

ТЕМА **УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА С ПЕРЕМЕННОЙ ПОД ЗНАКОМ МОДУЛЯ**

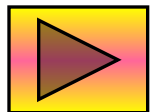
Разработала:

**Богданова Ольга Николаевна
учитель математики
МКОУ «Овечкинская средняя
общеобразовательная школа
Завьяловского района»
Алтайского края**





- ✓ Обобщить и систематизировать знания о модуле, полученные ранее
- ✓ Формировать умения решать уравнения и неравенства, содержащие переменную под знаком модуля
- ✓ Формировать умения строить графики функций, содержащих знак модуля
- ✓ Воспитывать привычку систематически трудиться и преодолевать трудности





- 1 [Определение модуля](#)
- 2 [Геометрический смысл модуля](#)
- 3 [Свойства модуля](#)
- 4 [Основные способы решений уравнений с переменной под знаком модуля](#)
- 5 [Основные способы решений неравенств с переменной под знаком модуля](#)
- 6 [Способы построения графиков функций содержащих переменную под знаком модуля](#)

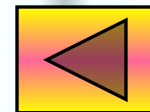
[Проверь себя](#) [Проверь себя](#) [Литература](#)
[Глоссарий](#) [Глоссарий](#) [Физминут](#)
[Выход](#)





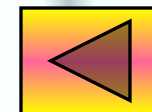
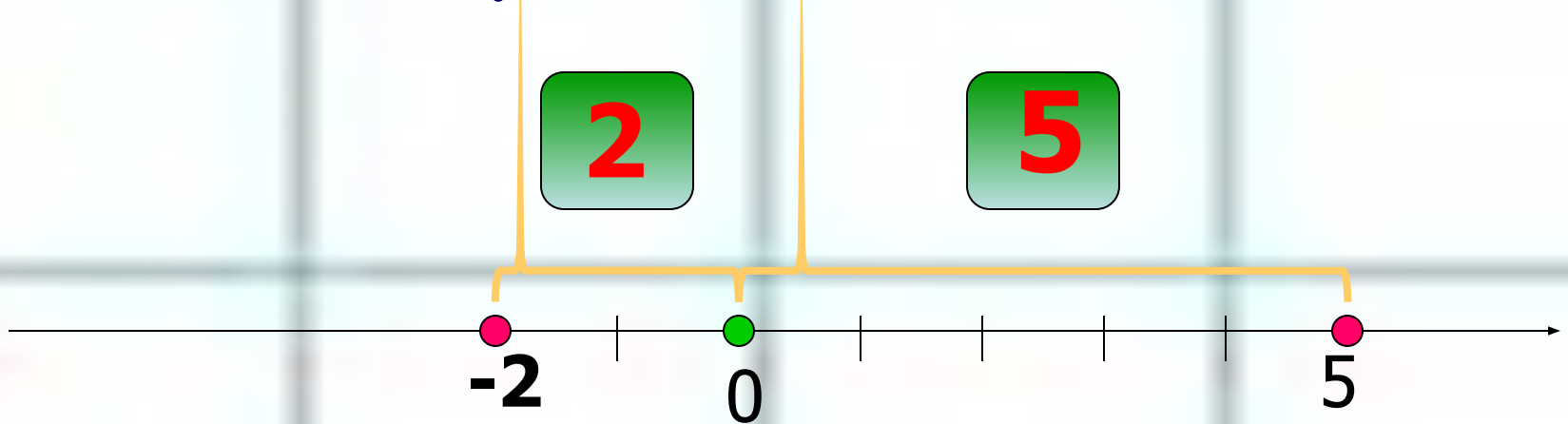
**Модуль - это абсолютная
величина**

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{если } a \geq 0 \\ -a, & \text{если } a < 0 \end{cases}$$





Модуль числа a – расстояние
(в единичных отрезках) от
начала координат до точки $A(a)$.





$$\text{✎ } |a| \geq 0, \forall a$$

$$\text{✎ } |a| \geq a, \forall a$$

$$\text{✎ } |a| = |-a|, \forall a$$

$$\text{✎ } |ab| = |a||b|$$

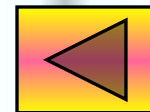
$$\text{✎ } \sqrt{a^2} = |a|$$

$$\text{✎ } \left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|}, b \neq 0$$

$$\text{✎ } |a^m| = |a|^m, \forall m \in \mathbb{Z}$$

$$\text{✎ } |a + b| \leq |a| + |b|, \forall a, b$$

$$\text{✎ } |a - b| \geq |a| - |b|, \forall a, b$$





Уравнения

✓ Уравнения

✓ Уравнения вида $|f(x)| = a$

✓ Уравнения вида $|x| = a$

✓ Уравнения вида $|f(x)| = a(x)$

✓ Уравнения вида $|x| = a(x)$

✓ Правила последовательного раскрытия

модуля $|x| = b$

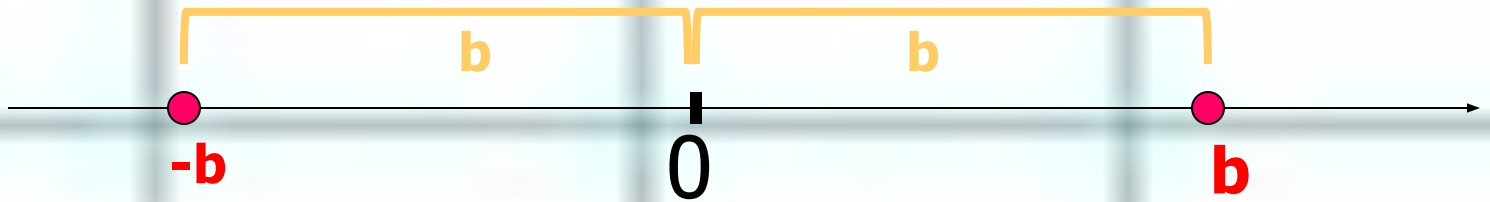
✓ Метод

интервалов

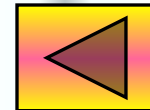




$$|x| = b \iff \begin{cases} x = b \\ x = -b \\ b \geq 0 \end{cases}$$



Пример

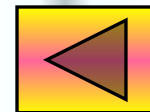




$$|f(x)| = a$$

$$|f(x)| = a \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} f(x) = a \\ f(x) = -a \end{array} \right. \\ a \geq 0 \end{cases}$$

Пример

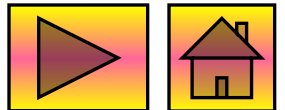




$$|f(x)| = g(x)$$

$$|f(x)| = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \geq 0 \\ f(x) = g(x) \\ f(x) < 0 \\ f(x) = -g(x) \end{cases}$$

Пример

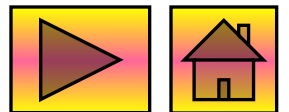




$$|f(x)| = g(x)$$

$$|f(x)| = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x) \\ f(x) = -g(x) \\ g(x) \geq 0 \end{cases}$$

Пример

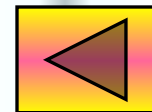




$$|f(x)| = g(x)$$

$$|f(x)| = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) \geq 0 \\ f^2(x) = g^2(x) \end{cases}$$

Пример

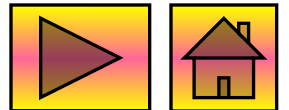




$$|f(x)| = |g(x)|$$

$$|f(x)| = |g(x)| \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x) \\ f(x) = -g(x) \end{cases}$$

Пример

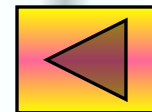




$$|f(x)| = |g(x)|$$

$$|f(x)| = |g(x)| \Leftrightarrow f^2(x) = g^2(x)$$

Пример





Метод заключается в последовательном раскрытии модуля в задачах , где внутри одного модуля находится другой, или несколько.

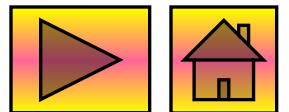
[Пример](#)





С помощью метода интервалов
(или метода разбиения на
промежутки) решаются
уравнения вида

$$|f_1(x)| + |f_2(x)| + \dots + |f_n(x)| = g(x)$$





Для этого находим сначала все точки, в которых

$$f_1(x) = 0, f_2(x) = 0, \dots, f_n(x) = 0$$

Эти точки делят область допустимых значений уравнения на промежутки, на каждом из которых все функции сохраняют знак (определяем знак каждого модуля на указанном промежутке). Затем переходим от уравнения к совокупности систем, не содержащих знаков модуля.

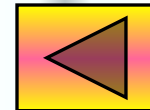
Пример





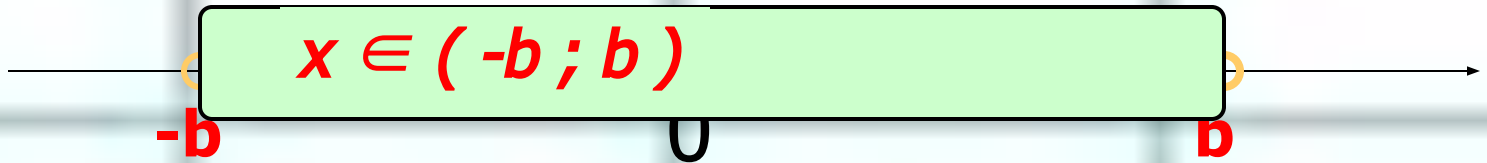
✓ равенства вида Неравенства вида $|x| < b$ и Неравенства
 вида $|x| < b$ и $|x| > b$ Неравенства вида $|f(x)| < a$
 ✓ Неравенства вида Неравенства вида $|f(x)| < g(x)$
 вида $|f(x)| < a$ и $|f(x)| > a$
 Неравенства вида $|f(x)| < g(x)$ и Неравенства
 ✓ Неравенства вида Неравенства вида $|f(x)| < |g(x)|$ и $|f(x)| > |g(x)|$
 вида $|f(x)| < |g(x)|$ и $|f(x)| > |g(x)|$
 ✓ Прием последовательного раскрытия модуля
 $|f(x)| < |g(x)|$ и $|f(x)| > |g(x)|$

✓ Метод
интервалов

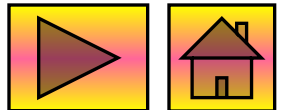




$$|x| < b \Leftrightarrow \begin{cases} x < b \\ x > -b \\ b > 0 \end{cases}$$



Пример



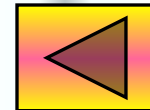


$$|x| > b \iff \left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} x > b \\ x < -b \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} b > 0 \\ b < 0 \end{array} \right. \end{array} \right.$$

$$x \in (-\infty ; -b)$$

$$x \in (b ; \infty)$$

Пример

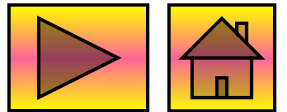




$$|f(x)| < a$$

$$|f(x)| < a \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) < a \\ f(x) > -a \\ a > 0 \end{cases}$$

Пример

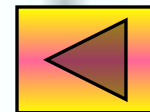




$$|f(x)| > a$$

$$|f(x)| > a \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} f(x) > a \\ f(x) < -a \end{array} \right. \\ a > 0 \\ x \in \mathcal{R} \\ a \geq 0 \end{array} \right.$$

Пример

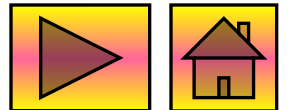




$$|f(x)| < g(x)$$

$$|f(x)| < g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) < g(x) \\ f(x) > -g(x) \end{cases}$$

Пример

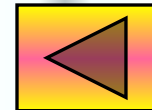




$$|f(x)| > g(x)$$

$$|f(x)| > g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > g(x) \\ f(x) < -g(x) \end{cases}$$

Пример

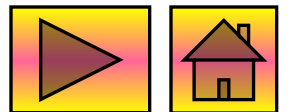




$$|f(x)| < |g(x)|$$

$$|f(x)| < |g(x)| \Leftrightarrow f^2(x) < g^2(x)$$

Пример

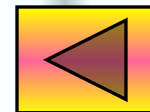




$$|f(x)| > |g(x)|$$

$$|f(x)| > |g(x)| \Leftrightarrow f^2(x) > g^2(x)$$

Пример





**Метод заключается в
последовательном
раскрытии модуля в
задачах, где внутри одного
модуля находится другой,
или несколько.**

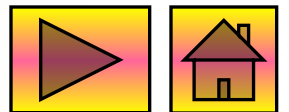
[Пример](#)





С помощью метода
интервалов (или метода
разбиения на промежутки)
решаются неравенства вида

$$|f_1(x)| + |f_2(x)| + \dots + |f_n(x)| \leq g(x)$$





Для этого находим сначала все точки, в которых

$$f_1(x) = 0, f_2(x) = 0, \dots, f_n(x) = 0$$

Эти точки делят область допустимых значений неравенства на промежутки, на каждом из которых все функции сохраняют знак (определяем знак каждого модуля на указанном промежутке). Затем переходим от неравенства к совокупности систем, не содержащих знаков модуля.

Пример





Функция $y = \Phi$ функция

✓ Функция $y = \Phi$ функция

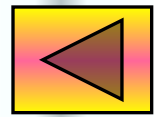
✓ Функция $y = a \Phi(x)$

✓ $y = |x|$ функция $y = a|x|$

✓ Функция $y = \Phi$ функция $y = \Phi(x)$
Функция функция $y = \Phi$ функция

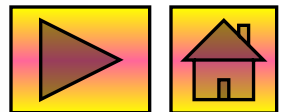
✓ $y = \Phi$ функция $y = -|x|$
Функция функция $y = f(|x|)$

✓ От теории к практике





Для построения графика функции $y=|x|$ достаточно построить график функции $y=x$ и отобразить симметрично относительно оси Ox ту часть графика, которая расположена ниже оси, оставив верхнюю часть графика без изменения.



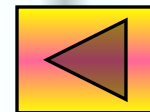
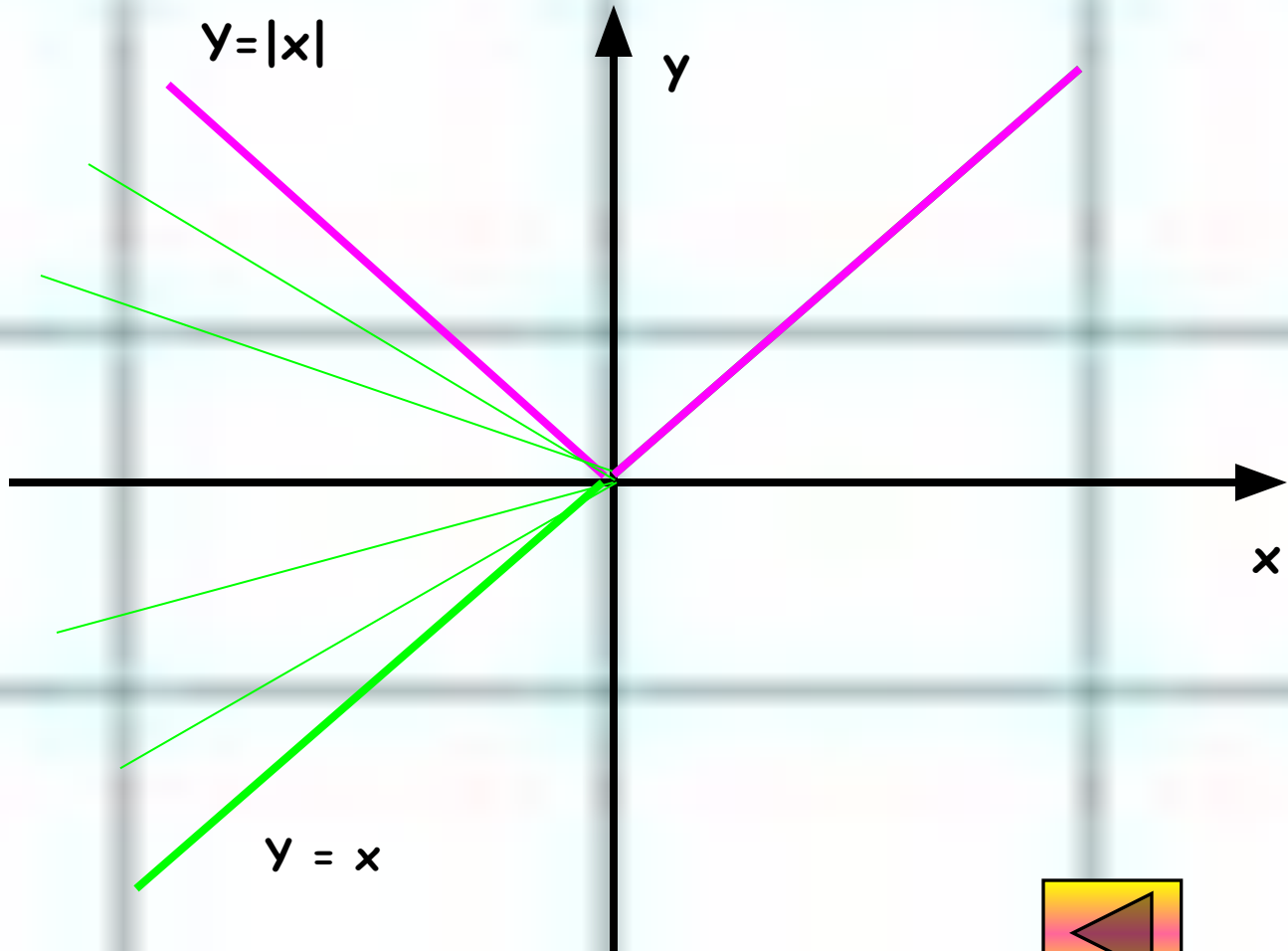
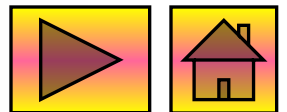
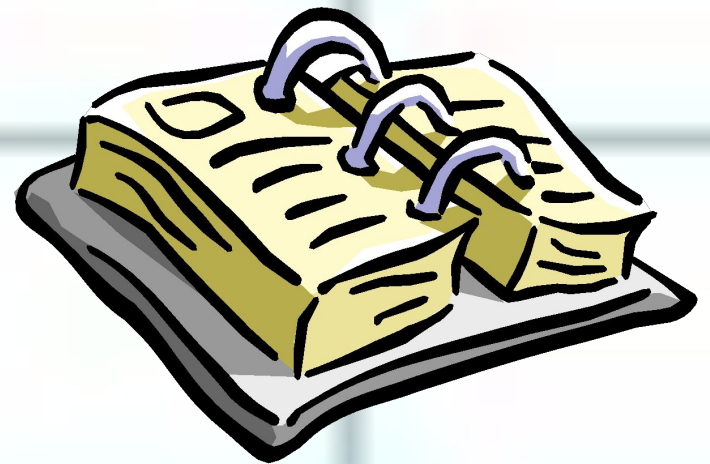




График функции График
функции $y=|x|+a$
получается из графика
функции $y=|x|$ с
помощью
параллельного переноса
вдоль оси Oy на $|a|$
единиц вверх ,, если
 $a>0$, и вниз на $|a|$, если
 $a<0$.



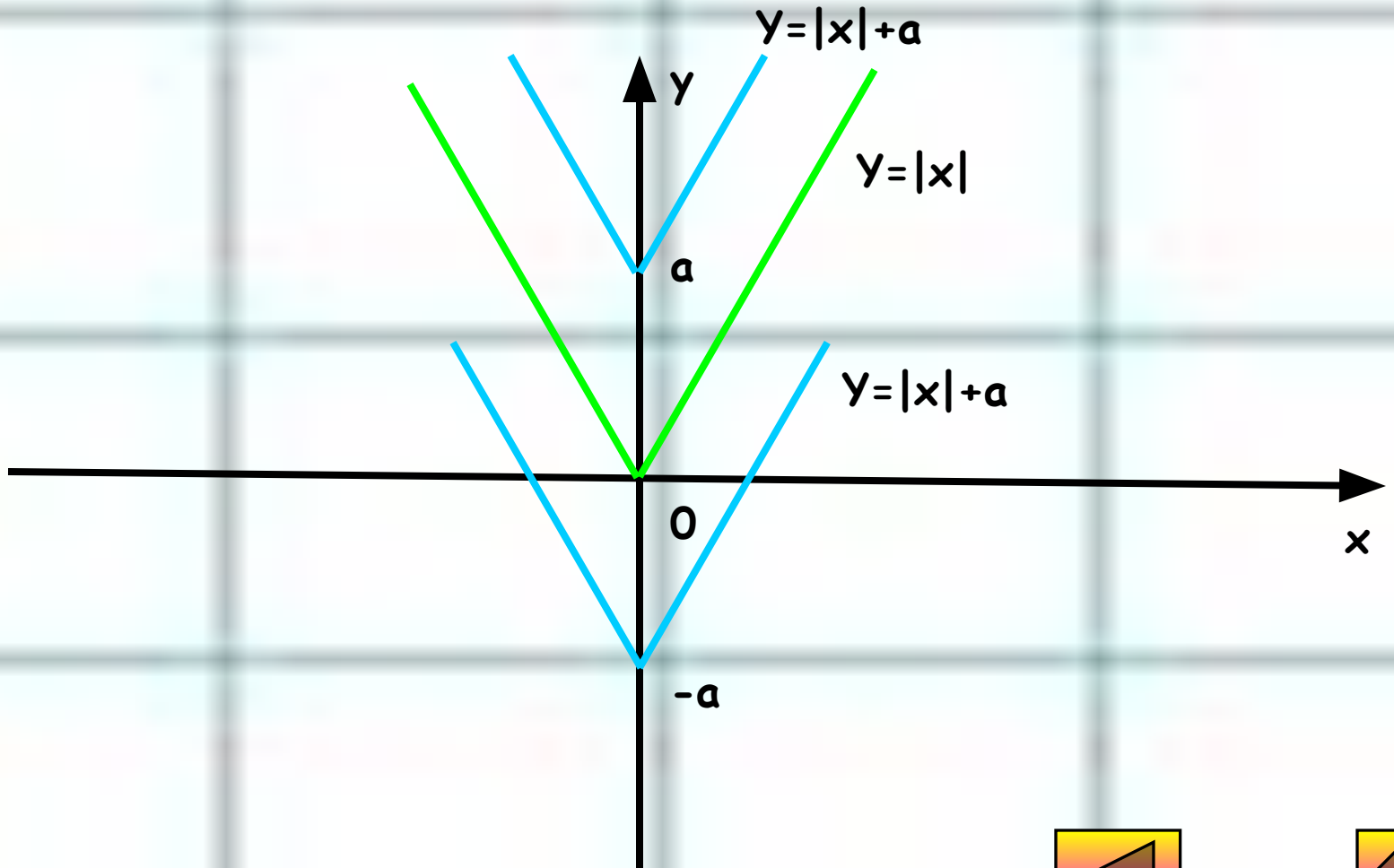
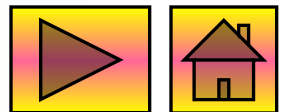
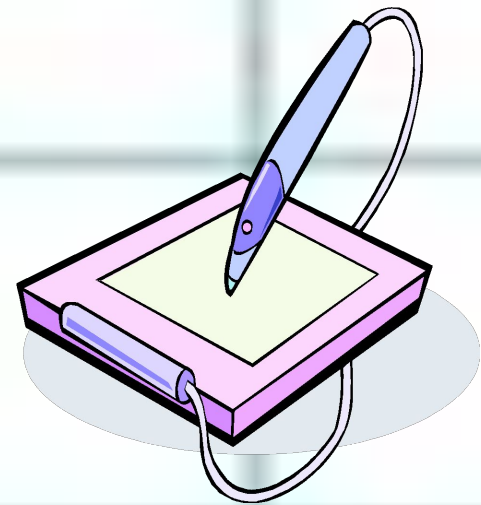




График функции
 $y = a|x|$ получается
растяжением
графика $y = |x|$ вдоль
оси Oy в a раз при
 $a > 1$ и сжатием
вдоль этой оси в
 $1/a$ раз при $0 < a < 1$.



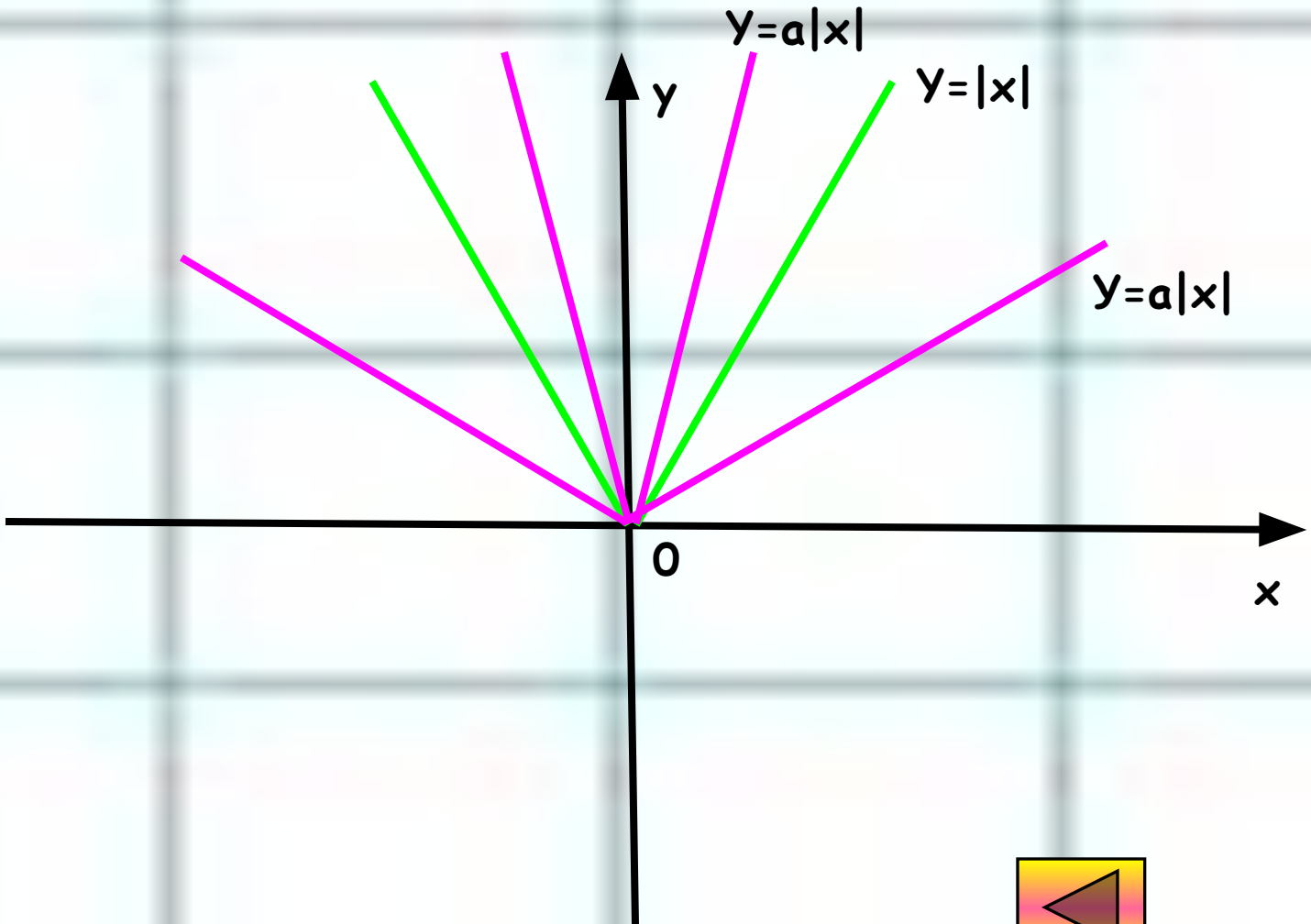
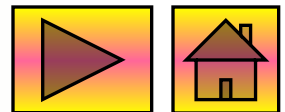
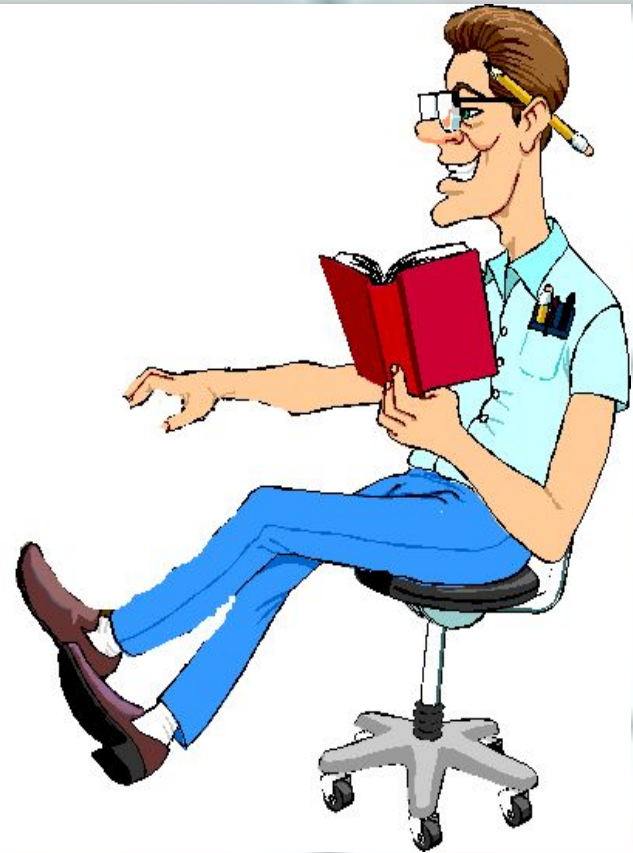




График функции График функции $y=|x+a|$ получается из графика функции $y=|x|$ с помощью параллельного переноса в отрицательном направлении от оси Ox на $|a|$ единиц, если $a>0$, и в положительном направлении на $|a|$, если $a<0$.



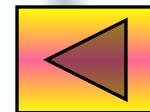
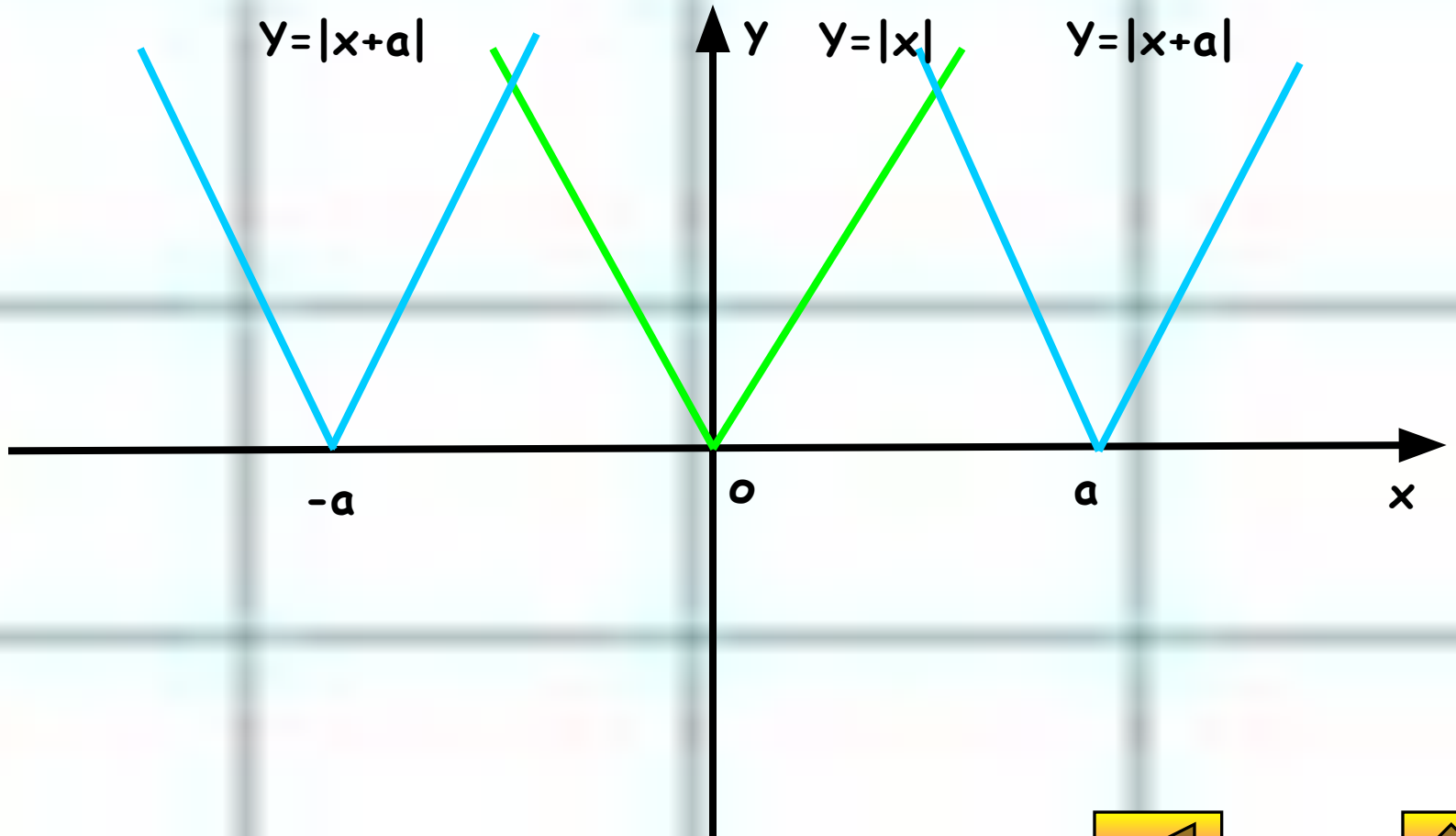
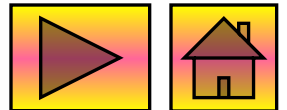


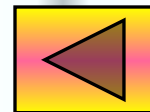
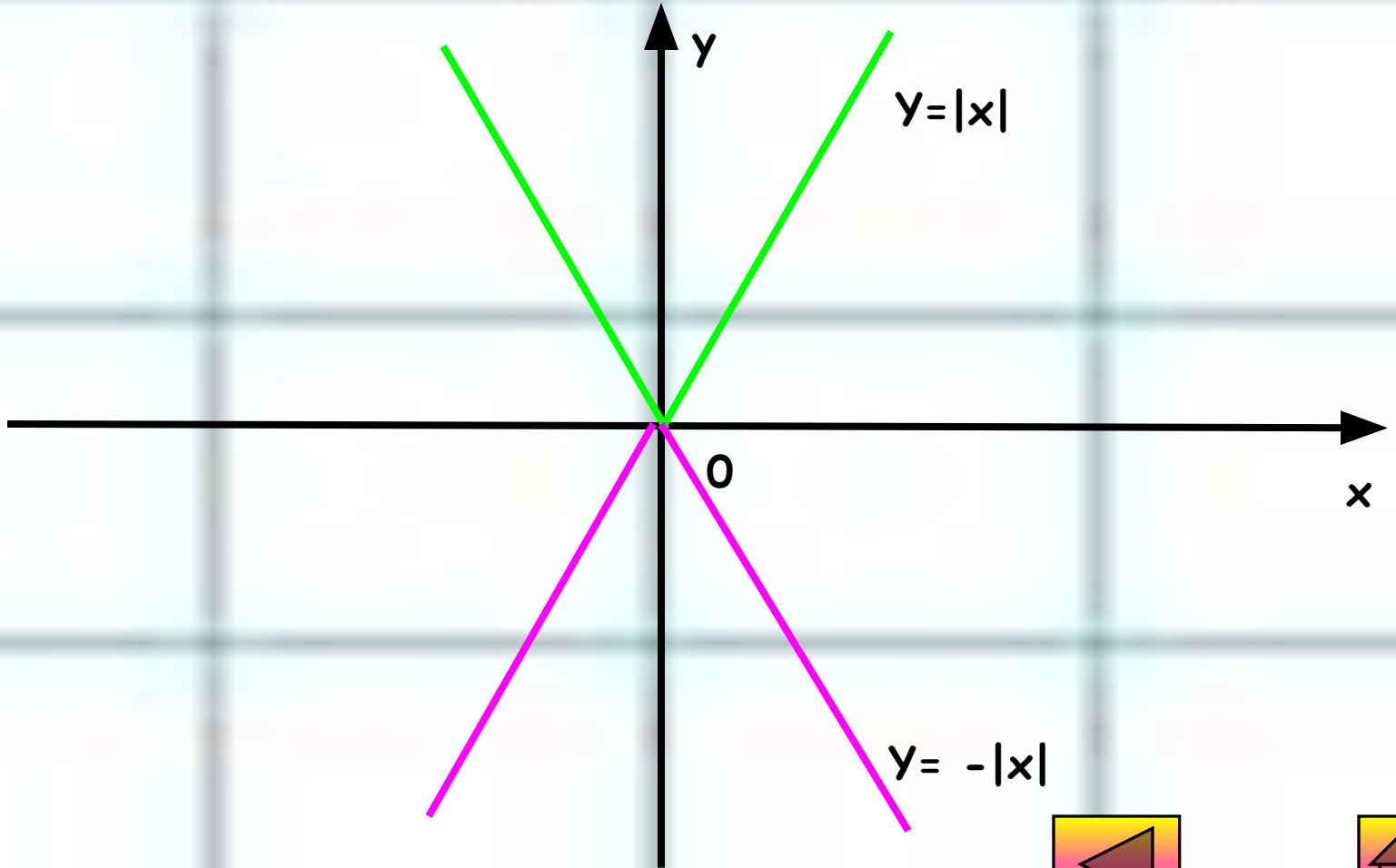


График функции

$$y = -|x|$$

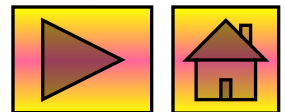
получается из
графика функции
 $y = |x|$ с помощью
симметрии
относительно оси
 Ox .

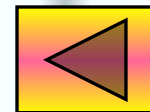
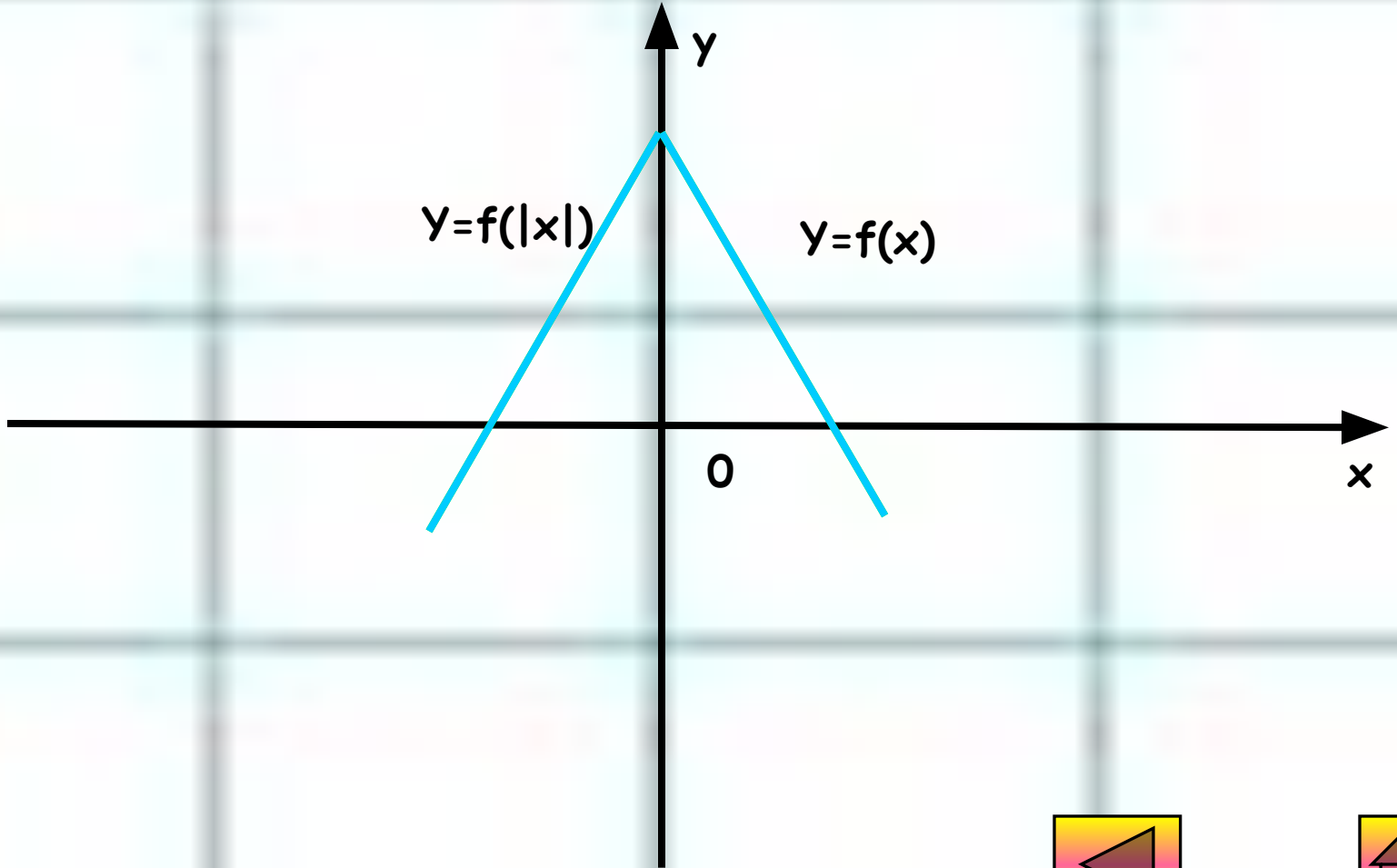






Для построения графика функции $y=f(|x|)$ достаточно построить график функции $y=f(x)$ при $x > 0$ или $x = 0$, а затем отобразить построенную часть симметрично оси Oy .





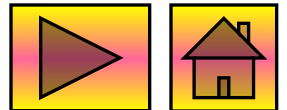


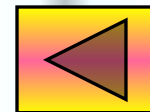
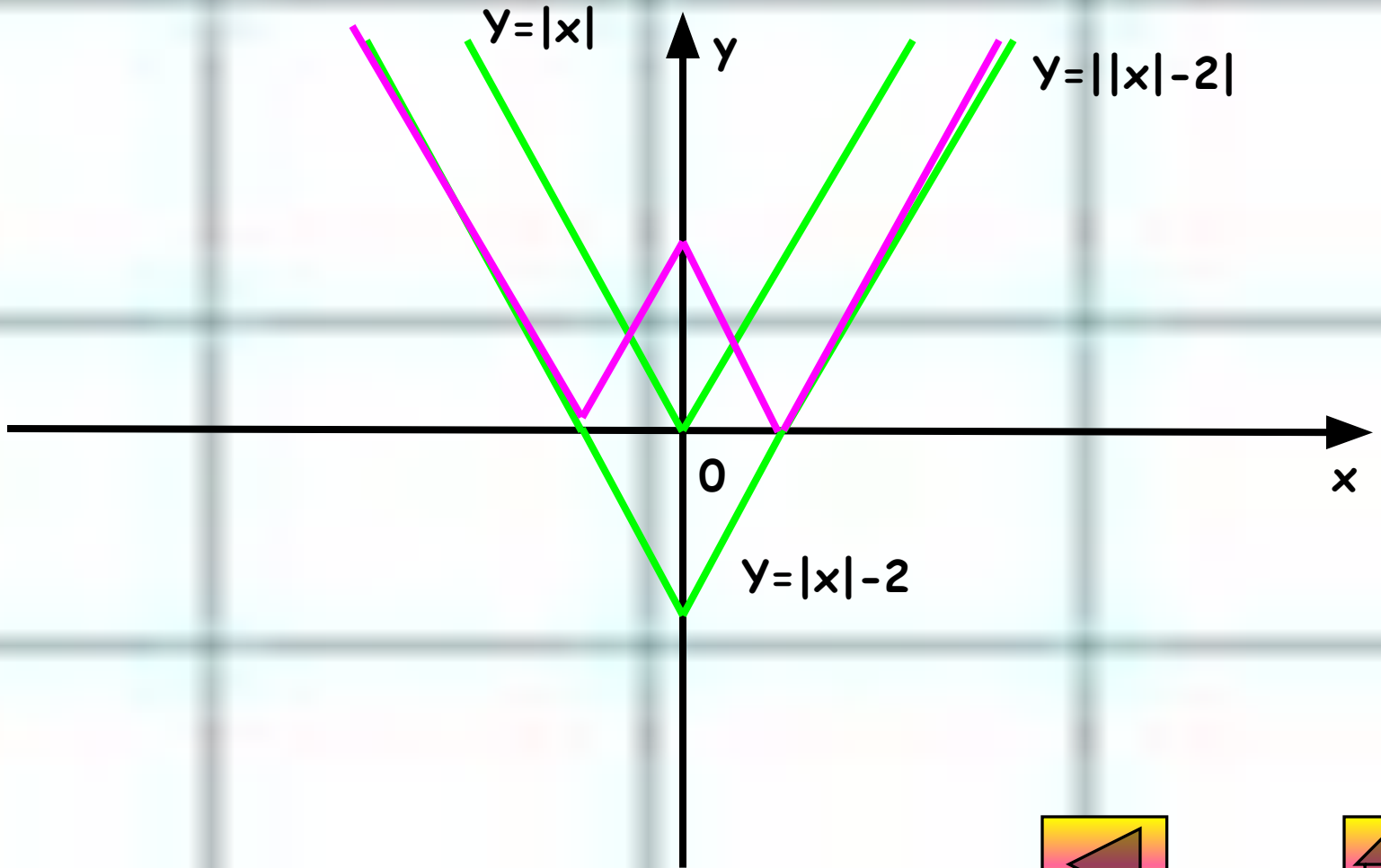
Рассмотрим построение более сложных графиков.

Задание. Построить график функции $y = ||x| - 2|$.

Построение.

- 1) Строим график функции $y = |x|$.
- 2) Смещаем его вдоль оси Oy вниз на 2 единицы.
- 3) Отображаем часть графика, расположенного ниже оси Ox , симметрично этой оси, в верхнюю полуплоскость.







Коржуев А.В. Построение графиков некоторых функций //Математика в школе.-1995, №3.



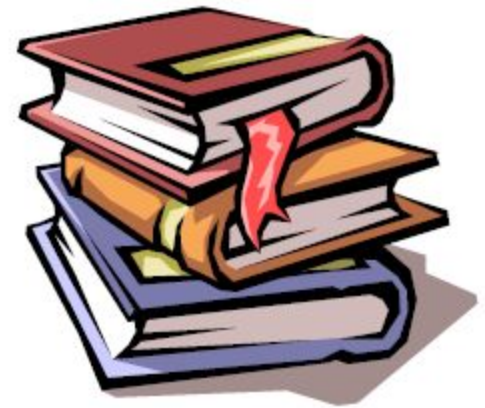
Кочарова К.С. Об уравнениях с модулем //Математика в школе.-1995, №2.



Севрюков П.Ф. Уравнения и неравенств М., 2004 г.



Севрюков П.Ф., Смоляков А.Н .
Уравнения и неравенства с модулями
и методика их решения .-М., 2005.

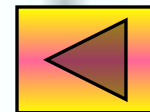




Параллельный перенос – преобразование, при котором точки смещаются в одном и том же направлении на одно и то же расстояние.

Две точки A и B называются **симметричными** относительно прямой c , если эта прямая проходит через середину отрезка AB и перпендикулярна к нему.

График функции – множество всех точек координатной плоскости, абсциссы которых равны значениям аргумента, а ординаты – соответствующим значениям функции.





ВЫХОД



Решите уравнение:

$$1) |x| = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ x = -6 \end{cases}$$

Ответ: 6, -6

2) $|x| = -17$ – решений
нет, так как $-17 < 0$

Ответ: \emptyset





Решите уравнение:

$$|2x - 3| = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3 = 5 \\ 2x - 3 = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -1 \end{cases}$$

Ответ: 4, -1





Решите уравнение:

$$|x^2 - 7x + 6| = x + 1$$

$$|x^2 - 7x + 6| = x + 1 \Leftrightarrow \begin{cases} -x^2 + 7x - 6 = x + 1 \\ x^2 - 7x + 6 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 8x + 5 = 0 \\ x \leq 1, x \geq 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \pm \sqrt{11} \\ x \leq 1, x \geq 6 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 7x + 6 = x + 1 \\ x^2 - 7x + 6 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x^2 + 6x - 7 = 0 \\ 1 < x < 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \pm \sqrt{2} \\ 1 < x < 6 \end{cases}$$

Ответ: $4 \pm \sqrt{11}, 3 \pm \sqrt{2}$





Решите уравнение:

$$|x^2 - 7x + 6| = x + 1$$

$$|x^2 - 7x + 6| = x + 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 7x + 6 = x + 1 \\ x^2 - 7x + 6 = -x - 1 \Leftrightarrow \\ x + 1 \geq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 8x + 5 = 0 \\ x^2 - 6x + 7 = 0 \Leftrightarrow \\ x + 1 \geq 0 \end{cases} \begin{cases} x = 4 \pm \sqrt{11} \\ x = 3 \pm \sqrt{2} \\ x \geq -1 \end{cases}$$

Ответ: $4 \pm \sqrt{11}, 3 \pm \sqrt{2}$





Решите уравнение:

$$|x - 3| = 2x + 3$$

$$|x - 3| = 2x + 3 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3 \geq 0 \\ (x - 3)^2 = (2x + 3)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1,5 \\ (x - 3)^2 - (2x + 3)^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1,5 \\ \begin{cases} x - 3 - 2x - 3 = 0 \\ x - 3 + 2x + 3 = 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1,5 \\ \begin{cases} x = -6 \\ x = 0 \end{cases} \end{cases}$$

Ответ: $x = 0$





Решите уравнение:

$$|x - 7| = |x - 9|$$

$$|x - 7| = |x - 9| \Leftrightarrow \begin{cases} x - 7 = x - 9 \\ x - 7 = 9 - x \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 0x = -2 \\ 2x = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{решений нет} \\ x = 8 \end{cases}$$

Ответ: 8





Решите уравнение:

$$|x - 7| = |x - 9|$$

$$|x - 7| = |x - 9| \Leftrightarrow (x - 7)^2 = (x - 9)^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x - 7)^2 - (x - 9)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 7 - x + 9 = 0 \\ x - 7 + x - 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0x = -2 \\ 2x = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{решений нет} \\ x = 8 \end{cases}$$

Ответ: 8





Решите уравнение:

$$\left| \left| x^2 - 3x \right| - 5 \right| = x + 1$$

$$\left| \left| x^2 - 3x \right| - 5 \right| = x + 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \left| \left| x^2 - 3x \right| - 5 \right| = x + 1 \\ \left| \left| x^2 - 3x \right| - 5 \right| = -x - 1 \\ x \geq -1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x^2 - 3x = x + 6 \\ x^2 - 3x = -x - 6 \\ x \geq -1 \end{cases} \\ \begin{cases} x^2 - 3x = -x + 4 \\ x^2 - 3x = x - 4 \\ -1 \leq x \leq 4 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = 2 \pm \sqrt{10} \\ \emptyset \\ x \geq -1 \end{cases} \\ \begin{cases} x = 1 \pm \sqrt{5} \\ x = 2 \\ -1 \leq x \leq 4 \end{cases} \end{cases}$$

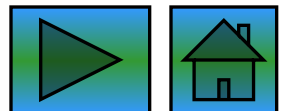
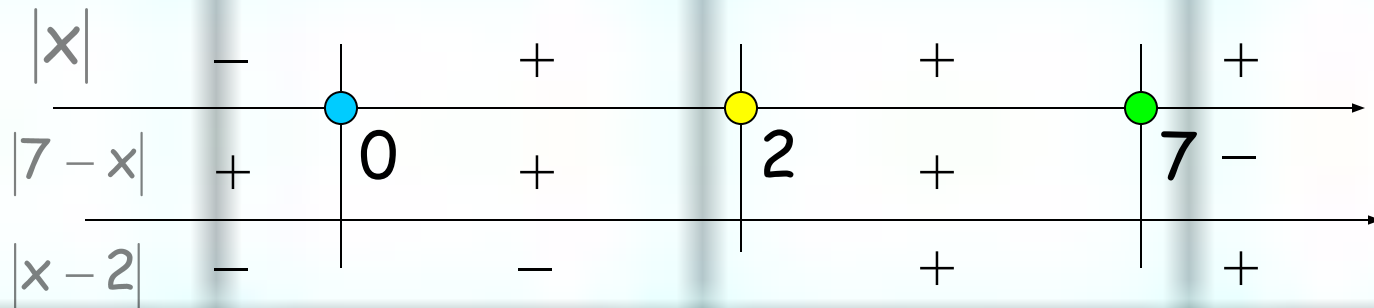
Ответ: $2 + \sqrt{10}, 1 + \sqrt{5}, 2$





Решите уравнение:

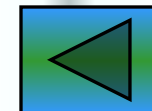
$$|x| + |7 - x| + 2|x - 2| = 4$$





$$\begin{aligned} 1) \begin{cases} x < 0, \\ -x + (7 - x) - 2(x - 2) = 4 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x = \frac{7}{4}; \end{cases} & \text{нет решений} \\ 2) \begin{cases} 0 \leq x \leq 2, \\ x + (7 - x) - 2(x - 2) = 4 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq 2, \\ x = \frac{7}{2}; \end{cases} & \text{нет решений} \\ 3) \begin{cases} 2 \leq x \leq 7, \\ x + (7 - x) + 2(x - 2) = 4 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 2 \leq x \leq 7, \\ x = \frac{1}{2}; \end{cases} & \text{нет решений.} \\ 4) \begin{cases} x > 7 \\ x - (7 - x) + 2(x - 2) = 4 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x > 7 \\ x = \frac{15}{4}; \end{cases} & \text{нет решений} \end{aligned}$$

Ответ: корней нет





Решите неравенство:

$$|x| < 7$$

$$|x| < 7 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 7 \\ x > -7 \end{cases}$$

Ответ: $(-7; 7)$





Решите неравенство:

$$|x| \geq -16$$

$$|x| \geq -16 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}$$

Ответ: $x \in \mathbb{R}$





Решите неравенство:

$$|2x - 5| < 1$$

$$|2x - 5| < 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 5 < 1 \\ 2x - 5 > -1 \end{cases} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x < 6 \\ 2x > 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 3 \\ x > 2 \end{cases}$$

Ответ: (2;3)





Решите неравенство:

$$|7 + 2x| \geq 3$$

$$|7 + 2x| \geq 3 \Leftrightarrow \begin{cases} 7 + 2x \geq 3 \\ 7 + 2x \leq -3 \end{cases} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x \geq -4 \\ 2x \leq -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x \leq -5 \end{cases}$$

Ответ: $(-\infty; -5] \cup [-2; +\infty)$





Решите неравенство:

$$|4x - 5| > 2x + 7$$

$$|4x - 5| > 2x + 7 \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 5 > 2x + 7 \\ 4x - 5 < -2x - 7 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x > 12 \\ 6x < -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 6 \\ x < -\frac{1}{3} \end{cases}$$

Ответ: $\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right) \cup (6; +\infty)$





Решите неравенство:

$$|3x + 8| < 7x - 4$$

$$|3x + 8| < 7x - 4 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 8 < 7x - 4 \\ 3x + 8 > 4 - 7x \end{cases} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} -4x < -12 \\ 10x > -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x > -0,4 \end{cases} \Leftrightarrow x > 3$$

Ответ: $(3; +\infty)$





Решите неравенство:

$$|x + 4| \leq |3x - 1|$$

$$\begin{aligned} |x + 4| \leq |3x - 1| &\Leftrightarrow (x + 4)^2 \leq (3x - 1)^2 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x + 4)^2 - (3x - 1)^2 \leq 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (-2x + 5)(4x + 3) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -0,75 \\ x \leq 2,5 \end{cases} \end{aligned}$$

Ответ: $[-0,75; 2,5]$





Решите неравенство:

$$|x - 3| > |3x + 2|$$

$$|x - 3| > |3x + 2| \Leftrightarrow (x - 3)^2 > (3x + 2)^2 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 > 9x^2 + 12x + 4 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 8x^2 + 18x - 5 < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < \frac{1}{4} \\ x > -\frac{5}{2} \end{cases}$$

Ответ: $\left(-\frac{5}{2}; \frac{1}{4}\right)$





Решите неравенство:

$$\left| \left| x^2 - 3x + 2 \right| - 1 \right| > x - 2$$

$$\left| \left| x^2 - 3x + 2 \right| - 1 \right| > x - 2 \Leftrightarrow \begin{cases} \left| x^2 - 3x + 2 \right| - 1 > x - 2 \\ \left| x^2 - 3x + 2 \right| - 1 < 2 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left| x^2 - 3x + 2 \right| > x - 1 \\ \left| x^2 - 3x + 2 \right| < 3 - x \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x^2 - 3x + 2 > x - 1 \\ x^2 - 3x + 2 < 1 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1, x > 3 \\ \text{нет решений} \end{cases}$$
$$\begin{cases} x^2 - 3x + 2 < 3 - x \\ x^2 - 3x + 2 > x - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - \sqrt{2} < x < 1 + \sqrt{2} \\ x \in (-\infty; +\infty) \end{cases}$$

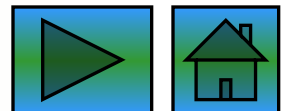
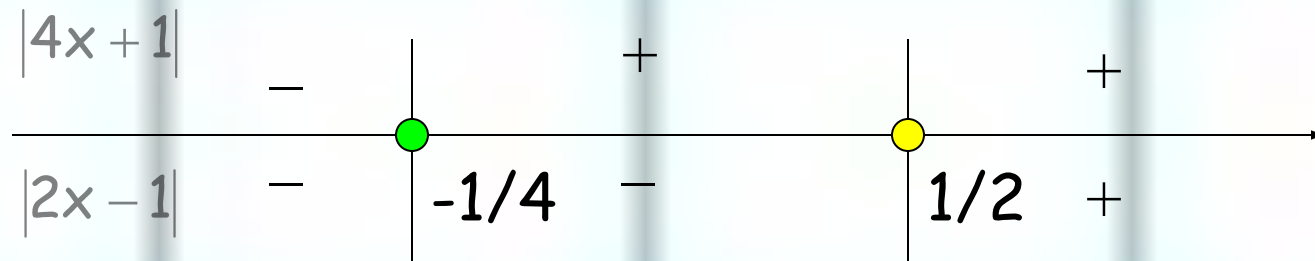
Ответ: $(-\infty; 1 + \sqrt{2}) \cap (3; +\infty)$





Решите неравенство:

$$|4x + 1| - |1 - 2x| < x$$





$$\begin{aligned} 1) \begin{cases} x \leq -\frac{1}{4} \\ -4x - 1 + 2x - 1 < x \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -\frac{1}{4} \\ -3x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \left(-\frac{2}{3}; \frac{1}{4}\right] \\ 2) \begin{cases} -\frac{1}{4} < x < \frac{1}{2} \\ 4x + 1 + 2x - 1 < x \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{1}{4} < x < \frac{1}{2} \\ 5x < 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \left(-\frac{1}{4}; 0\right) \\ 3) \begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ 4x + 1 - 2x + 1 < x \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ x < -2 \end{cases} \Leftrightarrow \text{решений нет} \end{aligned}$$

Ответ: $\left(-\frac{2}{3}; 0\right)$



Найдите наименьшее целое решение
неравенства:

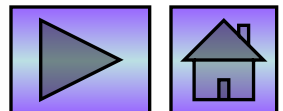
$$|x - 10,5| < 2$$

А. 10

Б. 12

В. 9

Г. 8



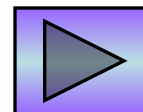
Решите уравнение:

А. -4

Б. 4

В. 2; 4

Г. 2



Найдите наименьший корень уравнения:

$$|x - 1| + |x + 2| = 3$$

А.-2

Б. 12

В.-3

Г. 1



Найдите сумму целых решений неравенства:

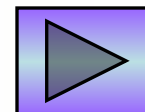
$$|x - 3| > |3x + 2|$$

А. 0

Б. -2

В. -3

Г. 7

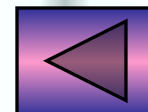


Найдите наименьшее целое решение
неравенства:

$$|x - 10,5| < 2$$

$$|x - 10,5| < 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 10,5 < 2 \\ x - 10,5 > -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 12,5 \\ x > 8,5 \end{cases}$$

Ответ: 9

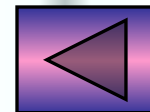


Решите уравнение:

$$|x^2 - 7x + 12| = x - 4$$

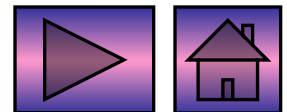
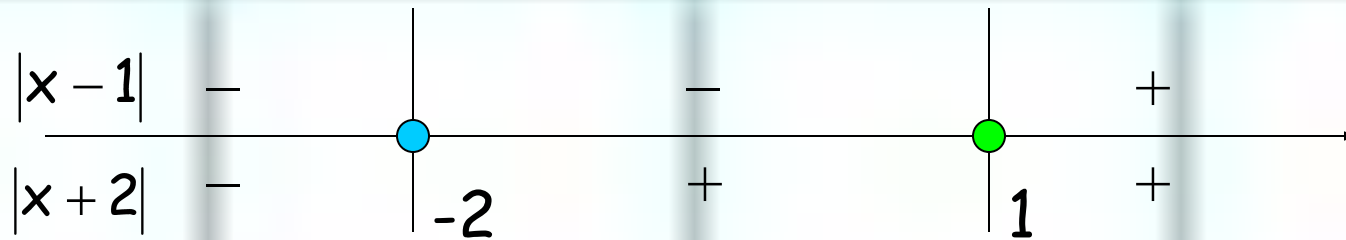
$$|x^2 - 7x + 12| = x - 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 7x + 12 = x - 4 \\ x^2 - 7x + 12 = -x + 4 \\ x - 4 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 8x + 16 = 0 \\ x^2 - 6x + 8 = 0 \\ x \geq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x - 4)^2 = 0 \\ x = 2 \\ x = 4 \\ x \geq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 4 \\ x \geq 4 \end{cases}$$

Ответ: 4



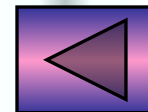
Найдите наименьший корень уравнения:

$$|x - 1| + |x + 2| = 3$$



$$\begin{aligned}
 1) \quad & \begin{cases} x < -2, \\ -x + 1 - x - 2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -2 \\ x = -2; \end{cases} \text{ нет решений} \\
 2) \quad & \begin{cases} -2 \leq x \leq 3, \\ -x + 1 + x + 2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 \leq x \leq 3, \\ 0 \cdot x = 0; \end{cases} \Leftrightarrow x \in [-2; 3] \\
 3) \quad & \begin{cases} x > 3 \\ x - 1 + x + 2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ 2x = 2; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x = 1; \end{cases} \text{ нет решений}
 \end{aligned}$$

Ответ: - 2

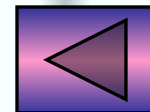


Найдите сумму целых решений неравенства:

$$|x - 3| > |3x + 2|$$

$$\begin{aligned} |x - 3| > |3x + 2| &\Leftrightarrow (x - 3)^2 > (3x + 2)^2 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 > 9x^2 + 12x + 4 &\Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 8x^2 + 18x - 5 < 0 &\Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{5}{2} \\ x < \frac{1}{4} \end{cases} \end{aligned}$$

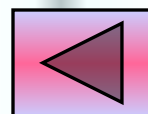
Ответ: -3

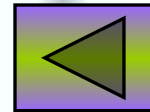




Решение







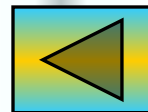
Решени

е



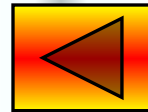
Решение

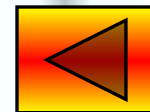


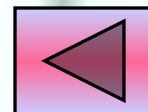


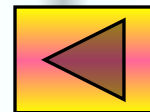


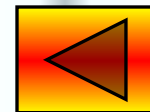




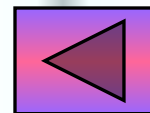








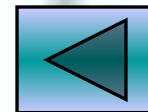


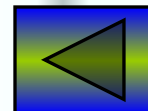


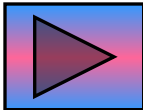


Решени

е







Комплекс упражнений гимнастики для глаз

1. Быстро поморгать, закрыть глаза и посидеть спокойно, медленно считая до пяти.
2. Крепко зажмурить глаза, открыть их и посмотреть вдаль.
3. Вытянуть правую руку вперед. Следить глазами за медленными движениями указательного пальца.

