

# Вариациялық қатардың түрлері

- Орындаған: Досмұқамет Д.Б
- Тексерген: Абсатарова К.С

## **Жоспар:**

1. Вариациялық қатар түрлері
2. Гистограмма
3. Вариациялық қатардың графигі

- ***Вариация*** - бір жиынға енетін белгілердің ауытқу мөлшері, яғни ауытқыштығы. Жиындағы мүшелердің мәндерін *варианттар* деп атаймыз. Жиынның мәндері бойынша вариацияланған белгілер, яғни мәндер жиыны *вариация қатары* делінеді және олар **дискретті** (үздікті) немесе **үздіксіз** болуы мүмкін.

- Бір-бірінен толық бүтін сан мәндерімен ерекшеленетін сандар қатарын *дискретті вариация* деп атайды.
- Бір-бірінен кез келген бөлшек сандармен ерекшеленетін сандар қатарын *үздіксіз вариация* деп атайды.
- Мысалға, дискретті вариация белгілері үшін бір отардағы қойлар және ешкілер саны, бір жанұядағы адамдар саны және т.б., ал үздіксіз вариация белгілері ретінде тәуліктегі уақыт, бір отардағы қойлардың салмақтары және т.с.с. алынады.

Вариация қатарын ұйымдастыруға мысал келтірейік. Мысалы, шошқа фермасында 65 мегежін тіркелді. Әр аналық шошқадан алынған торайлар саны мынадай болсын: 8, 9, 12, 10, 6, 7; 11, 8, 6, 8, 9, 12, 7, 6, 11,5, 8, 8, 6, 12,5, 9, 7, 10, 6, 8, 9, 11,8, 7,10, 9,5, 10, 8, 11, 6, 7, 9, 8, 6, 11, 7, 10, 8, 9, 7, 8, 8, 10, 9, 7, 11, 10, 8, 7, 8, 10, 7, 9, 10, 8,5,7, 9.

Бақылау нәтижесін тіркеу ретімен және осы жиында варианттардың қайталану санымен берілген мәліметтерді бір қатарға орналастырайық:

варианттар  $x_i$  8 9 12 10 6 7 11 5

вариант саны  $f_i$  15 10 3 9 7 11 6 4

Сөйтіп, вариация қатарын алдық. Әр варианттың қанша рет берілген жиында кездесетінін көрсететін сан жиілік немесе **вариант өлшемі** деп аталады.

- Вариациялық қатардың барлық жиіліктерінің қосындысы сұрып жиынның мөлшеріне тең, яғни:

$$f = \sum_{i=1}^8 f_i = n = 65$$

- Жиілік (өлшем) тек абсолюттік шамамен емес, қатынастық мөлшерде - меншікті салмақпен немесе пайызбен, яғни осы көрсеткіш жиынының жалпы санына қатынасымен өлшенуі мүмкін. Мұндай жағдайда өлшемдер қатынастық жиілік немесе жиілгіштер деп аталады. Жиілгіштердің жалпы қосындысы бірге тең, яғни

$$f = \sum \frac{f_i}{n} = 1, \text{ егер жиіліктің бақылаудың жалпы}$$

санына  $n$  қатнасы пайызбен өрнектелсе, онда

$$\sum \left( \frac{f_i}{n} \right) \cdot 100$$

- Берілген мәліметтерді вариация қатарына орналастыру екі мақсат үшін жасалынады. Оның бірі - жалпы сандық сипаттамаларды, оның ішінде орташа шаманы және вариация көрсеткішін есептеуді тездету және оңайлату болса, ал екінші мақсаты - қарастырылып отырған белгінің вариация заңдылықтарын анықтауды көздейді.
- Жоғарыдағы келтірілген вариациялық қатар бірінші мақсатты қанағаттандырғанымен, екінші мақсатты қанағаттандырмайды. Берілген бөлініп таралу қатары қойылған талаптарға жауап беру үшін оны белгінің өсу ретімен қайта орналастыру керек.
- Қатарды реттеу іс-әрекеті, яғни варианттарды өсу немесе кему ретімен орналастыру жұмысы қатарды рангілеу (ранжировать) бойынша орналастыру деп аталады.

- Жоғарыдағы келтірілген мысалдағы мәліметтерді осы мақсатта төмендегі ретпен орналастырамыз:

варианттар  $x_i$  5 6 7 8 9 10 11 12

жиіліктер  $f_i$  4 7 11 15 10 9 6 3

Енді, алынған вариациялық қатар бірінші және екінші мақсатқа жетуді қамтамасыз етеді.



- Максималды вариант (варианттардың үлестірімдігі қалыпты (нормалдық) заңға бағынса немесе оған жақын жатса) үшін мынадай формула қолданылады:

$$t_n = \frac{x_n - x_{n-1}}{x_n - x_1}$$

- Мұндағы  $t_n$  - максималды вариант  $x_n$  жиынға жататынын
- дәлелдейтін критерийі;
- $x_n$  - максималды вариант;
- $x_{n-1}$  - максималды варианттың алдындағы вариант;
- $x_1$  - минималды варианттан кейіргі вариант.

- Минималды вариант үшін:

$$t_n = \frac{x_2 - x_1}{x_{n-1} - x_1}$$

- Мұндағы  $t_1$  - минималды вариант  $x_1$  жиынға жататынын
- дәлелдейтін критерийі;
- $x_2$  - минималды варианттан кейінгі вариант;
- $x_{n-1}$  - максималды варианттың  $x_1$  алдындағы вариант.

- **Вариациялық қатар мынадай түрге бөлінеді:**

**Аралық қадамы бірдей вариациялық аралық қатар.** Әрбір аралық вариациялық қатардың жоғарғы мәні келесі аралық вариациялық қатардың төменгі мәніне сәйкес келеді. Мұндай тәсіл өте ыңғайлы және математикалық статистикада жиі қолданылады;

-аралық қадамы бірдей емес аралық вариациялық қатар.

**Аралық қадамы бірдей емес аралық вариациялық қатар** тәжірибеде жиі қолданылмайды. Сондықтан көп жағдайда міндетті түрде аралық қадамы бірдей вариациялық аралық қатар құрылады. Мұндай тәсіл белгінің вариациялық заңдылықтарын аңғаруға, вариациялық қатардың қорытынды сипаттамаларын есептеуге және вариациялық қатарды басқа қатарлармен салыстыруға көмектеседі.

- Аралық қадамы бірдей емес аралық вариациялық қатар тәжірибе-де жиі қолданылмайды. Сондықтан көп жағдайда міндетті түрде аралық қадамы бірдей вариациялық аралық қатар құрылады. Мұндай тәсіл белгінің вариациялық заңдылықтарын аңғаруға, вариациялық қатардың қорытынды сипаттамаларын есептеуге және вариациялық қатарды басқа қатарлармен салыстыруға көмектеседі.
- Бірдей аралық вариациялық қатарды құру үшін бірінші кезекте аралық қадамды белгілеу маңызды. Аралық қадам немесе кейде аралық вариация қатарының ені деп атайды. Әрі қарай тексте қадам делінеді. Қадам тым ұзын немесе қысқа болса, қарастырылып отырған жиынды сипаттайтын вариациялық заңдылық өзгереді де, зерттеуші дұрыс шешім қабылдамауы мүмкін. Негізінде қадамның оптималды мәнін табу үшін сұрыптық жиын, оның максималды және минималды вариантының аралығында класқа (аралыққа) к бөлінеді.

• Ол үшін **Стэрджесс формуласы** қолданылады:

$$k = 1 + 3,322 \cdot \lg n$$

Аралық вариация қадамы мына формуламен есептелінеді:

$$Z = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{1 + 3,322 \cdot \lg n}$$

Мұндағы  $x_{\max}$  және  $x_{\min}$  - максималды және минималды варианттар;

$n$  - сұрыптық жиын мүшелерінің саны.

Егер 2 - бөлшек сан болса, математикалық ереже бойынша жуықтап, бүтін санға айналдырады.

Аралық вариациялық қатардың шеткі шегі мына формулалармен анықталынады:

$$x_{ni} = x_{min} + (i - 1) \cdot z, \quad (1.4)$$

$$x_{bi} = x_{min} + i \cdot z, \quad (1.5)$$

мұндағы  $x_n$ ,  $x_k$  -  $i$ -ші аралық қатардың төменгі және жоғарғы мәні.

Сонымен қатар  $i$ -ші аралықтың жоғарғы мәні  $(i + 1)$ -ші аралықтың төменгі мәніне сәйкес болғандықтан, аралық жиілікті есептегенде оның төменгі мәніне тең немесе үлкен және жоғарғы мәнінен кіші жиын мәндері алынады.

Қадам өлшем бірлігі алғашқы белгінің өлшем бірлігінің дәлме-дәлдігіне сәйкес келгені жөн. Мысалы,  $(n = 80)$  сиыр сүтінің майлылық мөлшерінің вариациясы 3,30-дан 4,51% аралығында. Олай болса (1.3) формуламен есептелген аралық қадам.

$$z = \frac{4,51 - 3,30}{1 + 3,322 \cdot \lg 80} = \frac{1,21}{1 + 3,322 \cdot 1,9031} = 0,165 \approx 0,17.$$

$z \neq 1$ , демек аралық вариациялық қатар үздіксіз бөлініп таралады.

Үздіксіз аралық қатарда негізгі параметр ретінде осы аралықтың орта шамасы алынады, яғни:

$$\bar{x} = \frac{x_{Bi} - x_{Hi}}{2}.$$

Нәтижесінде үздіксіз аралық қатар үздікті қатарға айналады. Мұндай түрлендірудің қажеттігі орташа дисперсияны есептеуге байланысты туады.

**Гистограмма** - бұл аралық үздіксіз вариациялық қатардың биіктігі әр түрлі тікбұрышты төрт бұрышпен салынған көрінісі. Абсцисса өсіне белгілердің өзгеріс аралықтары отырғызылған, ал тікбұрышты төрт бұрыштың биіктігі аралық топтардың жиілігімен сәйкестендірілген.



## Вариациялық қатардың графигі

Вариациялық қатардың бейне көрінісін байқау үшін оның графигін тұрғызады. Ол үшін координаттар жүйесі тұрғызылады да, абсцисса өсіне вариация қатарының мәндерін, ал ордината өсіне оларға сәйкес жиілікті (немесе жиілігішті) отырғызады.

Дискретті вариациялық қатар болса, биіктігі жиілігіне сәйкес келетіндей етіп әр вариациялық дискретті белгіге, яғни абсцисса өсіне тік бұрышты сызық жүргізіледі. Осы тікбұрышты сызықтарының төбелерін қосып, көпбұрыш алынады. Оны үлестірімділік кеңісі (полигон распределения) деп атайды да, төбелерді қосқан сызықтарды вариация қисығы немесе вариация жиілігінің үлестірімділік қисығы дейді.

Жоғарыда айтқандай, үлестірімділік кеңісі дискретгі және үздіксіз вариациялық қатарға да тұрғызылуы мүмкін. Кеңістің барлық ординаттарының кез келген гистограмманы кеңіске айналдыруға болады. Ол үшін барлық тікбұрышты төртбұрыштың жоғарғы қабырғаларының ортасын бір сызықпен қосамыз, нәтижесінде кеңіс алынады.

Вариациялық қатар бойынша жиіліктер жиынымен тұрғызылған график кумулята деп аталады. Ол белгінің вариациялық заңдылығының функциясын бейнелейді. Топ өсу ретімен жиілік қосындыларынан құрылған графикті кумулята деп атайды.

Дискретті қатар үшін график тұрғызғанда, бірінші топтың жиілігінен басталып жиіліктер жинала береді де, сол жиынның мәніне сәйкес ординаталар төбелерін түзу сызықпен қоса береміз, нәтижесінде кумулята алынады.

Үздіксіз вариациялық қатар үшін график нөлден басталып сызықтың екінші ұшы бірінші топтың жиілігіне сәйкес келсе, ал келесі екі топтың жиіліктерінің қосындысының мәніне сәйкестендіріп әрі қарай осы ретпен график тұрғызыла береді. Кумулятивтік қисықты кейде жиілік жиындарының кеңісі деп атайды.

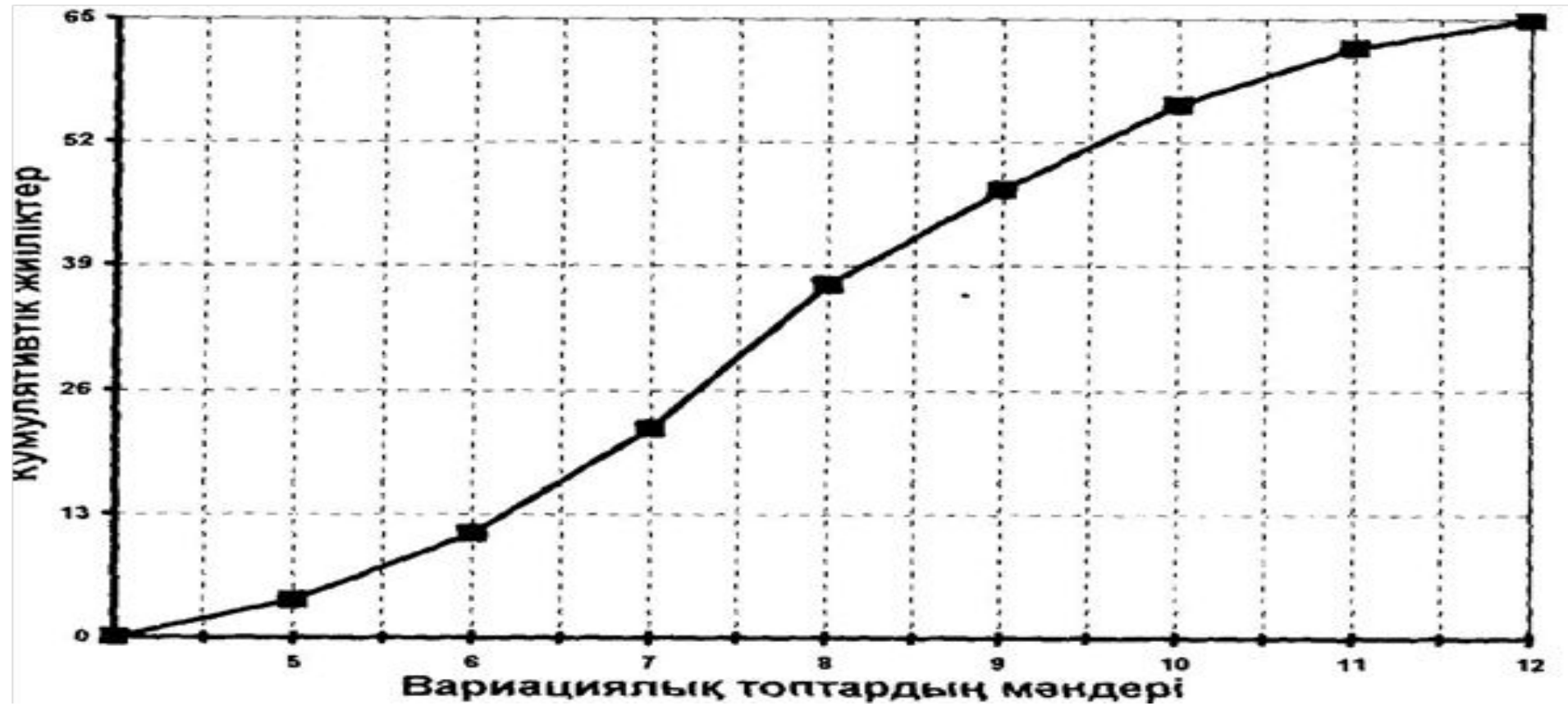
Шошқа фермасындағы аналықтардың өнімі, яғни торайлар саны мынадай кумулятивтік қисықпен сипатталады (1.3-сурет):

Жиілік/: 4 7 11 15 10 9 6 3

Кумуляталар 2/' 4 11 22 37 47 56 62 65

Графикті тұрғызу жауапты істің бірі екенін атап өткеніміз жөн. Абсцисса өсінде вариация қатарының мәнінің масштабы дұрыс қойылмауы себепті, кейде ол сүйір немесе доғал төбелі болуы мүмкін. Мұндай жағдайда оқылып отырған белгінің заңдылығы қатты өзгеріске ұшырайды да, график зерттеушіге дұрыс шешім қабылдауға ықпал жасамайды.

- Осындай жағдайды болдырмау үшін «**Алтын қиыс**» ережесі қолданылады. Осы ереже бойынша геометриялық құрылыстың табанының биіктігіне қатынасы мына мөлшерде болуға тиісті:  $1:0,62$ . Сонымен вариациялық қисықтарды тұрғызған кезде тікбұрышты төрт бұрыштың координаттарының масштабын оның табаны биіктігінен (яғни ең максималды ординатаға сәйкес)  $1,5-2,0$  есе көп болатындай есеппен алған жөн. Топтық вариациялық қатарды нөлден бастаса, вариациялық қисық көзге көрнекті болады да және бас жиынның вариациялық заңдылығын дұрыс бейнелейді.



Торай сандарының кумулятивтік  
үлестірімдігі