

прогрессии

прогрессии

прогрессии

□ Числовая последовательность

□ Арифметическая прогрессия

# Числовая последовательность

- *В повседневной жизни часто используется нумерация различных предметов, чтобы указать порядок их расположения.*

*Например:*

*а) дома на каждой улице нумеруются*

*1-ый 2-ой 3-ий 4-ый ... ..n-ый*



*№1 №2 №3 №4 .....№ n*





*б) в сберегательном банке на  
каждом счете лежит  
определенное количество денег*

<i>№1</i>	<i>№2</i>	<i>№3</i>	<i>№4</i>	<i>.....</i>	<i>№ n</i>
<i><math>a_1</math></i>	<i><math>a_2</math></i>	<i><math>a_3</math></i>	<i><math>a_4</math></i>		<i><math>a_n</math></i>
<i>рублей</i>	<i>рублей</i>	<i>рублей</i>	<i>рублей</i>		<i>рублей</i>
<i>первый</i>	<i>второй</i>	<i>третий</i>	<i>четвертый</i>		<i>энный (n)</i>
<i>член</i>	<i>член</i>	<i>член</i>	<i>член</i>		<i>член</i>

- Часто последовательность можно задать *формулой её n-ого члена*

Например: последовательность квадратов натуральных чисел

1; 4; 9; 16; 25.....  $n^2$ ;  $(n + 1)^2$  ;.....

формулой её n-ого члена является

$$a_n = n^2$$



- **Задача1:** числовая последовательность задана формулой  $a_n = n(n - 2)$  .Вычислить сотый член этой последовательности .

**Решение :**  $a_{100} = 100(100 - 2) = 9800$

- **Задача2:** числовая последовательность задана формулой  $x_n = 2n + 3$  . Найти номер члена последовательности, равного : 1) 43; 2) 50.

**Решение:** 1) По условию  $2n+3=43$ , откуда  $n=20$ .

2) По условия  $2n+3=50$ , откуда  $n=23,5$ .

Так как искомый номер – натуральное число, то в данной последовательности нет члена, равного 50.

Если последовательность задается формулой , позволяющей вычислить  $(n+1)$ - й член последовательности через предыдущие  $n$  членов, и дополнительно задаются один или несколько первых членов последовательности , то такой способ задания последовательности называют рекуррентным (recurro – возвращаться, лат)

- Пример : числовая последовательность задана рекуррентной формулой  $b_{n+1} = b_n + b_{n-1}$  ;  $b_1 = 1; b_2 = 3$   
Вычислить пятый член этой последовательности.

Решение:

$$b_3 = b_2 + b_1 = 3 + 1 = 4$$

$$b_4 = b_3 + b_2 = 4 + 3 = 7$$

$$b_5 = b_4 + b_3 = 7 + 4 = 11$$

$$\text{ответ : } b_5 = 11$$

# Арифметическая прогрессия

Числовая последовательность

$a_1; a_2; a_3; \dots; a_n; \dots$  называется **арифметической прогрессией**, если для всех натуральных  $n$  выполняется равенство  $a_{n+1} = a_n + d$  где  $d$  - некоторое число которое называется **разностью арифметической прогрессии**

например: натуральный ряд чисел

1; 2; 3; 4; ..... $n$ ; .....-арифметическая прогрессия.

Разность  $d=1$

Последовательность 4; 4; 4; .....4;...-

арифметическая прогрессия. Разность  $d=0$



- **Доказать**, что последовательность, заданная формулой  $a_n = 1.5 + 3n$ , является арифметической прогрессией.

**Решение:** требуется доказать, что разность  $a_{n+1} - a_n$  одна и та же для всех  $n$  (не зависит от  $n$ )

$$a_{n+1} = 1.5 + 3(n + 1)$$

$$a_{n+1} - a_n = 1.5 + 3(n + 1) - (1.5 + 3n) = 3$$

Значит, разность не зависит от  $n$ .

$$a_{n+1} = a_n + d, a_{n-1} = a_n - d$$

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}, n > 1$$

$$a_2 = a_1 + d$$

$$a_3 = a_2 + d = a_1 + 2d$$

$$a_4 = a_3 + d = a_1 + 3d$$

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

формула n-го члена арифметической  
прогрессии

Задача: найти сотый член арифметической  
прогрессии, если  $a_1 = -6; d = 4$   
решение: по формуле

$$a_{100} = -6 + (100 - 1) \cdot 4 = 390$$

**Задача:** В арифметической прогрессии  $a_8 = 130; a_{12} = 166$ . Найти формулу  $n$ -го члена.

**Решение:** используя формулу  $n$ -го члена прогрессии находим:  $a_8 = a_1 + 7d; a_{12} = a_1 + 11d$

Подставив данные значения  $a_8$  и  $a_{12}$ , получим систему уравнений относительно  $a_1$  и  $d$

$$\begin{cases} a_1 + 7d = 130, \\ a_1 + 11d = 166. \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} 4d &= 36, d = 9 \\ a_1 &= 130 - 7d = 130 - 63 = 67. \\ a_n &= 67 + 9(n-1) = 67 + 9n - 9 = 58 + 9n. \end{aligned}$$

**Ответ:**  $a_n = 9n + 58$ .