ТРАНСЦЕДЕНТНЫЕ ЧИСЛА π И е

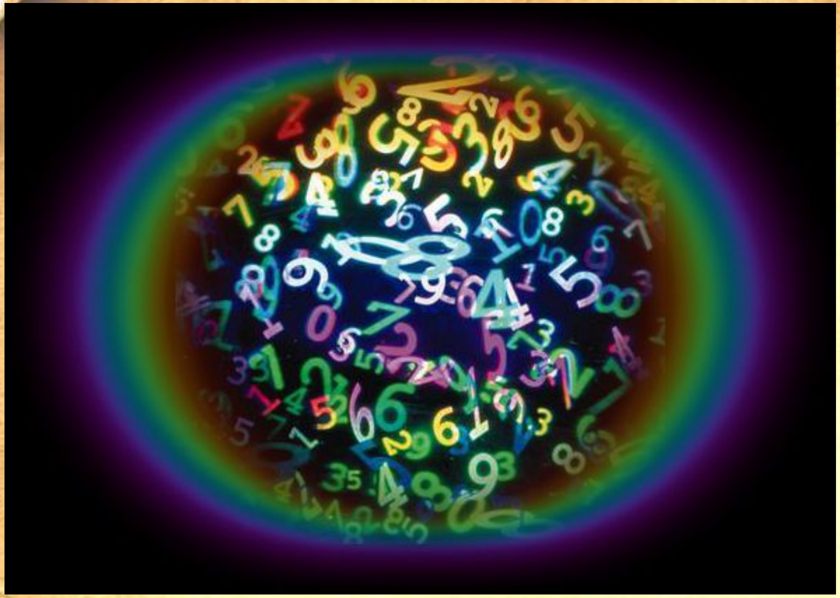
Выполнил: ученик 10-б класса

Атаев Владимир

Учитель Большакова Екатерина

Николаевна ГБОУ 489

Санкт-Петербург

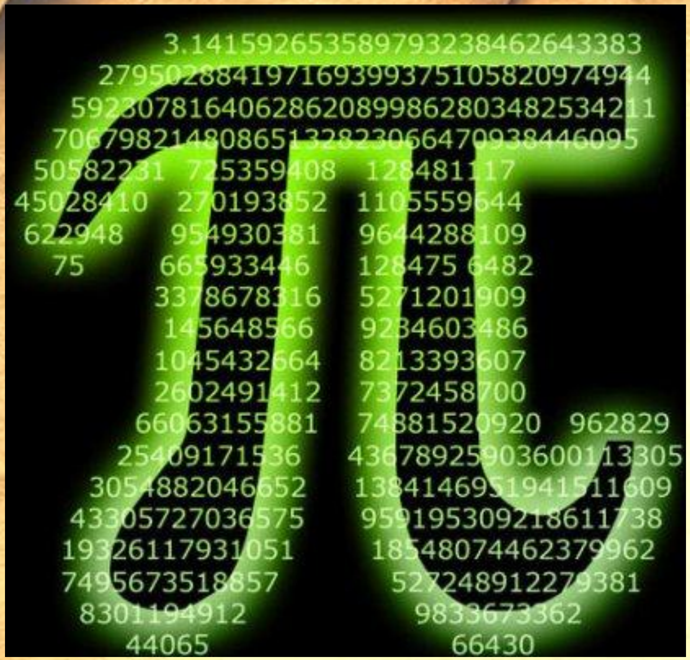


Числа много тысячелетий назад вошли в жизнь и быт людей. Человек использует их не только при счете и вычислениях, он придумал различные игры с числами и шарады, а некоторые числа наделил сверхъестественными свойствами. К таким «особенным» числам относятся математические константы ***π*** и **e**.Они имеют свои собственные обозначения, так как их нельзя записать точно с помощью цифр.

Числа 3,14 и 2,7 лишь одни из приближённых значений чисел *π* и *е*. Эти числа являются иррациональными и трансцендентными, для их точного определения не хватило бы и триллиона десятичных знаков.

Иррациональные числа не могут быть точно выражены ни целыми числами, ни арифметическими дробями, а представляются бесконечными и непериодическими десятичными дробями.

Трансцендентное число (от лат. *transcendere* — переходить, превосходить) — это число, не являющееся алгебраическим, т.е. не удовлетворяющее никакому алгебраическому уравнению с целыми коэффициентами.

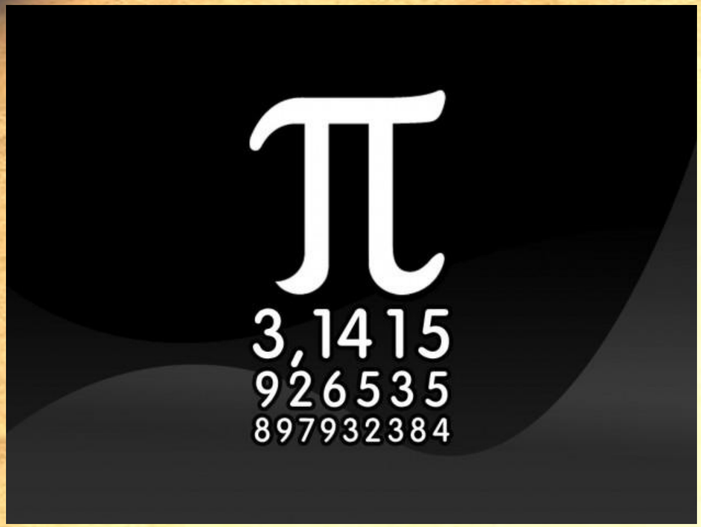


Число π — математическая константа, выражающая отношение длины окружности к длине её диаметра. Впервые в этом смысле символ π использовал британский математик *Уильям Джонс* в 1706 г.

В 1647 г. *Уильям Оутред* применил букву ***π*** для обозначения длины окружности. Это обозначение происходит от начальной буквы греческих слов περιφέρεια — окружность, периферия и περίμετρος — периметр.

Приближение *π*≈22/7≈3,1428 нашёл величайший математик древности ***Архимед*** (III век до н.э.), в честь которого это отношение часто называют *«архимедовым числом».* Архимед, возможно, первым предложил способ вычисления *π* математическим способом.

Для этого он вписывал в окружность и описывал около неё правильные многоугольники. Принимая диаметр окружности за единицу, Архимед рассматривал периметр вписанного многоугольника как нижнюю оценку длины окружности, а периметр описанного многоугольника как верхнюю оценку.



Обозначение *π* как величины, равной 3,141592…, получило широкое распространение после того, как в своих трудах начиная с 1736 г. его стал применять выдающийся математик *Леонард Эйлер*.

На протяжении всего существования числа *π*, вплоть до наших дней, велась своеобразная «погоня» за десятичными знаками числа *π*. *Леонардо Фибоначчи* около 1220 г. определил три первых точных десятичных знака числа *π*.

Нидерландский математик *Лудольф ван Цейлен* (1540 – 1610), применив метод Архимеда, вычислил число *π* с 35 деся-тичными знаками. Лудольф завещал, чтобы найденные им знаки были высе-чены на его надгробном камне. В его честь число *π* современники называли *«лудольфовым числом»*.

Математики XIX в. вычислили сотни десятичных знаков числа *π*. В 1853 г. З. Дазе получает 440, а У. Шенкс – 513 знаков. С появлением компьютеров количество верных десятичных знаков *π* резко возрастает.

В 2011 г. ученые рассчитали последовательность с точностью в 10 триллионов цифр после запятой.

Памятник числу «пи», известному еще древним людям, установлен на ступенях перед зданием
Музея искусств в Сиэтле.

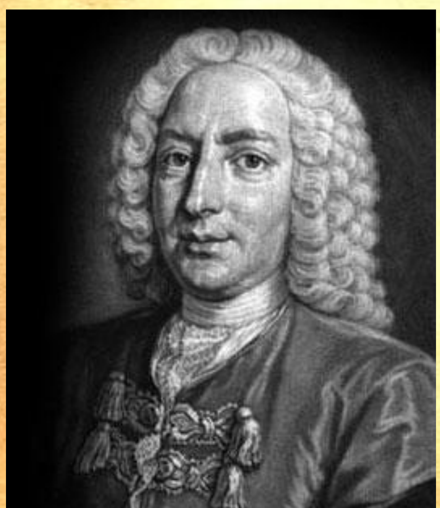
Неофициальный праздник «День числа π» отмечается 14 марта, которое в американском формате дат записывается как 3.14, что соответствует приближённому значению числа.

Число *е* появилось сравнительно недавно. Его иногда необоснованно называют «неперовым числом» в честь изобретателя логарифмов *Джона Непера* (1550 – 1617).

Впервые обозначение **е** ввёл швейцарский и российский математик, академик Петербургской АН ***Леонард Эйлер*** (1707 – 1783). Выбор буквы, возможно, связан с тем, что с неё начинается слово *exponential* («показательный», «экспоненциальный»). Эйлер вычислил точные 23 десятичные знака числа *е*, использовав его представление в виде бесконечного числового ряда. Соответственно, *е* обычно называют *числом Эйлера*.

Приближенное значение числа е равно **2,718281828...**

- Стихотворная мнемофраза, помогающая его запомнить:
- «*Экспоненту помнить способ есть простой: два и семь десятых, дважды Лев Толстой*» (1828 – год рождения Л.Н. Толстого).



Константу *е* впервые вычислил швейцарский математик *Даниил Бернулли* (1700 – 1782) в ходе решения задачи о предельной величине процентного дохода.

Число *е* является *трансцендентным*, т.е. его нельзя получить в виде корня алгебраического уравнения с целыми коэффициентами.

Это первое число, которое не было выведено как трансцендентное специально, его трансцендентность была доказана только в 1873 году французским математиком *Шарлем Эрмитом*.

Л. Эйлер открыл бесконечную цепную дробь для представления числа e:

$$e = 2 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{2}{3 + \cfrac{3}{4 + \cfrac{4}{\ldots}}}}}$$

Дробь 2721/1001 дает значение числа *e* с шестью верными десятичными знаками, дробь 878/323 – с тремя верными десятичными знаками, а дробь 87/32 – с двумя.

Способы определения числа е:

- через предел

$$e = \lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x$$

- через определенный интеграл

$$e = \int_0^1 1 + \operatorname{sh}(x) + \operatorname{ch}(x)\,dx$$

Способы определения числа e:

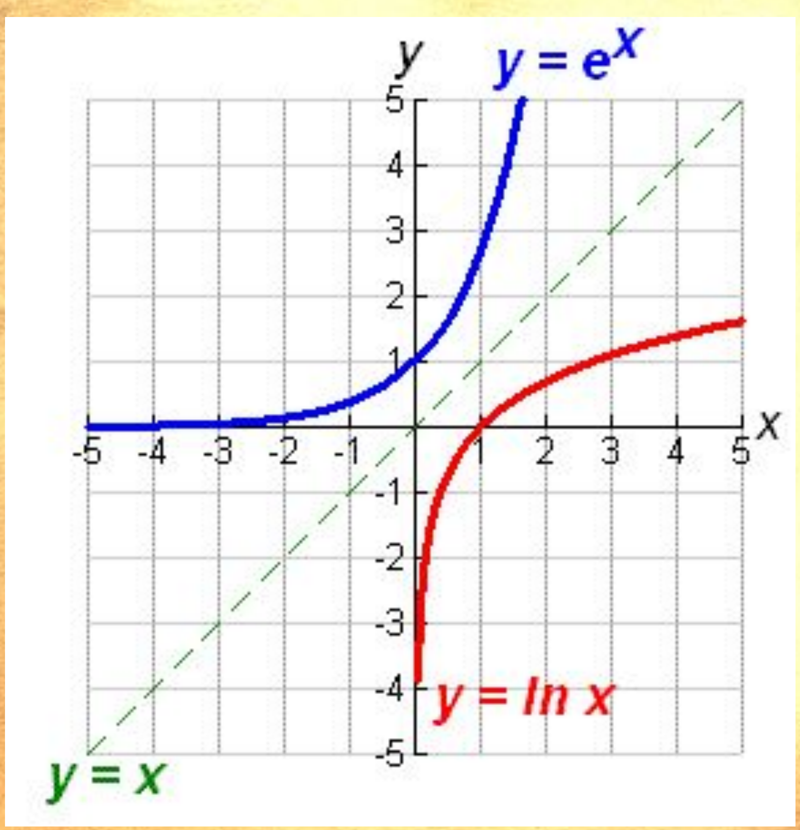
- как единственное число *a*, для которого выполняется:

$$\int_1^a \frac{dt}{t} = 1.$$

- как единственное положительное число *a*, для которого верно:

$$\frac{d}{dt}a^t = a^t.$$

Логарифмы по основанию *e* называются *натуральными* и обозначаются ***ln x.***



Логарифмическую функцию, обратную показательной функции ***y = e^x***, принято обозначать ***y = ln x.***

Графики этих функций симметричны относительно прямой *y* = *x*.

Функция ***y = e^x*** обозначается также ***y = exp x*** и называется ***экспоненциальной***.

О числах π и е

- Удивительно красива комбинация записи тождества взаимосвязи чисел *π и е:*

$$e^6=\pi^5+\pi^4$$

Совпадение вплоть до 4-го знака после запятой; расчёт на ПК показал величину 403,4287.

- Оказывается, что значения e^π и π^e примерно равны:

$$e^\pi \approx 23{,}14069262 \text{ и } \pi^e \approx 22{,}45915771$$

Доказать (без вычислений), что $\pi^e < e^\pi$ можно многими способами.

Спасибо за внимание