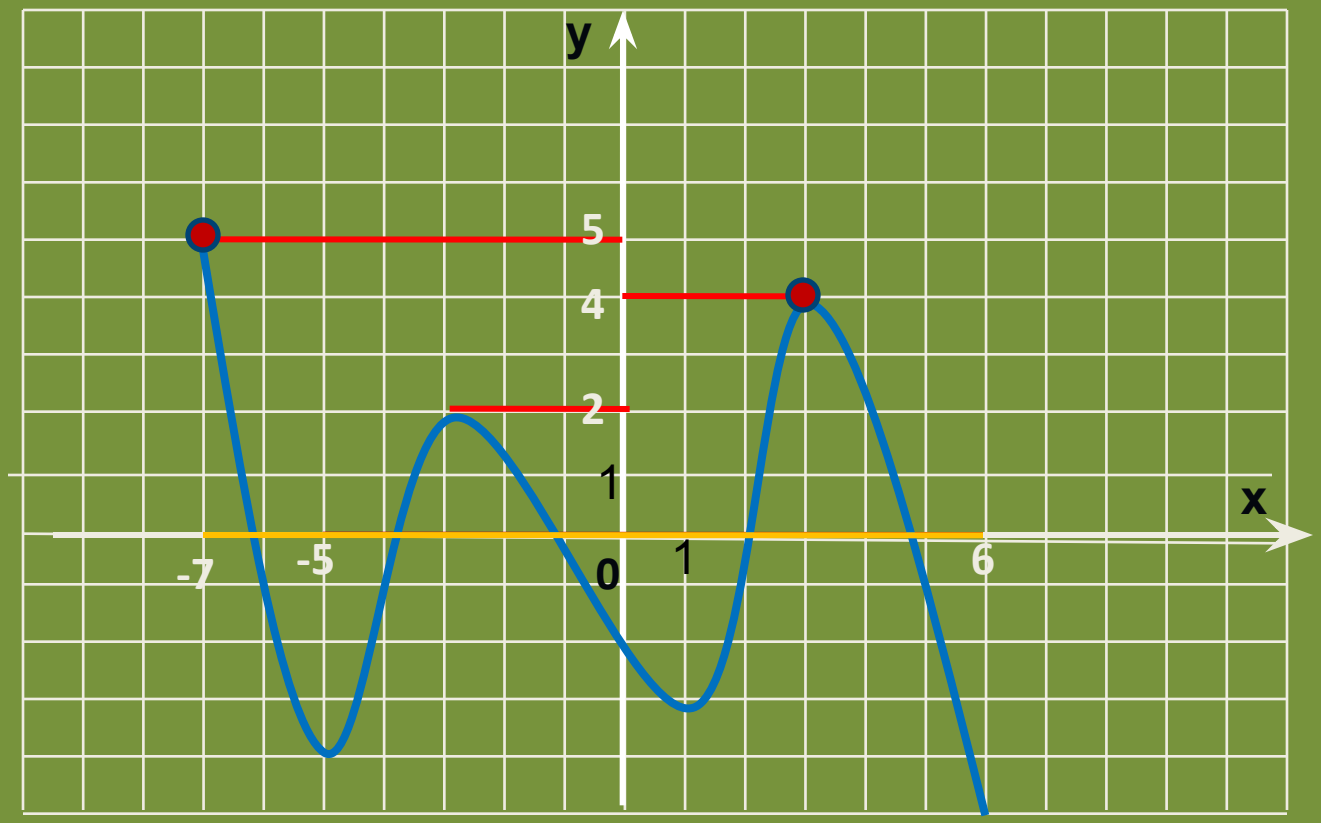
Наибольшее и наименьшее значение функции

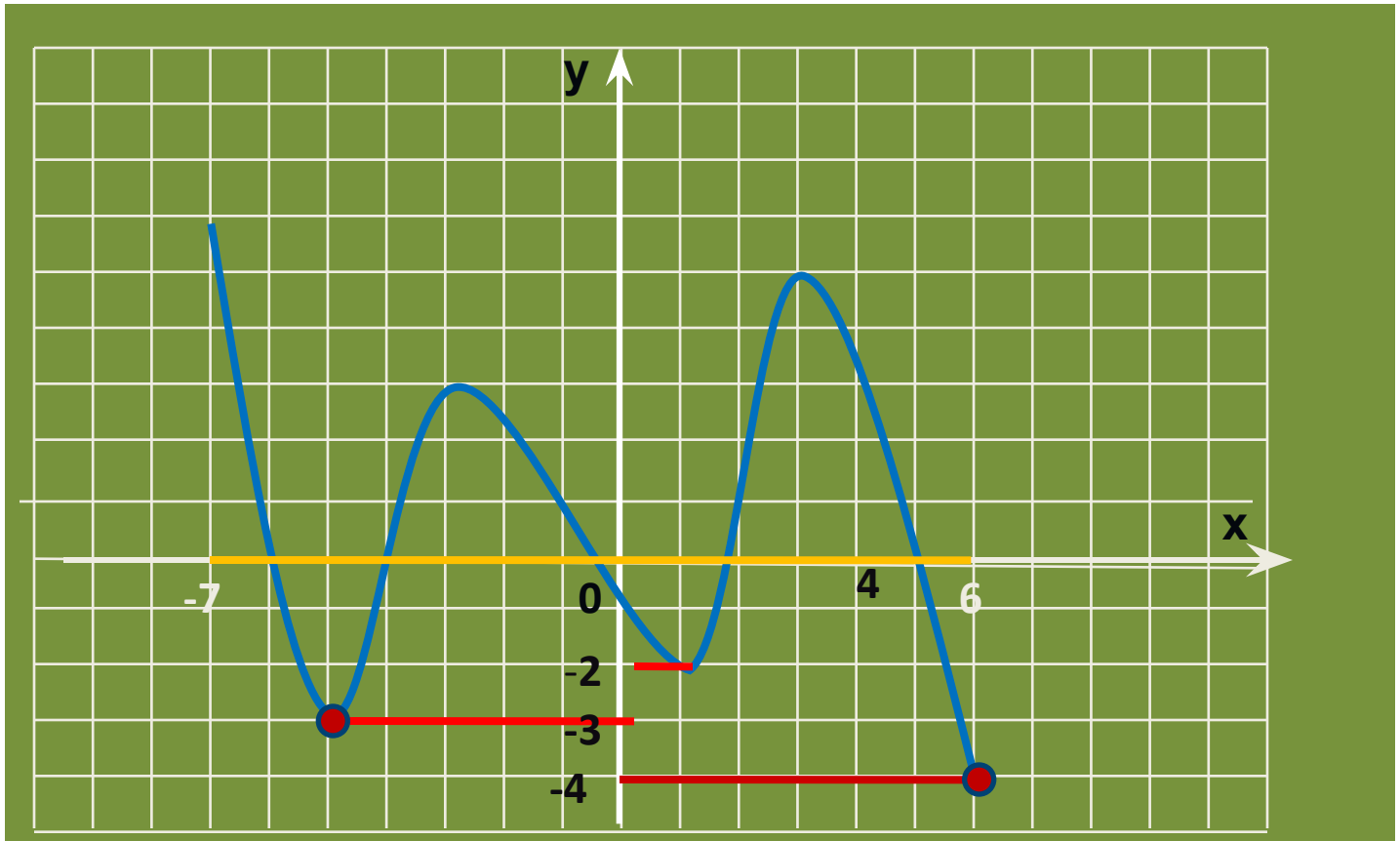
1. Найти наибольшее значение функции по её графику на [-5;6] и [-7; 6]



max y = 4
[-5; 6]

max y = 5
[-7; 6]

2. Найти наименьшее значение функции по её графику на [-7;4] и [-7; 6]



min y =- 3
[-7; 4]

min y = -4
[-7; 6]

Этапы	**Найдите наименьшее значение функции** $y = x^3 - 27x$ **на отрезке [0; 4]**
1. Найти $f'(x)$	$y' = 3x^2 - 27$
2. Найти критические точки, взять те, которые принадлежат данному отрезку	$y' = 3x^2 - 27 = 3(x^2 - 9) = 3(x - 3)(x + 3)$ (3, -3) $x = 3 \in [0; 4]$ $x = -3 \notin [0; 4]$
3. Вычислить значения функции в критических точках и на концах отрезка	$y(0) = 0$ $y(4) = 4^3 - 27 \cdot 4 = -44$ $y(3) = 3^3 - 27 \cdot 3 = -54$
4. Из вычисленных значений выбрать наименьшее или наибольшее	**В 11** - 5 4

Этапы	Найдите наибольшее значение функции $y = x^3 - 3x + 4$ на отрезке $[-2; 0]$
1. Найти $f'(x)$	$y' = 3x^2 - 3$
2. Найти критические точки, взять те, которые принадлежат данному отрезку	$y' = 3x^2 - 3 = 3(x^2 - 1) = 3(x - 1)(x + 1)$ (1, -1) $x = -1 \in [-2; 0]$ $x = 1 \notin [-2; 0]$
3. Вычислить значения функции в критических точках и на концах отрезка	$y(-2) = (-2)^3 - 3(-2) + 4 = 2$ $y(-1) = (-1)^3 - 3(-1) + 4 = 6$ $y(0) = 4$
4. Из вычисленных значений выбрать наименьшее или наибольшее	В 11 **6**

№ 311. Число 24 представьте в виде суммы двух неотрицательных слагаемых так, чтобы сумма квадратов этих чисел была наименьшей.

Пусть x – первое слагаемое, тогда (24 – x) – второе слагаемое.

$$S(x) = x^2 + (24 - x)^2 \qquad [0;24]$$

$$S'(x) = 2x - 2(24 - x) = 2x - 48 + 2x = 4x - 48 = 4(x - 12)$$

$$x = 12$$

$$S(0) = 0^2 + (24 - 0)^2 = 576$$

$$S(12) = 12^2 + (24 - 12)^2 = 144 + 144 = 288$$

$$S(24) = 24^2 + (24 - 24)^2 = 576$$

$$\min_{[0;24]} S(x) = S(12) = 288 \Rightarrow x = 12 \quad и \quad 24 - 12 = 12$$

Ответ: 24 = 12 + 12

№ 314. Число 54 представьте в виде суммы трех положительных слагаемых, два из которых пропорциональны числам 1 и 2, таким образом, чтобы произведение всех слагаемых было наибольшим.

Пусть x – первое слагаемое, тогда 2x – второе слагаемое, а третье – (54 – 3x)

$(0;54)$

$$P(x) = x \cdot 2x(54-3x) = 2x^2(54-3x) = 108x^2 - 6x^3$$

$$P'(x) = 216x - 18x^2 = 18x(12-x)$$

$$18x(12-x) = 0$$

$$x = 12 \quad и \quad x = 0 \quad \notin (0;54)$$

$$P(12) = 2 \cdot 12^2 \cdot (54 - 3 \cdot 12) = 2 \cdot 144 \cdot 18 = 5184$$

$$\max_{(0;54)} P(x) = P(12) = 5184 \Rightarrow$$

$x = 12$ **первое слагаемое**

$2 \cdot 12 = 24$ **второе слагаемое**

$54 - 3 \cdot 12 = 18$ **третье**

Ответ: 54 = 12 + 24 + 18

Тема, которую мы изучаем, завершается контрольной работой, но, её вам предстоит написать 6 мая. Если у вас есть желание написать её раньше, пока всё знакомо, то сделать это можно в самом начале мая, у вас есть время и возможность, тогда 6 мая задание по математике делать вам будет не надо. Если работу сделаете раньше, то посылайте сразу, не ждите 6 мая.

Контрольная работа
по теме "Применение производной к исследованию функций"

1. Найдите промежутки возрастания и убывания функции:

   а) $y = x^2 - 3x + 5$; *б)* $y = 3x^2 - 2x^3$.

2. Найдите критические точки функции $y = x^3 - 3x^2 + 12$. Определите, какие из них являются точками максимума, а какие – точками минимума.

3. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции $y = x^3 + 6x^2 - 36x + 7$ на отрезке $[-3;3]$.

4. Докажите, что функция $f(x) = 2x + \sin x$ возрастает на всей числовой оси.

5. Представьте число 42 в виде суммы трех положительных слагаемых таким образом, чтобы их произведение было наибольшим, а два слагаемых были пропорциональны числам 2 и 3.

6. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции $f(x) = \cos^2 x + \sin x$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$.