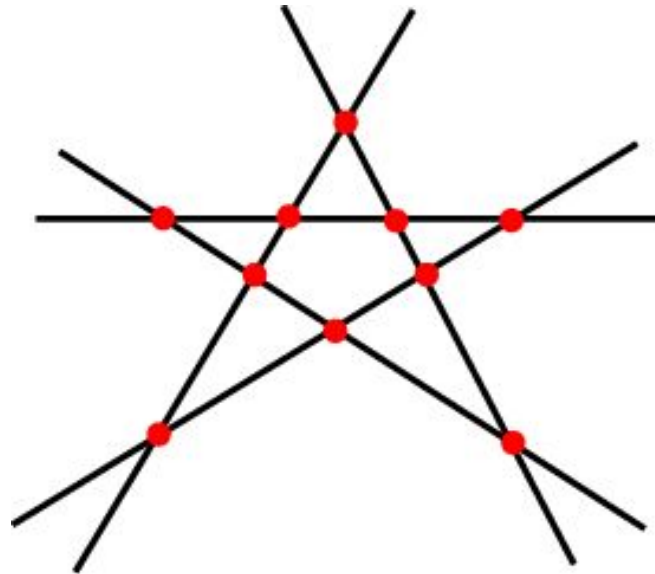
Какое наибольшее число точек попарных пересечений могут иметь четыре прямые?



Ответ: 6.

## Упражнение 10

Какое наибольшее число точек попарных пересечений могут иметь пять прямых?



Ответ: 10.

# Упражнение 11

Какое наибольшее число точек попарных пересечений могут иметь  $n$  прямых?

**Решение:** Заметим, что наибольшее число точек попарных пересечений получается, если каждая прямая пересекается с каждой, и при этом никакие три прямые не пересекаются в одной точке. В этом случае каждая прямая имеет  $n - 1$  точку пересечения с остальными прямыми, и мы находимся в ситуации, аналогичной ситуации задачи 7. Имеется  $n$  прямых и на каждой прямой  $n - 1$  точка. При этом, каждая точка принадлежит ровно двум прямым. Следовательно, число точек попарных пересечений будет равно

$$\frac{n(n-1)}{2}$$