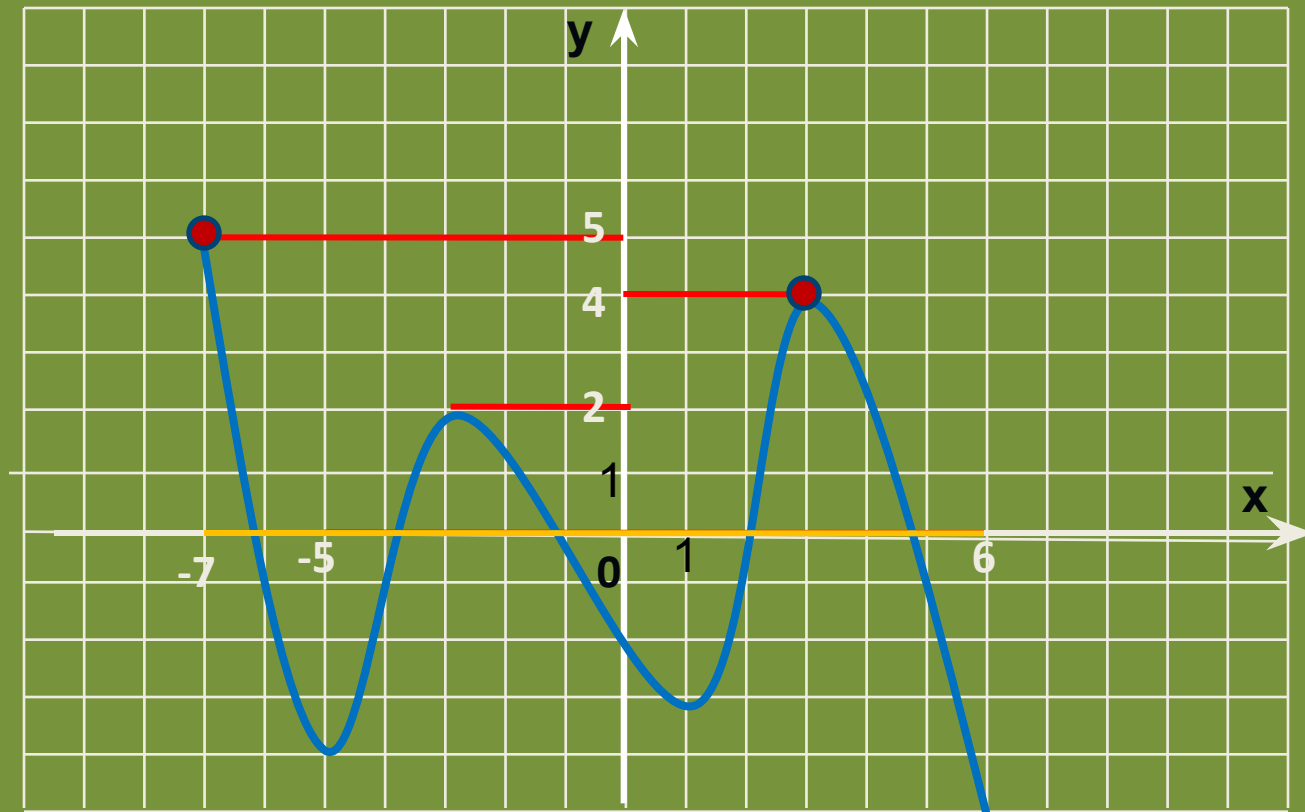


# **Наибольшее и наименьшее значение функции**

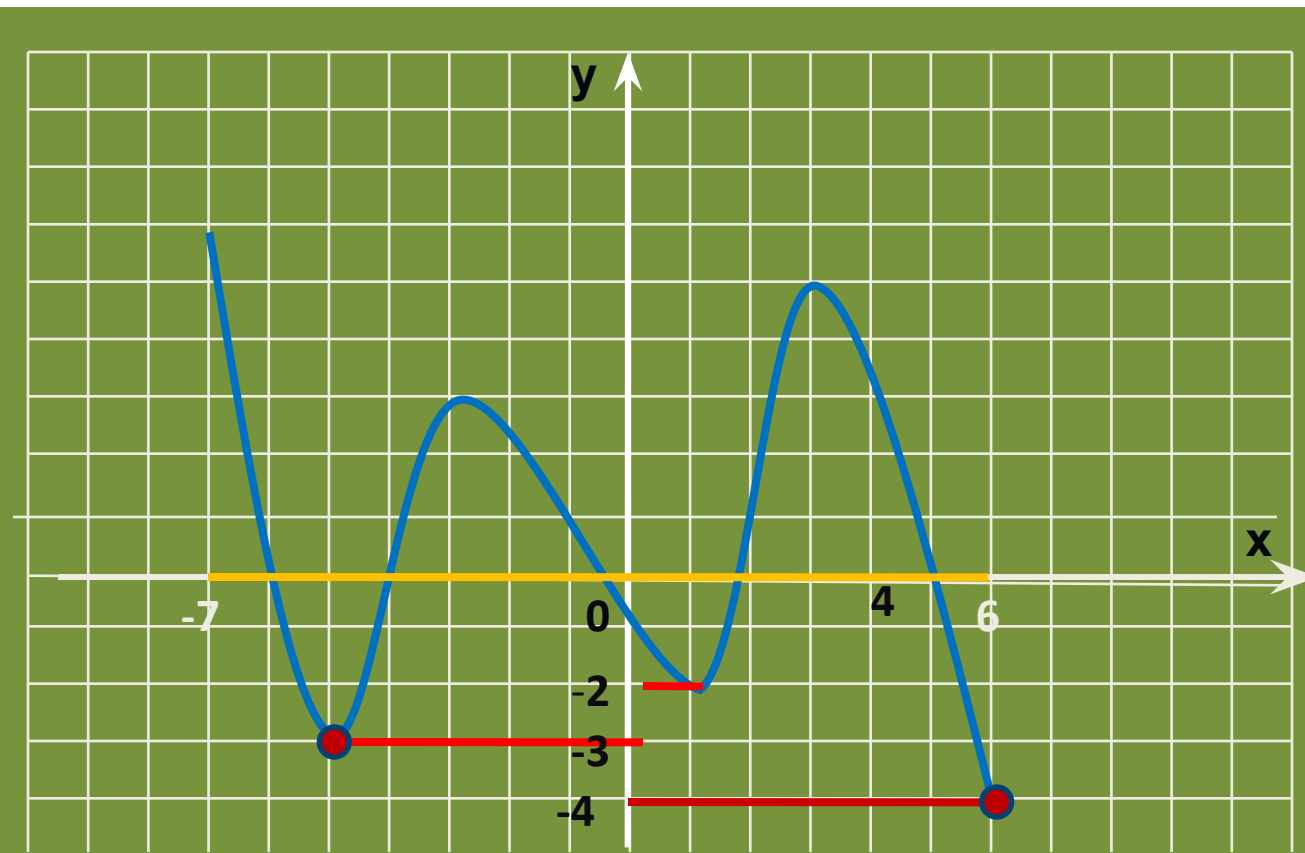
*1. Найти наибольшее значение функции по её графику на  $[-5; 6]$  и  $[-7; 6]$*



**max  $y = 4$   
 $[-5; 6]$**

**max  $y = 5$   
 $[-7; 6]$**

2. Найти наименьшее значение функции по её графику на  $[-7; 4]$  и  $[-7; 6]$



$\min y = -3$   
 $[-7; 4]$

$\min y = -4$   
 $[-7; 6]$

<p><b>Этапы</b></p>	<p>Найдите наименьшее значение функции <math>y = x^3 - 27x</math> на отрезке <math>[0; 4]</math></p>
<p>1. Найти <math>f'(x)</math></p>	<p><math>y' = 3x^2 - 27</math></p>
<p>2. Найти критические точки, взять те, которые принадлежат данному отрезку</p>	<p><math>y' = 3x^2 - 27 = 3(x^2 - 9) = 3(x - 3)(x + 3)</math></p> <p><math>x = 3 \in [0; 4]</math></p> <p><math>x = -3 \notin [0; 4]</math></p>
<p>3. Вычислить значения функции в критических точках и на концах отрезка</p>	<p><math>y(0) = 0</math></p> <p><math>y(4) = 4^3 - 27 \cdot 4 = -44</math></p> <p><math>y(3) = 3^3 - 27 \cdot 3 = -54</math></p>
<p>4. Из вычисленных значений выбрать наименьшее или наибольшее</p>	<p><b>В 11 - 5 4</b></p>

<p><b>Этапы</b></p>	<p>Найдите наибольшее значение функции <math>y = x^3 - 3x + 4</math> на отрезке <math>[-2; 0]</math></p>
<p>1. Найти <math>f'(x)</math></p>	$y' = 3x^2 - 3$
<p>2. Найти критические точки, взять те, которые принадлежат данному отрезку</p>	$y' = 3x^2 - 3 = 3(x^2 - 1) = 3(x - 1)(x + 1)$ <p><math>x = -1 \in [-2; 0]</math></p> <p><math>x = 1 \notin [-2; 0]</math></p>
<p>3. Вычислить значения функции в критических точках и на концах отрезка</p>	$y(-2) = (-2)^3 - 3(-2) + 4 = 2$ $y(-1) = (-1)^3 - 3(-1) + 4 = 6$ $y(0) = 4$
<p>4. Из вычисленных значений выбрать наименьшее или наибольшее</p>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: flex; align-items: center;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px; margin-right: 5px;">В 11</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px 15px; margin-right: 5px; font-size: 24px; font-weight: bold;">6</div> <div style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; margin-right: 5px;"></div> <div style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; margin-right: 5px;"></div> <div style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; margin-right: 5px;"></div> <div style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></div> </div>

**№ 311.** Число 24 представьте в виде суммы двух неотрицательных слагаемых так, чтобы сумма квадратов этих чисел была наименьшей.

---

Пусть  $x$  – первое слагаемое, тогда  $(24 - x)$  – второе слагаемое.

$$S(x) = x^2 + (24 - x)^2 \quad [0; 24]$$

$$S'(x) = 2x - 2(24 - x) = 2x - 48 + 2x = 4x - 48 = 4(x - 12)$$

$$x = 12$$

$$S(0) = 0^2 + (24 - 0)^2 = 576$$

$$S(12) = 12^2 + (24 - 12)^2 = 144 + 144 = 288$$

$$S(24) = 24^2 + (24 - 24)^2 = 576$$

$$\min_{[0; 24]} S(x) = S(12) = 288 \quad \Rightarrow \quad x = 12 \quad \text{и} \quad 24 - 12 = 12$$

**Ответ:**  $24 = 12 + 12$

**№ 314.** Число 54 представьте в виде суммы трех положительных слагаемых, два из которых пропорциональны числам 1 и 2, таким образом, чтобы произведение всех слагаемых было наибольшим.

---

Пусть  $x$  – первое слагаемое, тогда  $2x$  – второе слагаемое,  
а третье –  $(54 - 3x)$  (0;54)

$$P(x) = x \cdot 2x(54 - 3x) = 2x^2(54 - 3x) = 108x^2 - 6x^3$$

$$P'(x) = 216x - 18x^2 = 18x(12 - x)$$

$$18x(12 - x) = 0$$

$$x = 12 \quad \text{и} \quad x = 0 \notin (0;54)$$

$$P(12) = 2 \cdot 12^2 \cdot (54 - 3 \cdot 12) = 2 \cdot 144 \cdot 18 = 5184$$

$$\max_{(0;54)} P(x) = P(12) = 5184 \implies x = 12 \quad \text{первое слагаемое}$$

$$2 \cdot 12 = 24 \quad \text{второе слагаемое}$$

$$54 - 3 \cdot 12 = 18 \quad \text{третье}$$

**Ответ:**  $54 = 12 + 24 + 18$

Тема, которую мы изучаем, завершается контрольной работой, но, её вам предстоит написать 6 мая. Если у вас есть желание написать её раньше, пока всё знакомо, то сделать это можно в самом начале мая, у вас есть время и возможность, тогда 6 мая задание по математике делать вам будет не надо. Если работу сделаете раньше, то посылайте сразу, не ждите 6 мая.

Контрольная работа  
по теме "Применение производной к исследованию функций"

1. Найдите промежутки возрастания и убывания функции:

а)  $y = x^2 - 3x + 5$ ;                      б)  $y = 3x^2 - 2x^3$ .

2. Найдите критические точки функции  $y = x^3 - 3x^2 + 12$ . Определите, какие из них являются точками максимума, а какие – точками минимума.

3. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции  $y = x^3 + 6x^2 - 36x + 7$  на отрезке  $[-3; 3]$ .

4. Докажите, что функция  $f(x) = 2x + \sin x$  возрастает на всей числовой оси.

5. Представьте число 42 в виде суммы трех положительных слагаемых таким образом, чтобы их произведение было наибольшим, а два слагаемых были пропорциональны числам 2 и 3.

6. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции  $f(x) = \cos^2 x + \sin x$  на отрезке  $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$ .