


Тема

Динамика социально-
экономических явлений

Ряд динамики – это временная
последовательность
значений конкретного
статистического показателя



год	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
Доля городского населения в общей численности населения (на 1 января)	73,1	73,2	73,3	73,5	73,5	73,6	73,8	73,9	74

Ряды динамики бывают:

1. По фактору времени:

- интервальные

- моментные

Интервальным называется ряд динамики, уровни которого характеризуют СЭЯ за интервалы

Число зарегистрированных родившихся (человек)

год	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
г.Москва	94 055	100 771	107 779	115 786	123 142	124 594	134 653
Российская Федерация	1 476 221	1 602 387	1 717 481	1 764 164	1 789 623	1 793 828	1 896 263

Моментным называется ряд динамики, уровни которого характеризуют СЭЯ на определенный момент времени

год	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
Доля городского населения в общей численности населения (на 1 января)	73,1	73,2	73,3	73,5	73,5	73,6	73,8	73,9	74

Ряды динамики бывают:

2. По форме выражения уровней:

- абсолютные
- относительные
- средние

Ряды динамики бывают:

3. По расстоянию между уровнями:

- равноотстоящие

- не равноотстоящие

Средний уровень ряда динамики

	интервальный	моментный
равноотстоящий	$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n}$	$\bar{y} = \frac{\frac{1}{2}y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1} + \frac{1}{2}y_n}{n-1}$
не равноотстоящий	$\bar{y} = \frac{\sum y_i t_i}{\sum t_i}$	$\bar{y} = \frac{(y_1 + y_2) \cdot t_1 + (y_2 + y_3) \cdot t_2 + \dots}{2 \sum t}$

Пример 1. Имеются следующие данные об объемах производства молока и поголовье крупного рогатого скота в одном из фермерских хозяйств области

год	Тыс. тонн	Тыс. голов (на 1 января)
2008	870	15
2009	832	17
2010	796	21
2011	778	25
2012	762	29

$$1. \quad \bar{y} = \frac{870 + 832 + 796 + 778 + 762}{5} = 807,6$$

$$2. \quad \bar{y} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 15 + 17 + 21 + 25 + \frac{1}{2} \cdot 29}{4} = 21,25$$

Пример 1. Имеются следующие данные о поголовье крупного рогатого скота в одном из фермерских хозяйств области

дата	ТЫС. ГОЛОВ
1 января	15
1 февраля	17
1 июня	21
1 ноября	25
1 января с.г.	29

$$\bar{y} = \frac{(15+17) \cdot 1 + (17+21) \cdot 4 + (21+25) \cdot 5 + (25+29) \cdot 2}{2 \cdot (1+4+5+2)} = 22 \text{ тыс. голов}$$

Товарооборот торгового предприятия

Месяцы	В среднем за месяц Тыс. т. (y_i)	t_i
январь - май	3000	5
июнь – июль	3500	2
август – сентябрь	4300	2
октябрь - декабрь	4500	3
Итого	-	12

Товарооборот торгового предприятия

Месяцы	В среднем за месяц Тыс. т. (y_i)	t_i
январь - май	3000	5
июнь – июль	3500	2
август – сентябрь	4300	2
октябрь - декабрь	4500	3
Итого	-	12

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i t_i}{\sum t_i} = \frac{44100}{12} = 3675$$

Товарооборот торгового предприятия

Месяцы	В среднем за месяц Тыс. т. (y_i)
январь - май	3000
июнь – июль	3500
август – сентябрь	4300
октябрь - декабрь	4500
Итого	-

Аналитические показатели рядов динамики

- Абсолютный прирост
- Темп роста
- Темп прироста
- Абсолютное значение 1% прироста

Абсолютный прирост

цепной

$$\Delta_{ц} = y_i - y_{i-1}$$

базисный

$$\Delta_{б} = y_i - y_1$$

средний

$$\bar{\Delta} = \frac{y_n - y_1}{n - 1}$$

Темп роста

цепной

$$T_p^c = \frac{y_i}{y_{i-1}} \cdot 100$$

базисный

$$T_p^b = \frac{y_i}{y_1} \cdot 100$$

- средний

$$\overline{T_p} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}} \cdot 100$$

Темп прироста

$$T_{np} = T_p - 100$$

Темп прироста

цепной

$$T_{np}^u = T_p^u - 100 = \frac{\Delta_u}{y_{i-1}} \cdot 100$$

базисный

$$T_{np}^b = T_p^b - 100 = \frac{\Delta_b}{y_1} \cdot 100$$

средний

$$\overline{T}_{np} = \overline{T}_p - 100$$

Абсолютное значение одного процента прироста

$$|\%| = 0,01 \cdot y_{i-1}$$

$$|\%| = \frac{\Delta_{\zeta}}{T_{np}^{\zeta}}$$

Пример:

год	Объемы продаж, млн. руб	Абсолютный прирост, млн.руб		Темп роста, %		Темп прироста, %		Абсолют. значение 1% прироста млн.руб.
		цепной	базисный	цепной	базисный	цепной	базисный	
2007	2,4	-	-	-	100,0	-	-	-
2008	1,8	- 0,6	- 0,6	75,0	75,0	- 25,0	-25,0	0,024
2009	2,1	0,3	- 0,3	116,7	87,5	16,7	- 12,5	0,018
2010	2,5	0,4	0,1	119,0	104,2	19,0	4,2	0,021

$$\bar{\Delta} = \frac{y_n - y_1}{n - 1} = \frac{2,5 - 2,4}{3} = 0,03 \text{ млн. руб.}$$

$$\overline{T_p} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}} \cdot 100 = \sqrt[4-1]{\frac{2,5}{2,4}} \cdot 100 = 101,4\%$$

$$\overline{T_{np}} = \overline{T_p} - 100 = 101,4 - 100 = 1,4\%$$

Несопоставимость уровней рядов динамики

1. несопоставимость по территории
2. несопоставимость вследствие различных единиц измерения и единиц счета
3. Несопоставимость по методологии учета или расчета показателей
4. Несопоставимость по кругу охватываемых объектов

Метод смыкания рядов

Месяцы	Январь	Февраль	Март	Апрель	Май	Июнь
Старые границы	416	432	450	-	-	-
Новые границы	-	-	630	622	648	684

Метод смыкания рядов

Месяцы	Январь	Февраль	Март	Апрель	Май	Июнь
Старые границы	416	432	450	-	-	-
Новые границы	-	-	630	622	648	684

$$K_{\text{март}} = \frac{630}{450} = 1,4$$

Метод смыкания рядов

Месяцы	Январь	Февраль	Март	Апрель	Май	Июнь
Старые границы	416	432	450	-	-	-
Новые границы	-	-	630	622	648	684
Сомкнутый ряд	582	605	630	622	648	684

$$416 \times 1,4 = 582,4$$

$$432 \times 1,4 = 604,8$$

$$K_{\text{март}} = \frac{630}{450} = 1,4$$

Месяцы	Январь	Февраль	Март	Апрель	Май
10 предприятий	125	130	150	-	-
12 предприятий	-	-	170	175	180
Сомкнутый ряд	82,2	86,7	100	102,9	105,9

Январь $125:150=0,822$ или $82,2\%$

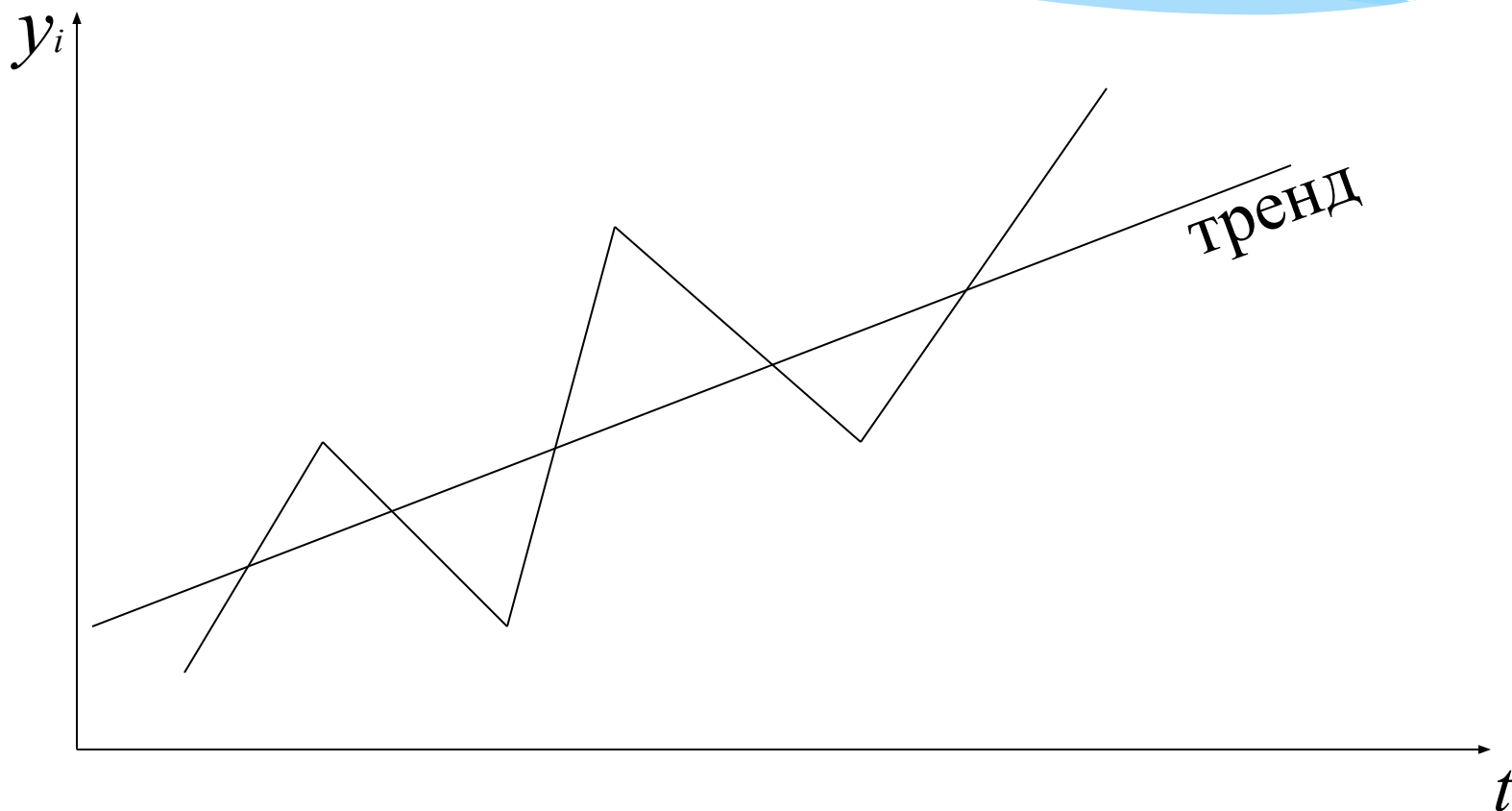
Февраль $130:150=0,867$ или $86,7\%$

Март – 100%

Апрель $175:170=1,029$ или $102,9\%$

Май $180:170=1,059$ или $105,9\%$

Статистическое изучение основной тенденции развития социально-экономического явления



Компоненты ряда динамики

T – основная тенденция (тренд)

S – сезонная составляющая (циклическая)

E – случайная компонента

Мультипликативная модель

$$Y_t = T * S * E$$

Аддитивная модель

$$Y_t = T + S + E$$

Под основной тенденцией в

статистике понимают

изменения в уровнях ряда

динамики, определяющие

направление развития явления

во времени

Методы выявления основной тенденции

- метод скользящей средней
- метод аналитического выравнивания

Исследование основной тенденции динамики методом скользящей средней


Общая формула скользящей средней

$$MA(k)_j = \frac{\sum_{i=j-\frac{k-1}{2}}^{j+\frac{k-1}{2}} y_i}{k}$$

где: MA – скользящая средняя (от англ. – moving average);

k – порядок скользящей средней, т. е. число уровней, входящих в интервал сглаживания;

y_i – i -й уровень ряда динамики;



Расчет простой скользящей средней по исследуемому динамическому ряду, состоящему из n уровней включает следующие этапы:

1. Выбирается период осреднения (k).
2. Вычисляется сумма первых k уровней.
3. Делением данной суммы на k получается скользящая средняя.
4. Из рассчитанной в п.2 суммы вычитается первый уровень и прибавляется следующий за интервалом осреднения уровень динамического ряда.
5. Этапы 3 и 4 повторяются до исчерпания всех уровней.

Рассмотрим пример вычисления простой скользящей средней.

При нечетном интервале скольжения

t	y	Скольльзящие суммы за три периода	Скольльзящие средние за три периода
t_1	y_1	-	-
t_2	y_2	-	$\bar{y}_1 = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}$
t_3	y_3	$y_1 + y_2 + y_3$	$\bar{y}_2 = \frac{y_2 + y_3 + y_4}{3}$
t_4	y_4	$y_2 + y_3 + y_4$	$\bar{y}_3 = \frac{y_3 + y_4 + y_5}{3}$
t_5	y_5	$y_3 + y_4 + y_5$	$\bar{y}_4 = \frac{y_4 + y_5 + y_6}{3}$
t_6	y_6	$y_4 + y_5 + y_6$	$\bar{y}_5 = \frac{y_5 + y_6 + y_7}{3}$
t_7	y_7	$y_5 + y_6 + y_7$	$\bar{y}_6 = \frac{y_6 + y_7 + y_8}{3}$
t_8	y_8	$y_6 + y_7 + y_8$	-

При четном интервале скольжения

t	y	Скользящие суммы за 4 периода	Скользящие средние за 4 периода	Центрированные скользящие средние за 4 периода
t ₁	y ₁			
t ₂	y ₂			
t ₃	y ₃		$\bar{y}_1 = \frac{y_1 + y_2 + y_3 + y_4}{4}$	$\bar{y}_1^1 = \frac{\bar{y}_1 + \bar{y}_2}{2}$
t ₄	y ₄	y ₁ + y ₂ + y ₃ + y ₄	$\bar{y}_2 = \frac{y_2 + y_3 + y_4 + y_5}{4}$	$\bar{y}_2^1 = \frac{\bar{y}_2 + \bar{y}_3}{2}$
t ₅	y ₅	y ₂ + y ₃ + y ₄ + y ₅	$\bar{y}_3 = \frac{y_3 + y_4 + y_5 + y_6}{4}$	$\bar{y}_3^1 = \frac{\bar{y}_3 + \bar{y}_4}{2}$
t ₆	y ₆	y ₃ + y ₄ + y ₅ + y ₆	$\bar{y}_4 = \frac{y_4 + y_5 + y_6 + y_7}{4}$	
t ₇	y ₇	y ₄ + y ₅ + y ₆ + y ₇		

Метод скользящих средних в анализе урожайности зерновых культур в РФ (в хозяйствах всех категорий; ц с 1 га)

Год	Центнеров с 1 га	Скользящие трехлетние суммы	Трехлетние скользящие средние	Скользящие двухлетние суммы	Двухлетние скользящие средние (нецентр.)	Двухлетние скользящие средние (центр.)
2001	14,4	-	-	-	15,8	-
2002	17,2	-	15,9	31,6	11,8	13,8
2003	16,3	47,9	15,9	23,5	15,4	13,6
2004	14,4	47,9	14,1	30,7	13,0	14,2
2005	11,6	42,3	12,9	26,0	12,3	12,7
2006	12,9	38,9	13,7	24,5	14,7	13,5
2007	16,5	41,0	12,9	29,4	12,9	13,8
2008	9,4	38,8	-	25,9	-	-

№ п/п	Название функции	Математическое описание функции
1	Линейная	$\hat{y}_t = a_0 + a_1 t$
2	Парабола первого порядка	$\hat{y}_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$
3	Кубическая парабола	$\hat{y}_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3$
4	Логарифмическая парабола	$\hat{y}_t = a_0 a_1^t a_2^{t^2}$
5	Гипербола	$\hat{y}_t = a_0 + a_1 \frac{1}{t}$
6	Показательная	$\hat{y}_t = a_0 a_1^t$
7	Экспоненциальная	$\hat{y}_t = a_0 e^{a_1 t}$
8	Кривая Гомперца	$\hat{y}_t = a_0 a_1^{a_2^t}$
9	Кривая Перля-Рида	$\frac{1}{\hat{y}_t} = a_0 + a_1 a_2^t$
10	Логистическая кривая	$\frac{1}{\hat{y}_t} = \frac{a_0}{1 + a_1 e^{-a_2 t}}$

Условное обозначение t

y	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7
t	1	2	3	4	5	6	7

$$\bar{y}_t = a_0 + a_1 t$$

$$\left\{ \begin{array}{l} na_0 + a_1 \sum t = \sum y \\ a_0 \sum t + a_2 \sum t^2 = \sum t \cdot y \end{array} \right.$$

$$\bar{y}_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$$

$$na_0 + a_1 \sum t + a_2 \sum t^2 = \sum y$$

$$a_0 \sum t + a_1 \sum t^2 + a_2 \sum t^3 = \sum t \cdot y$$

$$a_0 \sum t^2 + a_1 \sum t^3 + a_2 \sum t^4 = \sum t^2 \cdot y$$

Пример. Дано производство минеральных удобрений в одном из регионов.

Годы	Млн. тонн	t	t^2	ty	\bar{y}_t
1999	12	1	1	12	
2000	12	2	4	24	
2001	13	3	9	39	
2002	15	4	16	60	
2003	17	5	25	85	
2004	19	6	36	114	
2005	25	7	49	175	
Итого:	113	28	140	509	

$$\overline{y}_t = a_0 + a_1 t$$

$$7a_0 + 28a_1 = 113$$

$$28a_0 + 140a_1 = 509$$

$$a_0 + 5a_1 = 18,18$$

$$a_0 + 4a_1 = 16,14$$

$$a_0 = 7,98$$

$$a_1 = 2,04$$

$$\overline{y}_t = 7,98 + 2,04t$$

Пример. Дано производство минеральных удобрений в одном из регионов.

Годы	Млн. тонн	t	t^2	ty	\bar{y}_t
1999	12	1	1	12	10,02
2000	12	2	4	24	12,06
2001	13	3	9	39	14,10
2002	15	4	16	60	16,14
2003	17	5	25	85	18,18
2004	19	6	36	114	20,22
2005	25	7	49	175	22,26
Итого:	113	28	140	509	112,98

Условное обозначение t при
нечетном числе уровней ряда

y	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7
t	-3	-2	-1	0	+1	+2	+3

Условное обозначение t при четном числе уровней ряда

y	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7	y_8
t	-7	-5	-3	-1	+1	+3	+5	+7

$$\bar{y}_t = a_0 + a_1 t$$

$$na_0 = \sum y$$

$$a_1 \sum t^2 = \sum ty$$

$$a_0 = \frac{\sum y}{n}$$

$$a_1 = \frac{\sum ty}{\sum t^2}$$

$$\bar{y}_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$$

$$na_0 + a_2 \sum t^2 = \sum y$$

$$a_2 \sum t^2 = \sum ty$$

$$a_0 \sum t^2 + a_2 \sum t^4 = \sum t^2 y$$

Год	Экспорт сахара, тыс. т y_t	t	ty_t	Y_t
2006	37	-2	-74	
2007	39	-1	-39	
2008	43	0	0	
2009	48	1	48	
2010	52	2	104	
Итого	219	0	39	

$$a_0 = \frac{219}{5} = 43,8$$

$$a_1 = \frac{39}{10} = 3,9$$

$$\bar{Y}_t = 43,8 + 3,9t$$

Год	Экспорт сахара, тыс. т y_t	t	ty_t	Y_t
2006	37	-2	-74	36,0
2007	39	-1	-39	39,9
2008	43	0	0	43,8
2009	48	1	48	47,7
2010	52	2	104	51,6
Итого	219	0	39	219

$$\bar{Y}_t = 43,8 + 3,9t$$

Методы изучения сезонной компоненты

Сезонность – это колебания в уровнях ряда динамики периодически повторяющиеся в определенное время каждого года, месяца, дня.

Если нет основной тенденции

$$I_s = \frac{\bar{y}_i}{\bar{y}} \cdot 100$$

Например:

квартал	2008Г	2009Г	Средняя по кварталам	Индекс сезонности, %
1	298,8	307,3	303,05	
2	228,9	301,5	265,20	
3	118,4	152,7	135,55	
4	270,4	286,2	278,30	
Итого	-	-	245,53	

Например:

квартал	2008Г	2009Г	Средняя по кварталам	Индекс сезонности, %
1	298,8	307,3	303,05	123,5
2	228,9	301,5	265,20	108,0
3	118,4	152,7	135,55	55,2
4	270,4	286,2	278,30	113,3
Итого	-	-	245,53	400,0

Ряды динамики с тенденцией

$$I_s = \left(\sum \frac{y_i}{\bar{y}_t} \cdot 100 \right) / n$$

Например:

квартал	y	t	t ²	yt	\bar{y}_t	$\frac{y_i}{\bar{y}_t} \cdot 100$	Is, %
1 2008г	298,8	1	1	298,8	240,62		
2	228,9	2	4	457,8	242,02		
3	118,4	3	9	355,2	243,42		
4	270,4	4	16	1081,6	244,82		
1 2009г	307,3	5	25	1536,5	246,22		
2	301,5	6	36	1809,0	247,62		
3	152,7	7	49	1068,9	249,02		
4	286,2	8	64	2289,6	250,42		
Итого	1964,2	36	204	8897,4	1964,2		

\bar{y}_t

Например:

квартал	y	t	t ²	yt	\bar{y}_t	$\frac{y_i}{\bar{y}_t} \cdot 100$	Is,%
1 2008г	298,8	1	1	298,8	240,62	124,2	124,5
2	228,9	2	4	457,8	242,02	94,6	108,5
3	118,4	3	9	355,2	243,42	48,6	55,0
4	270,4	4	16	1081,6	244,82	110,4	112,4
1 2009г	307,3	5	25	1536,5	246,22	124,8	-
2	301,5	6	36	1809,0	247,62	121,8	-
3	152,7	7	49	1068,9	249,02	61,3	-
4	286,2	8	64	2289,6	250,42	114,3	-
Итого	1964,2	36	204	8897,4	1964,2	-	400,0

\bar{y}_t

Гармоника Фурье

$$y_t = a_0 + \Sigma(a_k \cos kt + b_k \sin kt)$$

где:

k – определяет номер гармоники ряда Фурье и может быть взята с разной степенью точности (чаще от «1» до «4»).

Гармоника Фурье

$$a_0 = \frac{\sum y}{n}$$

$$a_k = \frac{2 \sum y \cos kt}{n}$$

$$b_k = \frac{2 \sum y \sin kt}{n}$$

Гармоники Фурье

$$k=1: \quad y_t = a_0 + a_1 \cos t + b_1 \sin t ;$$

$$k=2:$$

$$y_t = a_0 + a_1 \cos t + b_1 \sin t + a_2 \cos 2t + \\ + b_2 \sin 2t$$

$$k = 3$$

$$y_t = a_0 + a_1 \cos t + b_1 \sin t + a_2 \cos 2t + b_2 \sin 2t + \\ + a_3 \cos 3t + b_3 \sin 3t$$

Например:

месяц	y	t	t ²	yt	\bar{y}_t	$\frac{y_i}{\bar{y}_t} \cdot 100$	I _s , %	$\bar{y}_t \cdot I_s$
Итого								

\bar{y}_t