

Явления переноса в газах

1. Столкновения молекул и явления переноса в идеальном газе

Взаимодействие молекул, в частности межмолекулярные столкновения, играет важную роль в процессе установления равновесного состояния. В обычных условиях системы, в которых не происходит притока энергии извне, являются *диссипативными*. Если такую систему вывести из состояния равновесия, а затем предоставить самой себе, то она постепенно перейдёт в равновесное состояние. Время, в течение которого система достигает равновесного состояния, называют **временем релаксации**. *Времена релаксации различны относительно разных параметров, по которым система может отклоняться от равновесного состояния.*

В идеальном газе столкновения происходят в основном между парами молекул (т.н. парные или бинарные столкновения), одновременным столкновением трёх и более молекул можно пренебречь.

Вывести систему из равновесного состояния можно нагрев часть газа, т.е. нарушив тепловое равновесие. В нагретой части больше быстрых молекул, чем в других частях газа, поэтому быстрые молекулы переходят туда, где их меньше. Одновременно происходит перемещение молекул и в нагретую область благодаря соударениям. Происходит перенос энергии из той части газа, где она больше, туда, где она меньше (возникает т.н. *поток тепла*). Этот процесс называется **теплопроводностью**.

Если систему вывести из равновесия, добавив в нее примесь другого газа (так, чтобы концентрация примеси в одной части была выше, чем в других), то спустя некоторое время система перейдет в равновесное состояние за счёт перемещения молекул примеси из области с большей концентрацией в область с меньшей. В данном процессе, который называется **диффузией**, происходит перенос массы примеси.

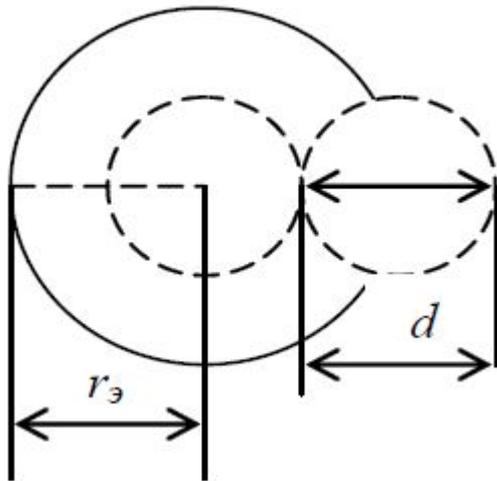
Равновесие газа может быть нарушено, если одной из его частей сообщена макроскопическая скорость упорядоченного движения, отличная от скорости движения соседних частей. В этом случае через некоторое время, благодаря переносу импульса упорядоченного движения от более быстрых слоёв газа к менее быстрым, скорости слоёв выравниваются. Этот процесс называется **вязкостью (внутренним трением)**.

2. Основные характеристики молекулярного движения

Поперечное сечение столкновений

Вероятность столкновения описывают с помощью **поперечного сечения** столкновений σ (**сечения рассеяния**). Падающая частица считается точечной, а частицы-мишени, с которыми она сталкивается, имеют такие пространственные размеры, что максимальная площадь их поперечного сечения плоскостью, перпендикулярной направлению движения падающей частицы, равна σ ; а её эффективный радиус равен диаметру молекулы d в модели твердых сфер. Тогда поперечное сечение рассеяния можно выразить через эффективный диаметр молекулы:

$$\sigma = \pi d^2.$$



Среднее число столкновений и среднее время свободного пробега молекул

Среднее число столкновений молекулы за одну секунду:

$$Z_0 = \sqrt{2} \sigma \bar{v} n \quad Z_0 = \sqrt{2} \pi d^2 \bar{v} n \quad [c^{-1}]$$

Среднее число столкновений за секунду, испытываемое всеми N молекулами:

$$Z = \frac{Z_0 N}{2}.$$

Время свободного пробега: $\tau = \frac{1}{Z_0}.$

Средняя длина свободного пробега молекул:

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{\sigma n}.$$

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d^2 n}.$$

$$\bar{\lambda} = \frac{kT}{\sqrt{2} \pi d^2 p}.$$

Диффузия в газах

Диффузией называется явление взаимного проникновения двух или нескольких соприкасающихся веществ друг в друга. Каждый из компонентов смеси переходит из области с большей концентрации в область с меньшей концентрацией.

Диффузия в газах возникает и в том случае, если они неоднородны по концентрации частиц или плотности (**самодиффузия**).

Для количественного описания этого явления используют понятие диффузионного потока. **Диффузионный поток** (как *поток массы*) определяется массой вещества, перенесённого через площадку dS , перпендикулярную направлению переноса, в единицу времени.

Плотность массового диффузионного потока:
$$d\Pi = \frac{dM}{dSdt},$$

где dM - элементарная масса вещества, переносимого через бесконечно малую площадку dS , перпендикулярную направлению переноса, за бесконечно малый промежуток времени dt .

Диффузионный поток (как поток частиц) определяется числом частиц вещества, перенесённого через площадку dS , перпендикулярную направлению переноса, в единицу времени.

Плотность диффузионного потока числа частиц: $d\Pi = \frac{dN}{dSdt}$,

где dN - элементарное число частиц вещества, переносимого через бесконечно малую площадку dS , перпендикулярную направлению переноса, за бесконечно малый промежуток времени dt .

Основной закон диффузии – феноменологический (опытный) закон Фика: *Плотность диффузионного потока какого-либо компонента вещества прямо пропорциональна градиенту концентрации (плотности) этого компонента, взятого со знаком «минус»:* $\frac{dM}{dSdt} n = -D \text{grad} \rho$.

Градиент плотности $\text{grad} \rho$ - это вектор, который, характеризует быстроту изменения скалярной величины (плотности) в пространстве и направлен в сторону наиболее быстрого возрастания данной величины;

D – коэффициент диффузии [м²/с]. Знак «минус» показывает, что направление потока вещества противоположно градиенту плотности.

$$\text{grad} \rho = \frac{d\rho}{dx} \vec{i} + \frac{d\rho}{dy} \vec{j} + \frac{d\rho}{dz} \vec{k},$$

Коэффициент диффузии, а точнее *самодиффузии* (диффузии вещества самого в себя, обусловленной неоднородностью концентрации) для идеальных газов можно выразить следующим образом:

$$D = \frac{1}{3} \bar{\lambda} \bar{v}. \quad (9.12)$$

Здесь $\bar{\lambda}$ - средняя длина свободного пробега молекул газа, $\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$ - средняя арифметическая (тепловая) скорость молекул. При фиксированной температуре $\bar{\lambda}$ обратно пропорциональна давлению, а скорость является постоянной величиной, поэтому коэффициент диффузии *обратно пропорционален давлению*. При фиксированном давлении $\bar{\lambda}$ прямо пропорциональна T , а средняя арифметическая скорость $\sim \sqrt{T}$, поэтому коэффициент диффузии в этом случае пропорционален $\sqrt{T^3}$.

Вязкость газов (внутреннее трение в газах)

Вязкость газов – это свойство, благодаря которому выравниваются скорости упорядоченного движения разных слоёв газа.

Можно дать и другое определение. **Вязкость газов** – это явление переноса, при котором происходит перенос импульса упорядоченного движения от слоёв, движущихся с большей скоростью, к слоям, движущимся с меньшей скоростью.

Переносимый импульс можно количественно оценить с помощью **потока импульса**, равного импульсу упорядоченного движения слоёв, переносимому через площадку dS , параллельную слоям и перпендикулярную к направлению переноса (рис. 9.4) в единицу времени.

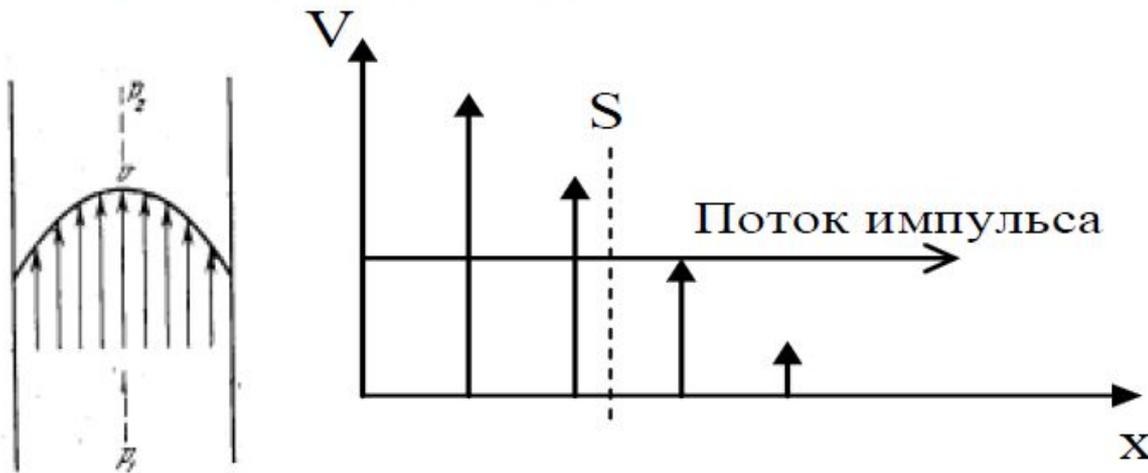


Рис. 9.4.

Плотность элементарного потока импульса можно записать так:

$$d\Pi_u = \frac{dP}{dSdt}.$$

Основной закон (**феноменологический закон Ньютона**):

Плотность потока импульса прямо пропорциональна градиенту макроскопической скорости, взятому со знаком «минус».

Знак «минус» показывает, что направление потока импульса противоположно направлению градиента скорости упорядоченного движения.

$$\boxed{\frac{dP}{dSdt} \vec{n} = -\eta \text{grad}V.} \quad (9.13)$$

Здесь \vec{n} - вектор положительной нормали к площадке S , через которую переносится импульс, его направление совпадает с направлением переноса импульса, $\text{grad}V$ - **градиент макроскопической скорости (скорости упорядоченного движения)**, направлен в сторону наиболее быстрого возрастания скорости, η - **коэффициент динамической вязкости**.

Для одномерного случая, когда направления векторов \vec{n} и \vec{i} совпадают, получаем:

$$\frac{dP}{dSdt} = -\eta \frac{dV}{dx}.$$

Коэффициент динамической вязкости численно равен потоку импульса при единичном градиенте макроскопической скорости. В СИ он измеряется в $(кг \cdot м) / с$ или в $Па \cdot с$.

Для идеальных газов коэффициент динамической вязкости можно выразить следующим образом:

$$\eta = \frac{1}{3} \bar{\lambda} \bar{v} \rho. \quad (9.14)$$

Коэффициент вязкости зависит прямо пропорционально от \sqrt{T} и не зависит от давления, поскольку в формулу (9.14) входят как множители средняя длина свободного пробега, обратно пропорциональная давлению при фиксированной температуре, и плотность газа, прямо пропорциональная давлению.

Можно записать основной закон для вязкости и через силу *вязкого трения*, которая направлена по касательной к слоям (к площадке S), используя второй закон Ньютона, согласно которому $\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F}_{\text{вяз}}$. Для одномерного случая получим:

$$\vec{F}_{\text{вяз}} = -\eta \frac{d\vec{V}}{dx} dS.$$

Явление вязкости бывает стационарным и нестационарным. О стационарной вязкости говорят, когда градиент скорости поддерживается постоянным. Нестационарная вязкость происходит с изменением градиента макроскопической скорости, в результате выравниваются скорости взаимодействующих слоёв.

Теплопроводность в газах

Явление возникновения потока тепла в газе (или любом другом веществе) называется **теплопроводностью**. Перенос количества теплоты можно описать с помощью потока тепла.

Потоком тепла называется количество теплоты, перенесённое через площадку, перпендикулярную направлению переноса, в единицу времени.

Плотность потока тепла, как количество теплоты, перенесённое через единичную площадку, перпендикулярную направлению переноса, в единицу времени, можно выразить так:

$$d\Pi_T = \frac{dQ}{dSdt}.$$

Основной феноменологический закон для теплопроводности – **закон Фурье**:

Плотность потока теплоты прямо пропорциональна градиенту температуры, взятому со знаком «минус»:

$$\frac{dQ}{dSdt} \vec{n} = -\kappa \text{grad}T. \quad (9.15)$$

Здесь \vec{n} - вектор положительной нормали к площадке dS , через которую переносится количество теплоты, его направление совпадает с направлением переноса количества теплоты, $\text{grad}T$ - **градиент температуры**, направлен в сторону наиболее быстрого возрастания температуры, κ - **коэффициент теплопроводности**.

Коэффициент теплопроводности численно равен потоку тепла при единичном градиенте температуры. Для идеальных газов он может быть выражен так:

$$\chi = \frac{1}{3} \bar{\lambda} \bar{v} \rho c_V. \quad (9.16)$$

Здесь c_V – удельная теплоёмкость газа при постоянном объёме. Коэффициент теплопроводности прямо пропорционален \sqrt{T} и не зависит от давления. В СИ коэффициент теплопроводности измеряется в Вт/(м·К).

Универсальное описание явлений переноса

Описанные выше явления переноса имеют много общего с формальной точки зрения. Во-первых, уравнения, выражающие основной закон переноса, формально имеют одинаковый вид. Во-вторых, во всех случаях имеется какая-нибудь переносимая величина, при возникновении градиента некоторых величин. Направление переноса потоков связано с градиентами величин знаком «минус». В третьих, все рассмотренные явления переноса справедливы при слабом нарушении равновесного состояния системы. Для сравнения явлений переноса в идеальных газах, можно представить таблицу, в которой в компактной форме видны все различия и сходства рассмотренных явлений переноса.

Явления переноса в жидкостях и твёрдых телах формально можно описать с помощью аналогичных уравнений переноса. Однако механизм переноса в них отличается от механизма переноса в идеальных газах и выражения коэффициентов переноса невозможны в том же виде, что и для идеальных газов, поскольку для жидкостей и твёрдых тел, где нельзя пренебречь взаимодействием между молекулами, бессмысленно понятие средней длины свободного пробега.

Явления переноса в идеальных газах

Явление	Переносимая величина	Основной закон и уравнение переноса	Коэффициент переноса	Связь между коэффициентами переноса	Зависимость коэффициентов переноса от T и p
Диффузия	Количество вещества, или масса, или число молекул	Закон Фика. $\frac{dM}{dSdt} \vec{n} = -D \text{grad} \rho$ или $\frac{dN}{dSdt} \vec{n} = -D \text{grad} n$	$D = \frac{1}{3} \bar{\lambda} \bar{v}$		При фиксированной температуре $D \sim 1/p$, то есть обратно пропорционален давлению. При фиксированном давлении $D \sim \sqrt{T^3}$.
Вязкость	Импульс упорядоченного движения слоёв	Закон Ньютона $\frac{dP}{dSdt} \vec{n} = -\eta \text{grad} V$	$\eta = \frac{1}{3} \bar{\lambda} \bar{v} \rho$	$\eta = D\rho$	$\eta \sim \sqrt{T}$, η не зависит от давления
Теплопроводность	Количество тепла (энергия)	Закон Фурье $\frac{dQ}{dSdt} \vec{n} = -\kappa \text{grad} T$	$\kappa = \frac{1}{3} \bar{\lambda} \bar{v} \rho c_v$	$\kappa = \eta c_v$ $\kappa = D \rho c_v$	$\kappa \sim \sqrt{T}$, κ не зависит от давления