

# **Дискретные системы**

**Дискретные АСУ** - системы, в состав которых, помимо типовых динамических звеньев, входят одно или несколько звеньев, производящих квантование непрерывного сигнала в дискретный.

Дискретные АСУ делятся на:

- **импульсные,**
- **релейные**
- **цифровые.**

Квантование сигнала осуществляется в импульсных АСУ - **по времени**, в релейных -**по уровню**, в цифровых -**по времени и по уровню**.

в

# Структура и классификация

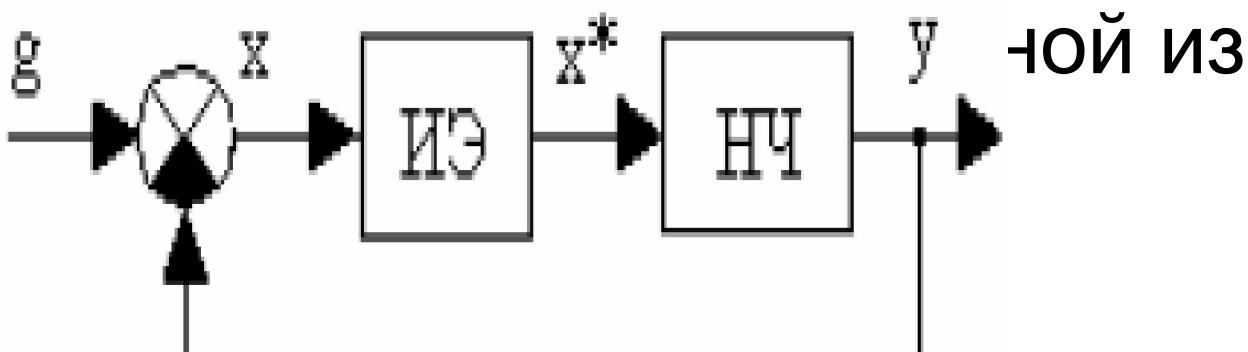
Квантованные по времени величины при помощи **импульсных систем**

преобразуются в последовательность импульсов, которые действуют на непрерывную часть системы. Процесс квантования и импульсной модуляции осуществляется импульсным элементом.

**Импульсная АСУ состоит из импульсного элемента (ИЭ) и**

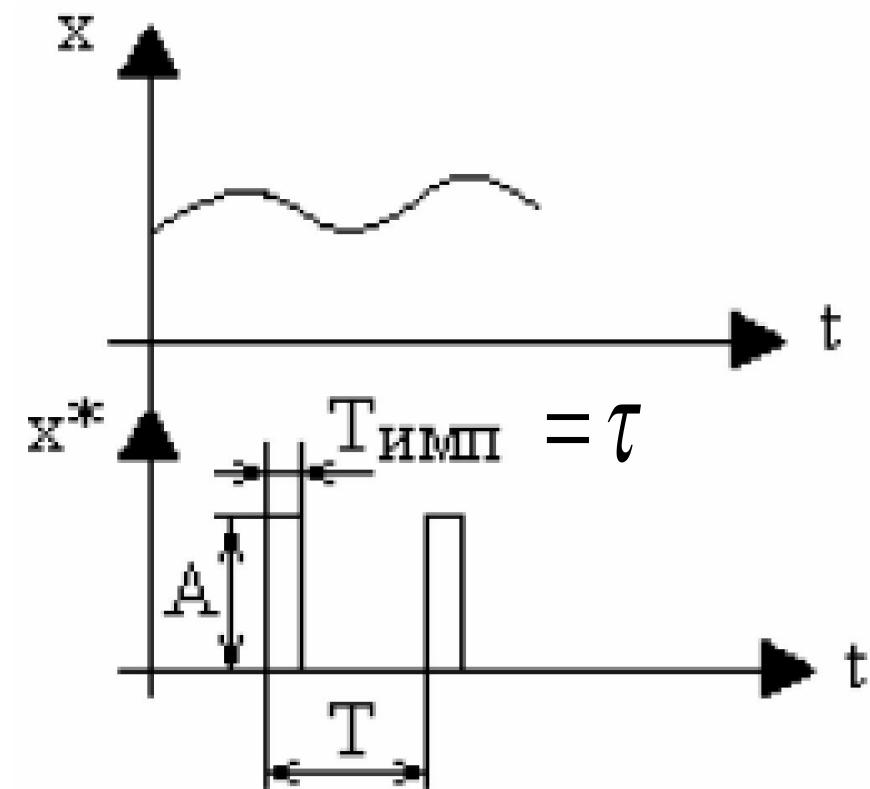
**непрерывного элемента (НЧ)**

типовых дина



**Процесс импульсной модуляции состоит в изменении по определенному временному закону какого-либо параметра периодически повторяющихся импульсов:**

- 1) *Амплитуды* импульса  $A$ ;
- 2) *Длительности* или ширины импульса  $T_{имп} = \tau$  ;
- 3) *Периода повторения* (дискретности) или периода квантования импульсов  $T$ ;
- 4) *Скважности импульсов*  $\gamma = T_{имп} / T = \tau / T$ .



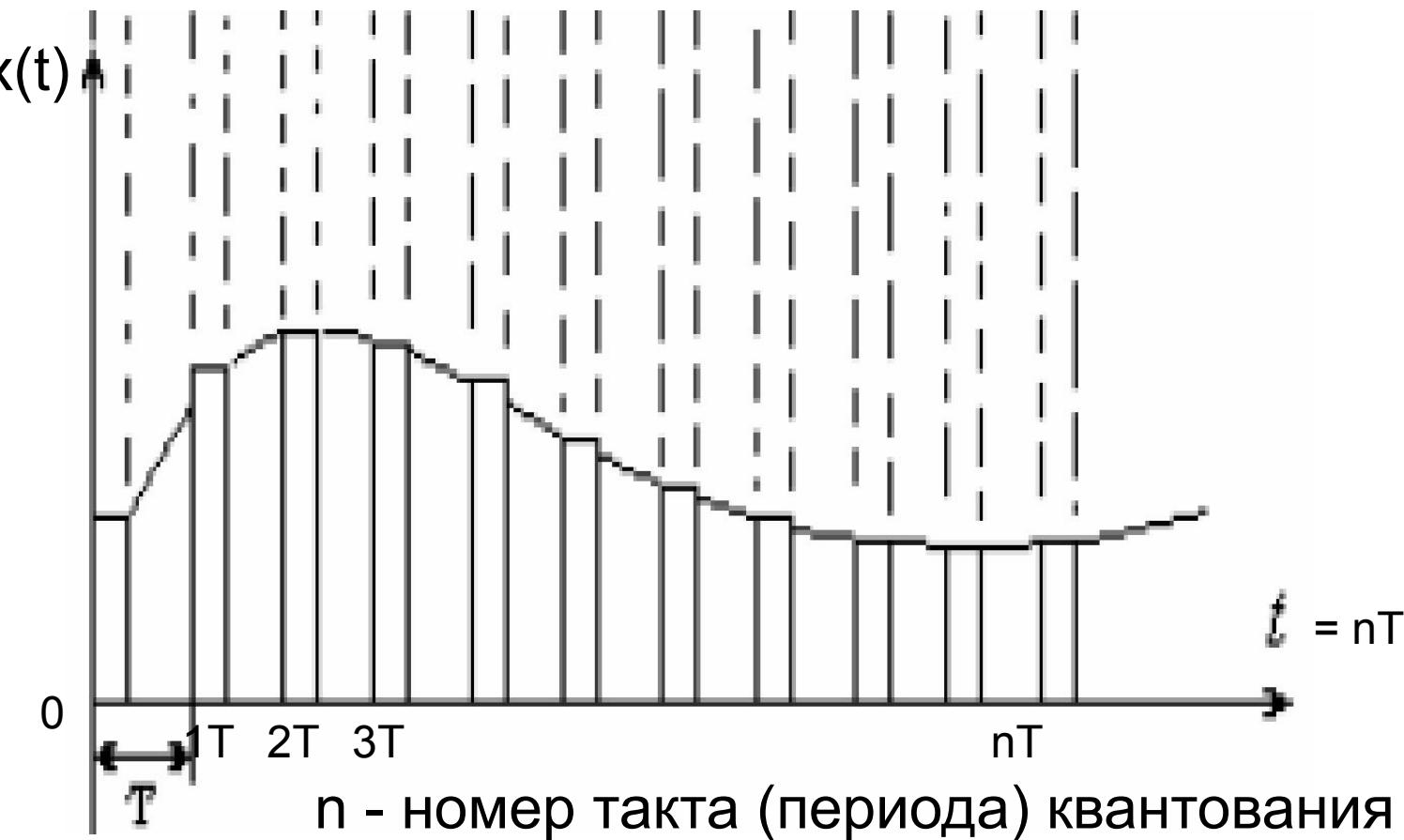
# Виды импульсной модуляции

- 1) **амплитудно-импульсная модуляция - АИМ** (амплитуда импульса пропорциональна входному сигналу:  $A = f(x)$  при  $T = \text{const}$ ,  $T_{\text{имп}} = \text{const}$ );
- 2) **широкотно-импульсная модуляция - ШИМ** (длительность импульса пропорциональна входному сигналу:  $T_{\text{имп}} = f(x)$  при  $A = \text{const}$ ,  $T = \text{const}$ );
- 3) **временная импульсная модуляция - ВИМ**, включающая в себя:
  - **фазо-импульсную модуляцию - ФИМ** (фаза, т.е. временной сдвиг импульса относительно начала периода дискретности  $T$ , пропорциональна входному сигналу:  $\phi = f(x)$  при  $A = \text{const}$ ,  $T = \text{const}$ ,  $T_{\text{имп}} = \text{const}$ );
  - **частотно-импульсную модуляцию - ЧИМ** (частота дискретности пропорциональна входному сигналу:  $\omega_0 = f(x)$  при  $A = \text{const}$ ,  $T_{\text{имп}} = \text{const}$ ).

Величина, определяющая закон модуляции, называется **модулирующей величиной**.

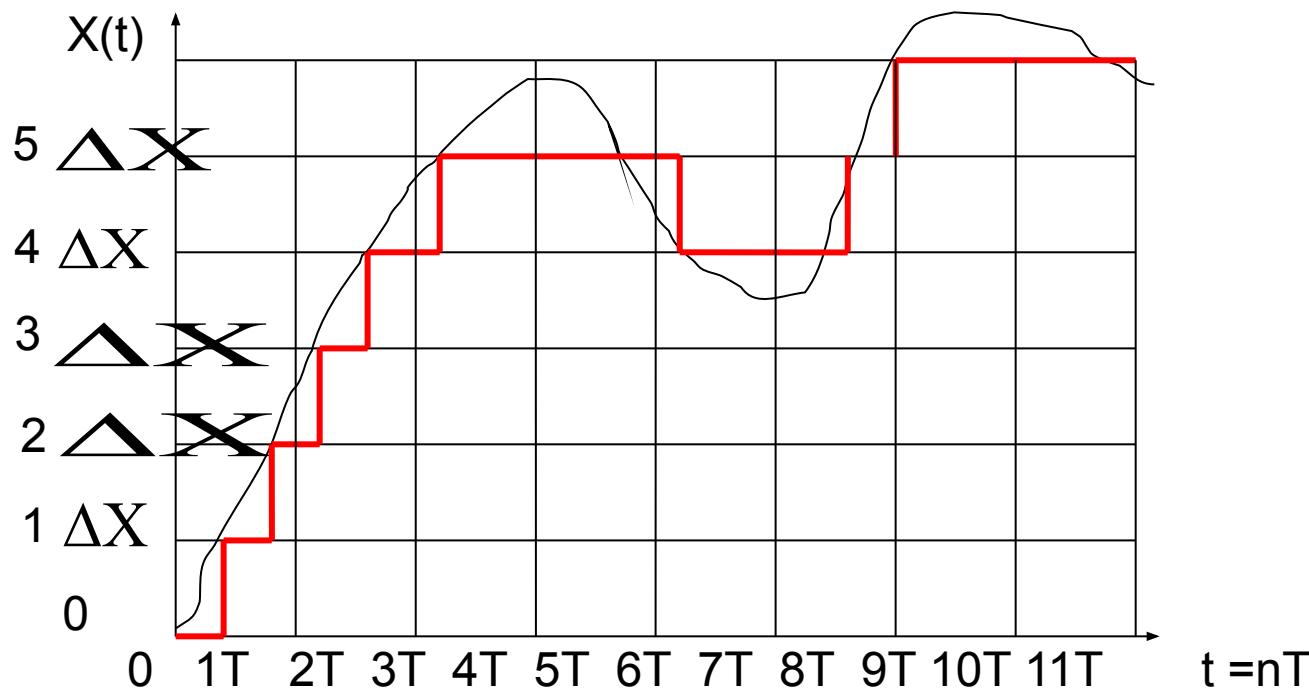
# Квантование по времени

АИМ



Если в системе есть только квантование по времени, то она линейная.

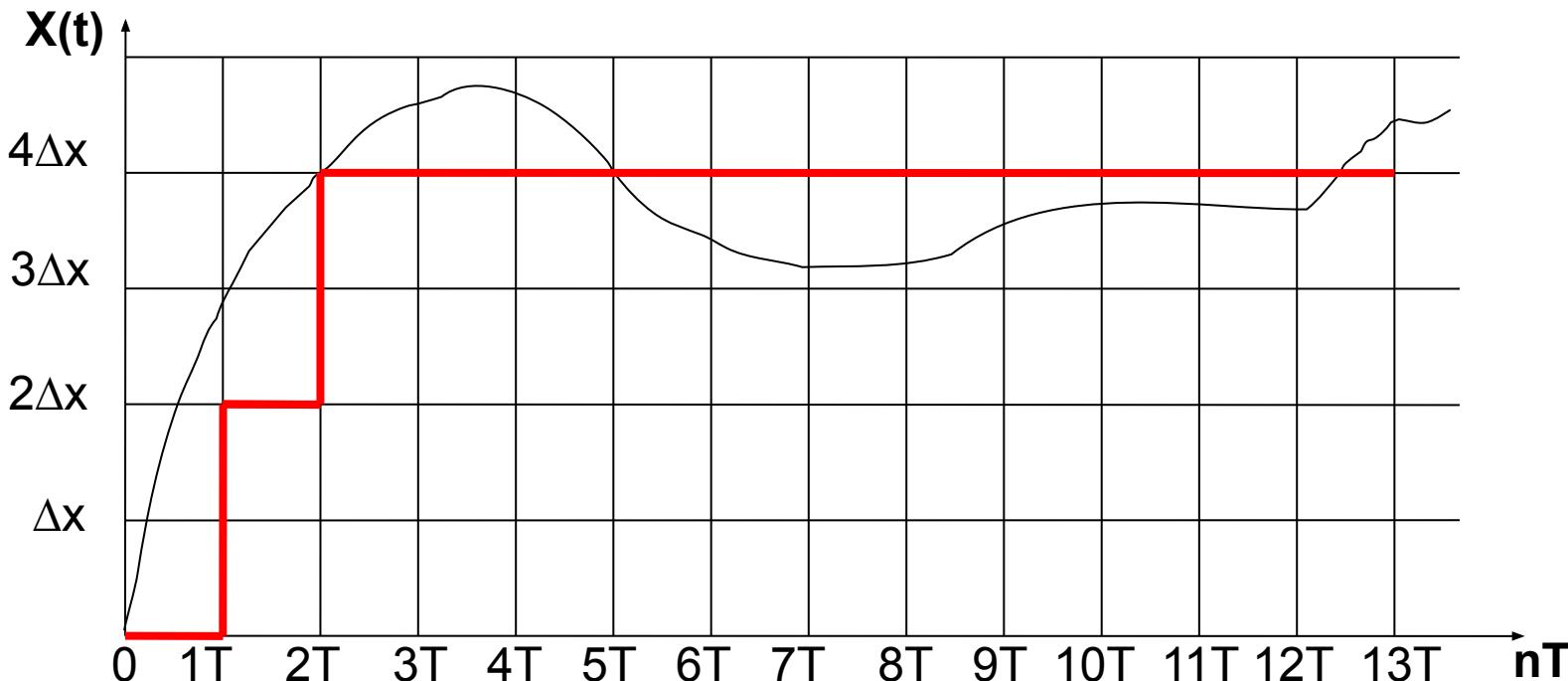
# Квантование по уровню



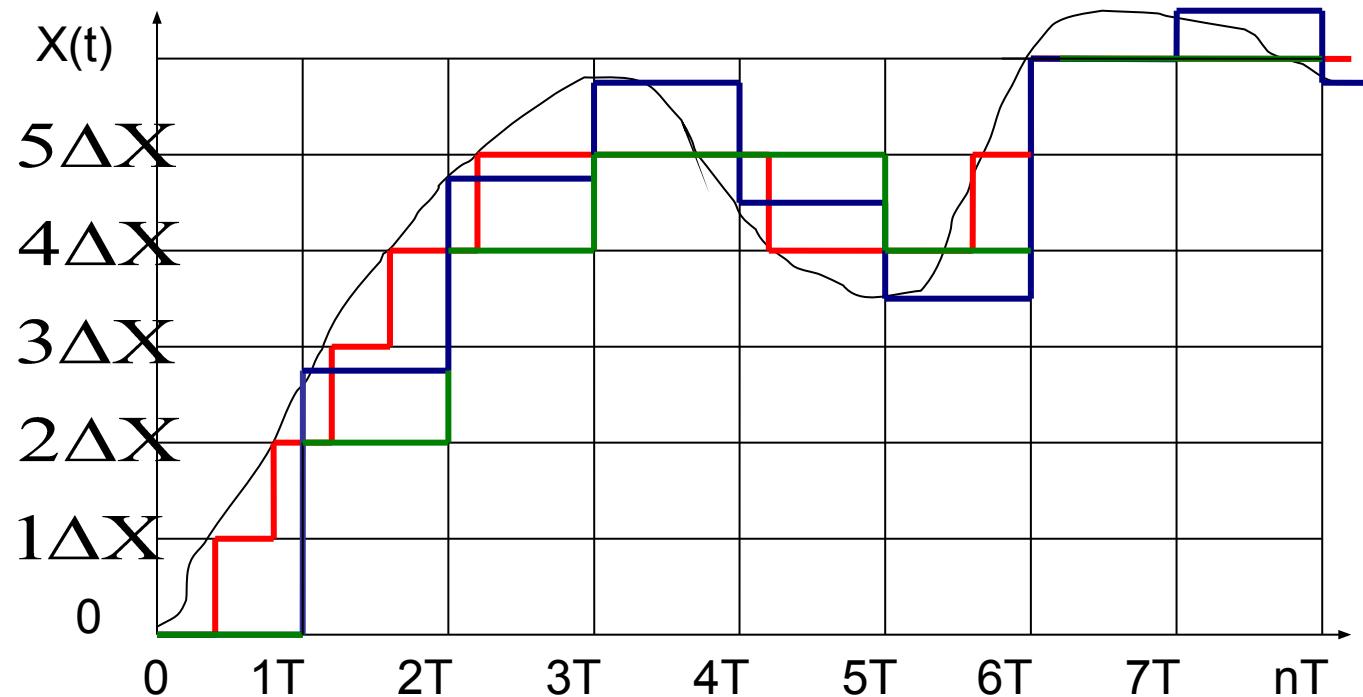
АСУ с квантованием по уровню - нелинейные

# Квантование смешанное: по времени и уровню

Такое квантование используется в  
цифровых системах ЭВМ



# Пример квантования сигнала



Квантование по уровню



по времени



смешанное



# Достоинства импульсных АСУ

- Возможность управления большими мощностями с высокой точностью;
- Возможность разделения во времени информационных сигналов при многоканальной передаче (ТП);
- Обеспечение согласованной работы непрерывных устройств с ЦВМ;
- Повышенная помехозащищенность.

# Математическое описание дискретных систем

Дискретные АСУ удобно описывать **функцией дискретной переменной**, когда все величины рассматриваются в дискретные равноотстоящие моменты времени - **решетчатой функцией (РФ) и разностным уравнением.**

**Решетчатая функция** времени  $x[nT]$ , или в сокращенной записи  $x[n]$  - это математическая функция, значения которой определены в дискретные равноотстоящие друг от друга моменты времени  $t = nT$ , где  $n$  - целое положительное число  $0, 1, 2 \dots$ ;  $T$  - период дискретности (квантования).

РФ представляет собой числовую последовательность:

$x[0], x[1T], x[2T], x[3T], \dots, x[nT], \dots$ .

Если период дискретности  $T$

задан, то РФ однозначно

формируется из исходной

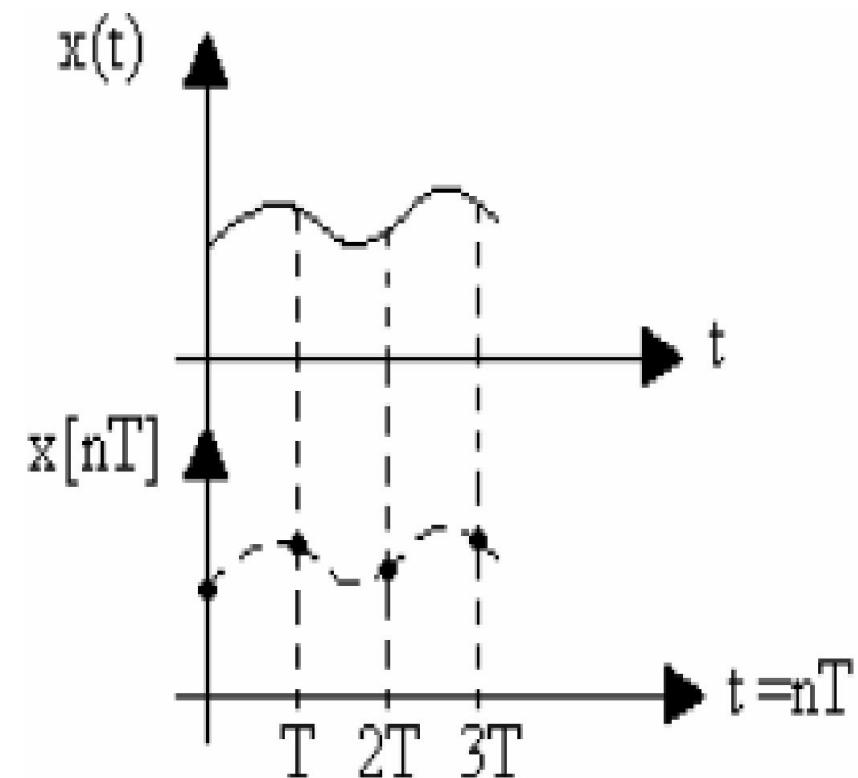
непрерывной. Операция

замены непрерывной

функции решетчатой

$x[nT] = x[n] = x(t)$

$$t = nT$$



# Конечные разности решетчатых функций

Дискретными аналогами производных и интегралов непрерывных функций для РФ являются **конечные разности (КР)**:

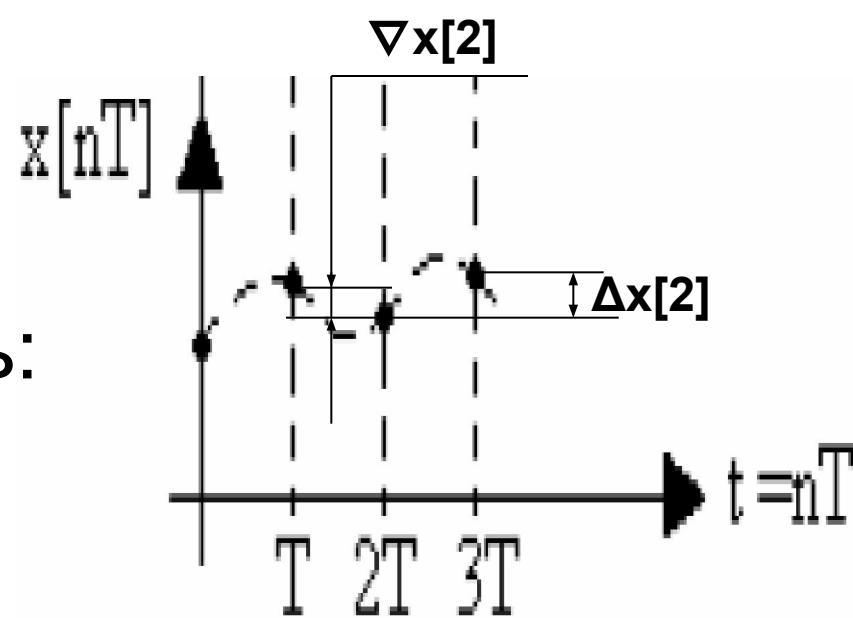
- прямые (упреждающие)
- обратные (отстающие).

Первая прямая разность:

$$\Delta x[n] = x[n+1] - x[n]$$

Первая обратная разность:

$$\nabla x[n] = x[n] - x[n-1].$$



Разности произвольного порядка  $k$   
определяются по рекуррентным  
соотношениям:

$$\Delta^k x[n] = \Delta\{\Delta^{k-1} x[n]\} = \Delta^{k-1} x[n+1] - \Delta^{k-1} x[n] =$$

$$= \sum_{v=0}^k (-1)^v \frac{k!}{v!(k-v)!} x[n+k-v], \quad (*)$$

$$\nabla^k x[n] = \nabla\{\nabla^{k-1} x[n]\} = \nabla^{k-1} x[n] - \nabla^{k-1} x[n-1] =$$

$$= \sum_{v=0}^k (-1)^v \frac{k!}{v!(k-v)!} x[n-v],$$

# Непрерывные АСУ

# Дискретные АСУ

$x(t)$

$\xrightarrow{x[nT]}$

или

$x[n]$

$\frac{dx}{dt}$

$\xrightarrow{\Delta x[nT]}$

или

$\Delta x[n]$

$\frac{d^k x}{dt^k}$

$\xrightarrow{\Delta^k x[nT]}$

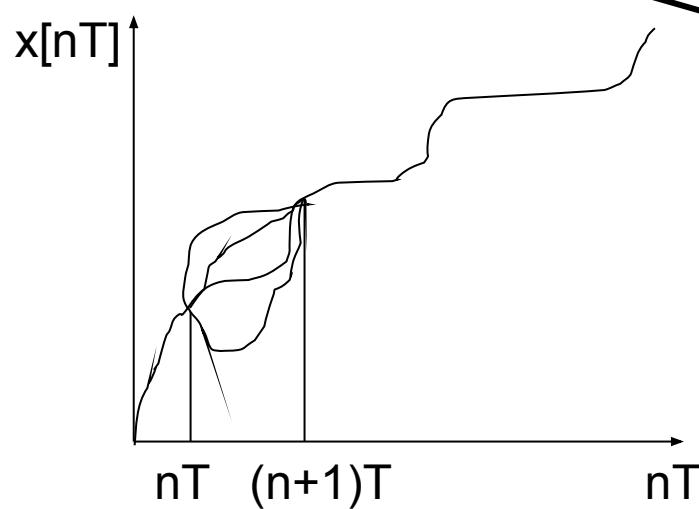
или

$\Delta^k x[n]$

$$\int_0^\infty x(t) dt \xrightarrow{\text{неполная сумма}}$$

$$x_\Sigma[n] = \sum_{v=0}^{n-1} x[v]$$

или полная сумма



$$x_{\bar{\Sigma}}[n] = \sum_{v=0}^n x[v]$$

# Разностные уравнения

Разностные уравнения (**РУ**) - (уравнения в конечных разностях) связывают между собой решетчатые функции и их конечные разности. **РУ** - *аналоги дифференциальных уравнений*, описывающих непрерывные АСУ.

При использовании прямых разностей неоднородные линейные **РУ** *m*-го порядка имеют вид:

$$a_0 \Delta^m y[n] + a_1 \Delta^{m-1} y[n] + \dots + a_{m-1} \Delta y[n] + a_m y[n] = b_0 \Delta^k x[n] + b_1 \Delta^{k-1} x[n] + \dots + b_{k-1} \Delta x[n] + b_k x[n];$$

*k ≤ m*;    *x – входное воздействие* *e*; *y – выходная величина*.

**РУ** при использовании (\*) можно записать через значения решетчатой функции:

$$a_0^* y[n+m] + a_1^* y[n+m-1] + \dots + a_{m-1}^* y[n+1] + a_m^* y[n] =$$

$$b_0^* x[n+k] + b_1^* x[n+k-1] + \dots + b_{k-1}^* x[n+1] + b_k^* x[n].$$

При  $x[n] = 0$  это уравнение становится однородным РУ, решением которого будет  $y[n]$ .

Общее решение однородного **РУ** при некратных корнях характеристического уравнения может быть записано:

$$y[n] = \sum_{i=1}^m C_i z_i^n$$

где  $C_i$  - постоянные коэффициенты;

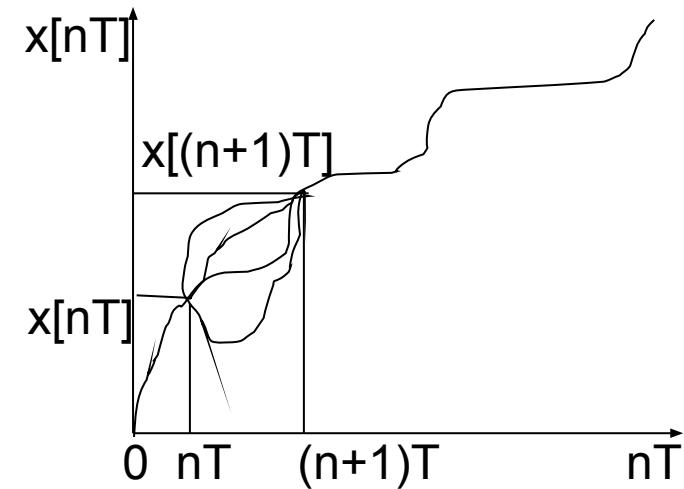
$z_i$  - корни характеристического уравнения:

$$a_0 z^m + a_1 z^{m-1} + \dots + a_{m-1} z + a_m = 0$$

Задача формирования непрерывной функции из РФ не может быть решена однозначно без дополнительных сведений о поведении функции в интервале между точками  $t = nT$ , т. к. РФ, заданной в дискретные моменты времени, может соответствовать бесконечное множество непрерывных функций.

Возникает вопрос, при каких условиях возможно точное восстановление квантованной функции.

Ответ на него дает *теорема Котельникова-Шеннона.*



# Теорема Котельникова-

## Шеннона:

непрерывный сигнал  $x(t)$ , частотный спектр которого ограничен полосой  $0 < f_s < f_c$ , полностью определяется последовательностью своих дискретных значений, если период квантования  $T$  удовлетворяет

условию:  $T < 1 /2f_c$                            или  $T < \pi / \omega_c$ ,

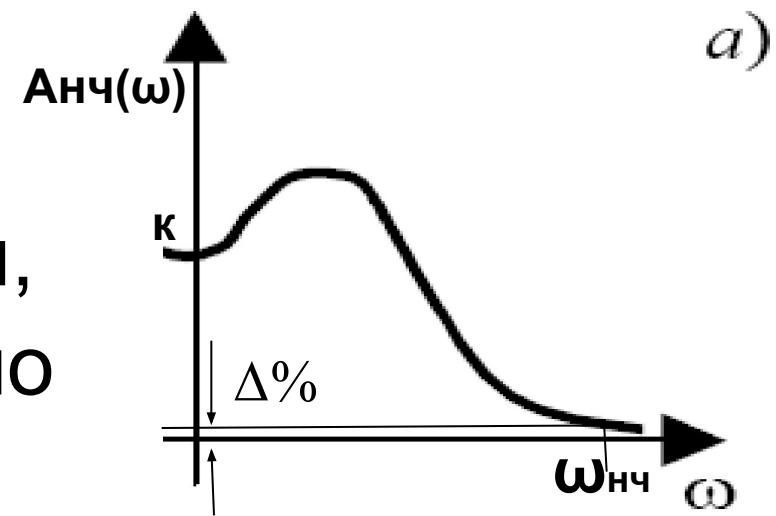
где  $f_c$ [Гц],  $\omega_c$  [с-1] - частота спектра.

Частота квантования:  $\boxed{\omega \geq 2\omega_c}$                            При

выполнении этого условия потери информации не происходит и из квантованного сигнала можно без потерь восстановить исходный непрерывный сигнал.

- Частота спектра входного сигнала –  $\omega_c$  определяется при разложении  $x(t)$  в ряд Фурье с заданной точностью.
- При выборе частоты квантования  $\omega$  следует учитывать и свойства непрерывной части (НЧ) АСУ (частоту пропускания НЧ –  $\omega_{nch}$ ).

Если:  $\omega_c > \omega_{nch}$   
 НЧ является фильтром  
 сигналов высокой частоты,  
 частоту квантования можно  
 определить:  $\omega = 2 \omega_{nch}$ .



# Методы исследования дискретных АСУ

Для получения возможности  
исследования решений РУ в общем  
виде широко используются:

- дискретное преобразование Лапласа,
- z-преобразование,
- w-преобразование,
- частотные методы.

**Z**-преобразование  
Z-преобразованием НФ -  $x[nT]$  называется  
функция комплексного аргумента  $z$  -  $X(z)$  ,  
определенная выражением:

$$X(z) = Z\{x[nT]\} = \sum_{n=0}^{\infty} x[nT] \times z^{-n}$$

при  $|z| > R = 1/\rho$  , где  $\rho$  - радиус сходимости ряда.

Функция  $x[nT]$  - **оригинал**,  
а функция  $X(z)$  - **изображение** или  
**z-преобразование** функции  $x[nT]$ .

Z-преобразование дает возможность получить из  $X(z)$   
значение ординат **РФ** -  $x[nT]$  в моменты  
квантования.

# Z - преобразования функций

$x(t)$	$X(s)$	$x[nT]$	$X(z)$
$\delta(t)$	1	$\delta[nT]$	1
$1(t)$	$1/s$	$1[nT]$	$z/(z-1)$
$t$	$1/s^2$	$nT$	$Tz/(z-1)^2$
$e^{-\alpha t}$	$1/(s+\alpha)$	$e^{-\alpha nT} = d^n$	$z/(z-d)$ $(d=e^{-\alpha T})$
$t^2/2!$	$1/s^3$	$(nT)^2/2!$	$\frac{T^2 z(z+1)}{2!(z-1)^3}$
$te^{-\alpha t}$	$1/(s+\alpha)^2$	$nTe^{-\alpha nT}$	$\frac{zdT}{(z-d)^2}$ $(d=e^{-\alpha T})$
$\frac{t^2}{2!}e^{-\alpha t}$	$1/(s+\alpha)^3$	$\frac{(nT)^2}{2!}e^{-\alpha nT}$	$\frac{z(z+d)dT^2}{2!(z-d)^3}$ $(d=e^{-\alpha T})$

Для нахождения Z-изображений РФ по оригиналу и наоборот имеются специальные таблицы.

Преобразование, в котором

$$Z = e^{sT}$$

введено Я.З.Цыпкиным под названием

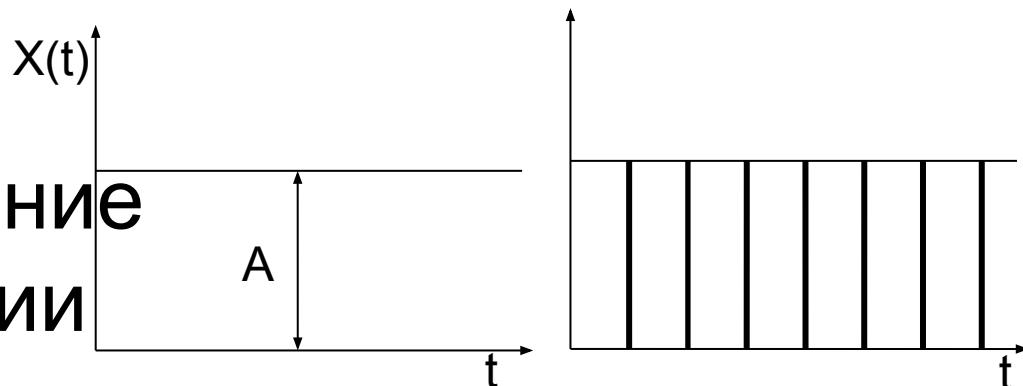
**“дискретное преобразование Лапласа”.**

# Вычисление Z-преобразований

**Способ 1:**

(по определению)

Пример: z-изображение  
ступенчатой функции



$$x(t) = A * 1(t)$$

$$x[n] = A * 1[n] = A;$$

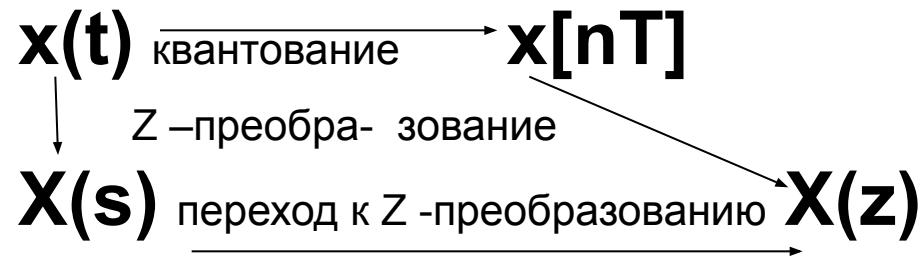
$$X(z) = \sum_{n=0}^{\infty} x[n] * z^{-n} = \sum_{n=0}^{\infty} A * 1[n] * z^{-n} = A \sum_{n=0}^{\infty} z^{-n} =$$

$$= A(z^{-0} + z^{-1} + z^{-2} + \dots) \approx A(1 + z^{-1} + z^{-2} + \dots) =$$

$$= \left| npu \frac{1}{z} < 1 \right| = \frac{A}{1 - z^{-1}} = \frac{A * z}{z - 1}.$$

## **Способ 2 : (с помощью вычетов)**

Если известно преобразование Лапласа  $X(s)$  исходной непрерывной функции  $x(t)$ , то можно вычислить  $Z$ -преобразование  $X(z)$ :



$$X(z) = \sum_{i=1}^m \frac{z}{s_k - e^{\frac{T}{s_k}}} \operatorname{Res}(X(s_k))$$

$s_k$  – полюса (простые) преобразования  
Лапласа  $X(s)$  непрерывной функции  $x(t)$ .

В случае кратных корней формула усложняется (можно найти в справочниках).

Пример:  $x(t) = 1(t)$ ;  $X(s) = 1/s$ . Вычисляем с помощью таблиц справочника:

$$X(z) = \frac{z}{z-1} * 1$$

**1. Свойство линеаризации**  
линейной комбинации РФ соответствует  
такая же линейная комбинация  $z$ -  
изображений:

$$a_1x_1[n] + a_2x_2[n] \Leftrightarrow a_1X_1(z) + a_2X_2(z)$$

**2. Свойство смещения аргумента в  
области оригинала:** сдвиг аргумента  $[nT]$   
в РФ на целое число периодов  $\pm kT$   
соответствует умножению изображения  $X(z)$   
на  $z^{\pm k}$ .  $x[(n \pm k)T] \Leftrightarrow z^{\pm k} X(z)$

**3. Свойство смещения независимой переменной в области изображения :**  
сдвигу аргумента в  $z$ - изображении на целое число периодов в комплексной области соответствует умножение  $z$  на  $e^{aT}$

$$e^{\pm aT} x[nT] \Leftrightarrow X(e^{\mp aT} z)$$

**4. Правило дифференцирования изображения:** умножение  $\text{РФ } x[nT]$  на  $nT$  соответствует дифференцированию ее  $z$ - изображения  $X(z)$ , результат которого умножается на  $(-Tz)$ :  $nT * x[nT] \Leftrightarrow -Tz \frac{dX(z)}{dz}$

## **5. Связь начальных и конечных значений:**

начальное значение оригинала  $\mathbf{P}\Phi$  равно конечному значению  $z$ - изображения :

$$\lim_{n \rightarrow 0} (x[nT]) = \lim_{z \rightarrow \infty} \{X(z)\}$$

Конечное значение  $\mathbf{P}\Phi$ :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (x[nT]) = \lim_{z \rightarrow 1} \left\{ \frac{z-1}{z} X(z) \right\}$$

## **6. Изображение разностей:**

$$z \left\{ \Delta^k x[nT] \right\} = (z - 1)^k X(z)$$

# Тренировочное задание

Прямая конечная разность 2-го порядка:

$$\begin{aligned}\Delta^2 x[n] &= \Delta x[n+1] - \Delta x[n] = x[n+2] - x[n+1] - \\&- x[n+1] + x[n] = x[n+2] - 2x[n+1] + x[n].\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta^2 x[n] &= (z-1)^2 X(z) = (z^2 - 2z + 1)X(z) \Leftrightarrow \\x[n+2] - 2x[n+1] + x[n].\end{aligned}$$

# Передаточная функция импульсной АСУ в

Разностное ~~уравнение~~ изображении

$$a_0y[n+m] + a_1y[n+m-1] + \dots + a_{m-1}y[n+1] + a_my[n] =$$

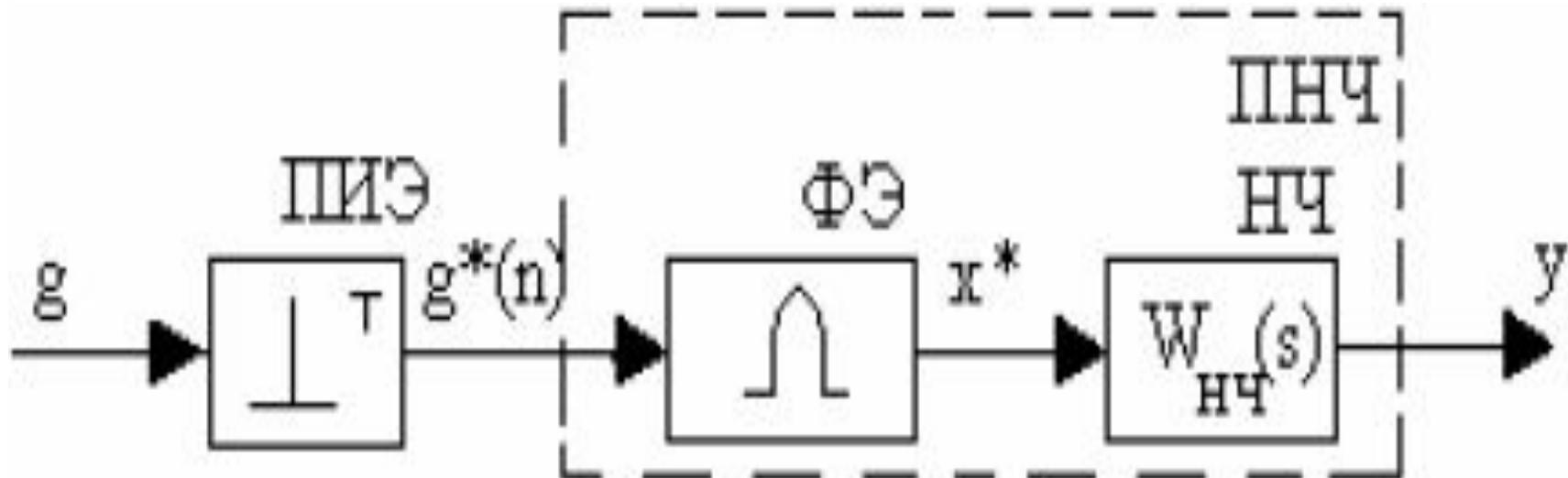
$$b_0x[n+k] + b_1x[n+k-1] + \dots + b_{k-1}x[n+1] + b_kx[n].$$

Выполнив **z** – преобразование РУ, получим  
передаточную функцию АСУ в **z-**  
изображении:

$$W(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{b_0z^k + b_1z^{k-1} + \dots + b_k}{a_0z^m + a_1z^{m-1} + \dots + a_m}.$$

# Представление импульсного элемента

ИЭ часто представляют последовательным соединением простейшего импульсного элемента (**ПИЭ**) и формирующего элемента (**ФЭ**).



ПИЭ преобразует непрерывный сигнал в мгновенные импульсы в виде  $\delta$ -функций, а ФЭ формирует из них импульс заданной формы выходного импульса реального импульсного элемента (**РИЭ**).

# Передаточная функция ФЭ

На выходе ПИЭ ширина импульса :  $\tau \rightarrow 0; \tau \ll T$ ;

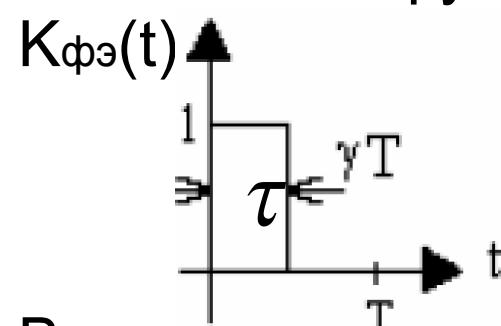
$A * \tau = 1$  Действие ПИЭ сводится к умножению отсчётов квантуемой функции  $x(t)$  на дельта-функцию  $\delta(t-nT)$ . Форма импульса РИЭ определяет весовую функцию ФЭ -  $k_{\text{ФЭ}}(t)$ . Поэтому, передаточную функцию ФЭ определим как изображение формы импульса по Лапласу, т.е.

$$W_{\text{ФЭ}}(s) = L \{k_{\text{ФЭ}}(t)\}.$$

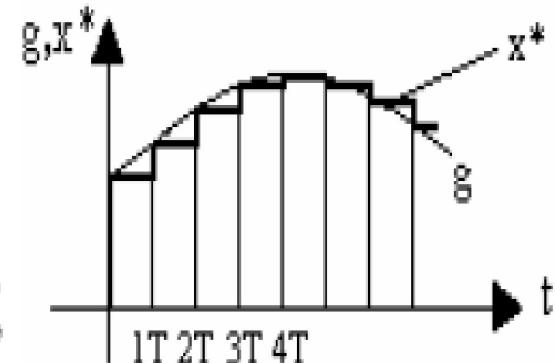
ФЭ объединяется с непрерывной частью (НЧ) АСУ в приведенную непрерывную часть (ПНЧ), передаточная функция которой

$$W_{\text{ПНЧ}}(s) = W_{\text{ФЭ}}(s) * W_{\text{НЧ}}(s).$$

В большинстве случаев РИЭ формирует  
прямоугольные импульсы  
длительности  $T_{имп} = \gamma T = \tau$ ,  
т.е. весовая функция ФЭ имеет вид:



$$k_{\Phi E}(t) = \begin{cases} 1(t), & 0 \leq t \leq \gamma T; \\ 0, & t > \gamma T. \end{cases}$$



В этом случае передаточная функция ФЭ:

$$W_{\Phi E}(s) = \int_0^{\gamma T} 1(t) e^{-st} dt = -\frac{1}{s} e^{-st} \Big|_0^{\gamma T} = -\frac{1}{s} e^{-\gamma T s} + \frac{1}{s}$$

Отсюда:

$(s)$   $\text{пор}_{\text{экстраполятор нулевого}} = \frac{1 - e^{-\gamma T s}}{s}$  экстраполятор нулевого производной  
определяется нормированием производной  
от формы импульса на интервале

$\tau$

# Передаточные функции типовых импульсов

- Треугольный импульс

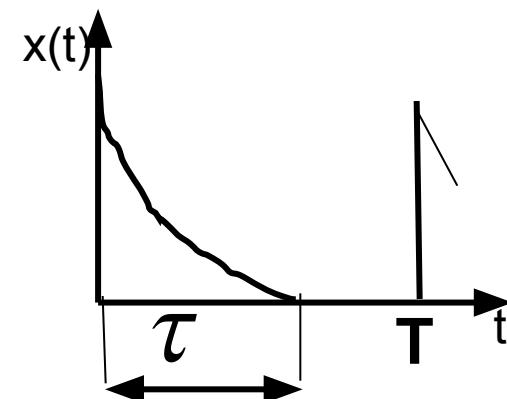
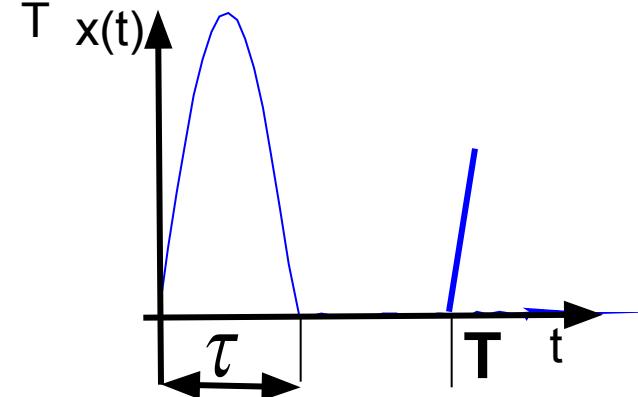
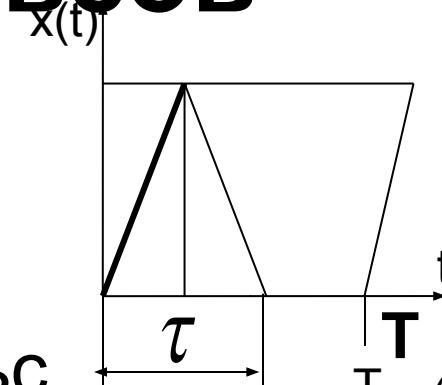
$$W_{\phi_3}(s) = 2A \frac{\left(1 - e^{-\frac{s\tau}{2}}\right)^2}{s^2}$$

- Синусоидальный импульс

$$W_{\phi_3}(s) = AT \frac{\pi}{\gamma} \frac{(1 + e^{s\tau})}{[s^2 T^2 + (\frac{\pi}{\gamma})^2]}$$

- Экспоненциальный импульс

$$W_{\phi_3}(s) = \frac{AT}{sT + \frac{3}{\gamma}}$$



# Определение передаточной функции $W_{\text{пнч}}(s)$

Рассмотрим при наличии формирователя прямоугольных импульсов:

$$W_{\text{пнч}}(s) = W_{\text{ФЭ}}(s) * W_{\text{НЧ}}(s) = \frac{1 - e^{-\gamma T_s}}{s} \quad W_{\text{НЧ}}(s) = (1 - e^{-\tau s}) \frac{W_{\text{НЧ}}(s)}{s}$$

Переходя от непрерывного преобразования Лапласа

к  $z$ -преобразованию:  $W_{\text{пнч}}(z) = (1 - z^{-1}) Z \left\{ \frac{W_{\text{НЧ}}(s)}{s} \right\}$

Выражение  $\left\{ \frac{W_{\text{НЧ}}(s)}{s} \right\}$

необходимо представить как сумму элементарных дробей (например, по теореме разложения, используя метод неопределенных коэффициентов), а затем выполнить  $z$ -преобразование каждой из дробей (справочник).

# Теорема разложения

$$W(s) = \frac{R(s)}{Q(s)} = \\ = \sum_{i=1}^v \frac{A_i}{s^i} + \sum_{k=1}^q \frac{B_k}{T_k s + 1} + \sum_{j=1}^r \frac{C_j + D_j s}{T_j^2 s^2 + 2\zeta T_j s + 1}$$

$A_i, B_k, C_j, D_j$  - Коэффициенты разложения,  
определяются:

- методом неопределенных коэффициентов;
- методом предельных значений;
- методом подстановки численных значений.

# Тренировочное задание

Пример. Определить дискретную передаточную функцию импульсной АСУ, у которой ИЭ формирует прямоугольные импульсы длительности  $\tau = 1\text{с}$  периодом дискретности  $T=1\text{ с}$ , а непрерывная часть задана передаточной функцией:

$$W_{\text{нч}}(s) = \frac{k}{s(T_1 s + 1)} \quad \text{при } k=10 \text{ c}^{-1}, T_1=2 \text{ с.}$$

Дискретную передаточную функцию разомкнутой импульсной системы находим, представляя дробь

$\left\{ \frac{W_{\text{нч}}(s)}{s} \right\}$  виде суммы элементарных дробей:

$$\left\{ \frac{W_{\text{нч}}(s)}{s} \right\} = \frac{k}{s^2(T_1 s + 1)} = \frac{A_1}{s} + \frac{A_2}{s^2} + \frac{B_1}{T_1 s + 1} =$$
$$= \frac{(A_1 T_1 + B_1)s^2 + (A_1 + A_2 T_1)s + A_2}{s^2(T_1 s + 1)}$$

$$s^0 | A_2 = k,$$

$$s^1 | A_1 + A_2 T_1 = 0, \quad \longrightarrow \quad A_1 = -k T_1,$$

$$s^2 | A_1 T_1 + B_1 = 0. \quad \longrightarrow \quad B_1 = k T_1^2.$$

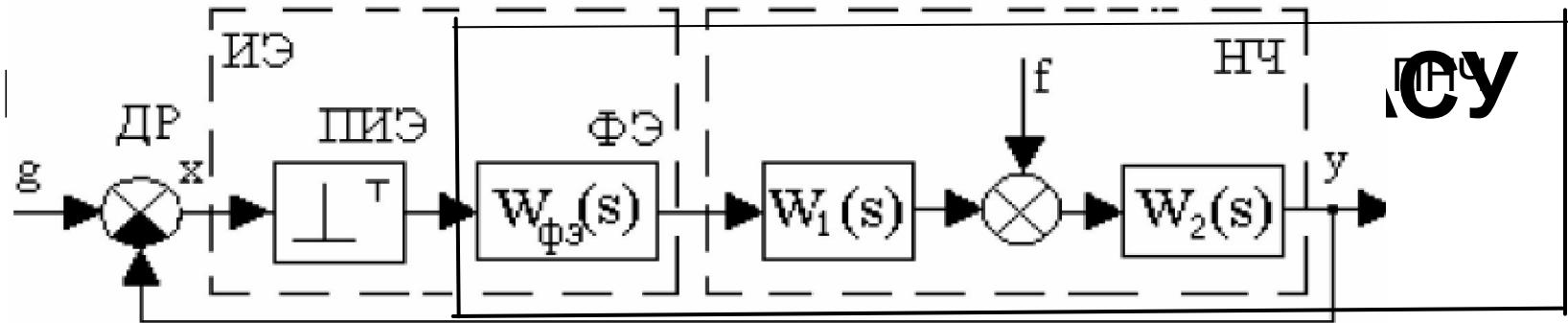
$$\frac{k}{s^2(T_1 s + 1)} = \frac{k}{s^2} - \frac{kT_1}{s} + \frac{kT_1}{s + \frac{1}{T_1}} = k \left[ \frac{1}{s^2} - \frac{T_1}{s} + \frac{T_1}{s + \frac{1}{T_1}} \right]$$

С помощью таблицы соответствий найдем  
 $z$ -преобразование для каждого из слагаемых в  
правой части полученного выражения:

$$z \left\{ \frac{W_{\text{нч}}(s)}{s} \right\}_{\text{равани}} = k \left[ \frac{Tz}{(z-1)^2} - \frac{T_1 z \text{ при } T_1 \neq 0}{z-1} + \frac{-T}{z-1} \right] \text{ прямоугольных импульсов: } z - e^{-\frac{T}{T_1}}$$

$$W_{\text{пнч}}(z) = \frac{z-1}{z} z \left\{ \frac{W_{\text{нч}}(s)}{s} \right\} = W_p(z) = 10 \left[ \frac{1}{z-1} - \frac{0.8}{z-0.6} \right] = \frac{2(z+1)}{(z-1)(z-0.6)}$$

# Структурные схемы и передаточные функции



$$x(t) = g(t) - y(t) \Rightarrow x[n] = g[n] - y[n] \Rightarrow X(z) = G(z) - Y(z)$$

Изображение РФ -  $y[n] \cancel{Y(z)} = W(z) X(z)$

$$W(z) = Z\{W_{\phi}(s)W_1(s)W_2(s)\}.$$

Уравнение z-изображения  
рассогласования:

$$X(z) = \frac{1}{1 + W(z)} G(z)$$

Тогда z-изображение выходной координаты:

$$Y(z) = \{W(z) / [1 + W(z)]\} G(z)$$

# Передаточная функция замкнутой АСУ

$$W(z) = \frac{y(z)}{x(z)} = \frac{W_{\text{пр}}(z)}{1 + W_p(z)} = \frac{W_{\phi\vartheta}(z)W_{\text{нч.пр}}(z)}{1 + W_{\phi\vartheta}(z)W_{\text{нч.р}}(z)} =$$
$$= \frac{\frac{z-1}{z} Z \left\{ \frac{W_{\text{нч.пр}}(s)}{s} \right\}}{1 + \frac{z-1}{z} Z \left\{ \frac{W_{\text{нч.р}}(s)}{s} \right\}}$$

# Частотные характеристики

## импульсных систем

Выражения для ЧХ импульсных систем получаются из  $W(z)$  путем замены оператора  $z$  на  $e^{j\omega T}$ .

Т.к. частота  $\omega$  входит в показатель степени, то ЧХ являются *периодическими функциями частоты*, период изменения которых равен  $\pm\pi/\omega$  или  $(2\pi/\omega)$ .

$$e^{j\omega T} = \cos \omega T + j \sin \omega T$$

Следовательно, нельзя различить составляющие, частоты которых кратны частоте квантования импульсного элемента  $\omega_0 = 2\pi/T$ .

**ЧХ** импульсных систем описываются  
А(ω) ~~трансцендентными~~  <sup>$e^{j\omega T}$</sup>  выражениями:

$\Psi(\omega) = \arg W(e^{j\omega T})$  - **ФЧХ**;

$U(\omega) = \operatorname{Re} W(e^{j\omega T})$  - **ВЧХ**;

$V(\omega) = \operatorname{Im} W(e^{j\omega T})$  - **МЧХ**;

$W(e^{j\omega T}) = \left. W(z) \right|_{z = e^{j\omega T}}$  - **АФЧХ**.

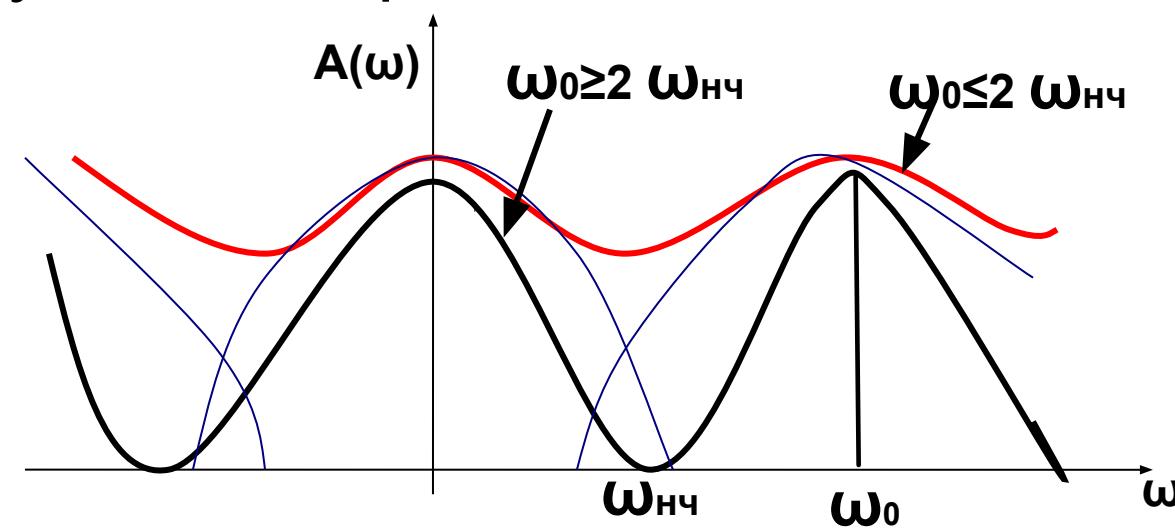
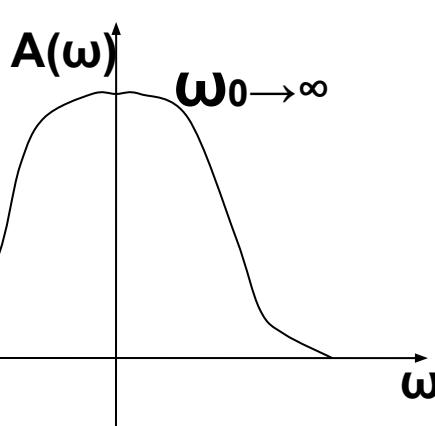
**ЧХ** импульсной АСУ строятся по точкам в  
интервале частот  $0 \leq \omega \leq \pi/T$ .

# Свойства ЧХ импульсных АСУ

1. В соответствии с периодичностью АФЧХ  $W(e^{j\omega T})$  полностью определяется своими значениями в интервале  $-\pi/T \leq \omega \leq \pi/T$ .
2. Т.к. ВЧХ является четной функцией, а МЧХ - нечетной, то достаточно рассматривать интервал частот  $0 \leq \omega \leq \pi/T$ .
3. В крайних точках интервала  $0 \leq \omega \leq \pi/T$  АФЧХ принимает вещественные значения.
4. При уменьшении периода дискретности  $T$ , т.е. при увеличении частоты квантования  $\omega_0 = 2\pi/T$ , ЧХ импульсных АСУ приближаются к ЧХ непрерывных систем, а частотный интервал  $0 \leq \omega \leq \pi/T$  растягивается на всю ось  $\omega$  при  $T \rightarrow 0$ .

# Периодичность ЧХ

При гармоническом входном сигнале  $A \sin \omega t$  на РИЭ выходной сигнал АСУ не изменится при изменении частоты входного сигнала  $\omega$  на любую величину, кратную частоте квантования  $\omega_0 = 2\pi/T$ , т.е. выходной сигнал будет одним и тем же при частотах, равных  $\omega + k\omega_0$ . При снятии ЧХ путем неограниченного увеличения частоты входного сигнала  $\omega \rightarrow \infty$ , получается периодическая характеристика:



# W- преобразование

Определение ЧХ связано со сложными расчетами, поэтому на практике применяются ЧХ относительно *абсолютной псевдочастоты*  $\lambda$ . Переход к псевдочастоте основан на переходе от z-преобразования к w-преобразованию с помощью подстановки:

$$z = \frac{1 + w}{1 - w}$$

с последующей заменой комплексной переменной w на абсолютную псевдо частоту:  
Такая замена и есть w – преобразование.

$$w = \frac{j\lambda T}{2}$$

Реальная частота  $\omega$  и псевдочастота  $\lambda$  связаны

соотношением  $\lambda = \frac{2}{T} \operatorname{tg} \frac{\omega T}{2}$

Удобство псевдочастоты в том, что на частотах, где  $\omega T < 2$ , она приближенно равна угловой частоте, т. е.  $\lambda \approx \omega$ . При изменении частоты от  $-\pi/T < \omega < +\pi/T$  псевдочастота принимает значение  $-\infty < \lambda < +\infty$ .

Для перехода от дискретной передаточной функции разомкнутой АСУ  $W_p(z)$  к АФЧХ -  $W_p(j\lambda)$  сделаем

замену  $z = \frac{[1 + j\lambda T/2]}{[1 - j\lambda T/2]}$

Это уравнение используется для построения ЛАЧХ.

$$W(j\lambda) = W(z) \Big|_{z = \frac{[1 + j\lambda T/2]}{[1 - j\lambda T/2]}}$$

# **Построение ЛЧХ импульсных АСУ**

ЛАЧХ строятся отдельно для областей низких (НЧ) и высоких частот (ВЧ). Границей, разделяющей частотные области, служит частота среза  $\omega_{ср}$  в предположении, что

$$\omega_{ср} * T < 2 ,$$

где Т - период дискретности.

Это условие необходимо выполнять для обеспечения запаса устойчивости и точности работы системы, и оно согласуется с теоремой Котельникова-Шеннона.

Построим ЛАЧХ АИС, с  
экстраполятором нулевого порядка и  
непрерывной частью с передаточной  
функцией:

$$W_{\text{нч}}(s) = \frac{k \prod_{j=1}^m (T_j s + 1)}{s^\nu \prod_{i=1}^n (T_i s + 1)}$$

# Принятые допущения:

1. Величина, обратная периоду дискретности  $T$ , больше половины частоты среза  $\omega_{ср}$ , т.е.  $\omega_{ср} < 2/T$ .
2. На частоте среза **ЛАЧХ** непрерывной части имеет наклон  $-20$  дБ/дек.
3. Постоянным времени  $T_j$  ( $j = 1, 2, \dots, m$ ) соответствуют частоты сопряжения меньшие, чем частота среза  $\omega_{сj} < \omega_{ср}$ .
4. Имеется  $l(l < n)$  постоянных времени  $T_i$  ( $i = 1, 2, \dots, l$ ), которым соответствуют сопрягающие частоты меньшие, чем частота среза.

При принятых допущениях для области **низких частот** передаточная функция непрерывной части:

$$W_{\text{нч}}^{\text{H}}(s) = \frac{k \prod_{j=1}^m (T_j s + 1)}{s^v \prod_{i=l+1}^n (T_i s + 1)}$$

а для области **высоких частот**:

$$W_{\text{нч}}^{\text{B}}(s) = \frac{\omega_{cp}}{s \prod_{i=l+1}^n (T_i s + 1)}$$

$$\rightarrow W(j\lambda)$$

ЧХ разомкнутой импульсной АСУ для области низких частот:

$$W^h(j\lambda) = \left(1 - j\lambda T_2\right) \frac{k \prod_{j=1}^m (1+j\lambda T_j)}{(j\lambda)^r \prod_{i=1}^l (1+j\lambda T_i)}$$

и для области высоких частот:

$$W^e(j\lambda) = \left(1 - j\lambda T_2\right) \frac{\omega_{cp} (1 + j\lambda (T_2 - T_\Sigma))}{(j\lambda)(1 + j\lambda T_2)} \quad \text{где } T_\Sigma = \sum_{i=l+1}^n T_i$$

# Выводы:

В НЧ области **АФЧХ** импульсной АСУ получим из  $W_{\text{НЧ}}(s)$  подстановкой  $s = j\lambda$  и умножением на множитель  $(1 - j\lambda T/2)$ . В этой области  $\lambda \approx \omega$ . Влиянием дополнительного множителя в НЧ области можно пренебречь, т.к.  $\omega_{\text{ср}} < 2/T$ .

*В области низких частот ЧХ импульсной АСУ совпадают с ЧХ ее непрерывной части.*

Начало **ЛАЧХ** в ВЧ области совпадает с концом **ЛАЧХ**, построенной в НЧ области.

Выражение результирующей **АФЧХ** разомкнутой АИС представляет собой произведение элементарных типовых сомножителей, его легко использовать для построения **ЛАЧХ** импульсных АСУ.

$$W(j\lambda) = \frac{k \prod_{j=1}^m (1+j\lambda T_j)}{(j\lambda)^r \prod_{i=1}^l (1+j\lambda T_i)} * (1 - j\lambda T \Big/ 2) \frac{(1 + j\lambda(T \Big/ 2 - T_\Sigma))}{(1 + j\lambda T \Big/ 2)}$$

Результирующий фазовый сдвиг:

$$\varphi(\omega) = -r * \frac{\pi}{2} + \sum_{j=1}^m \operatorname{arctg} j\lambda T_j + \operatorname{arctg} \lambda(T \Big/ 2 - T_\Sigma) - \\ - 2 \operatorname{arctg} \lambda T \Big/ 2 - \sum_{i=1}^l \operatorname{arctg} \lambda T_i$$

**Пример.** Построить ЛАЧХ АИС с экстраполятором нулевого порядка и периодом дискретности ИЭ  $T = 4$  с, передаточная функция непрерывной части:

$$W_{\text{НЧ}}(s) = \frac{k(1+25s)}{s^2(1+0.5s)(1+0.3s)}$$

Выбираем частоту среза **шр** = 0.5 с-1. В соответствии с заданными постоянными времени определяем сопрягающие частоты:

$$\omega_{c1} = 1/25 = 0.04 \text{ с-1} - \text{НЧ диапазон};$$

$$\omega_{c2} = 1/0.5 = 2 \text{ с-1} - \text{ВЧ диапазон};$$

$$\omega_{c3} = 1/0.3 = 3.33 \text{ с-1} - \text{ВЧ диапазон}.$$

Следовательно, получаем:

$$W(j\lambda) = \frac{k(1 + j\lambda \cdot 25)}{(j\lambda)^2} \times \frac{(1 - j\lambda \cdot 2)[1 + j\lambda \cdot 1.2)}{(1 + j\lambda \cdot 2)},$$

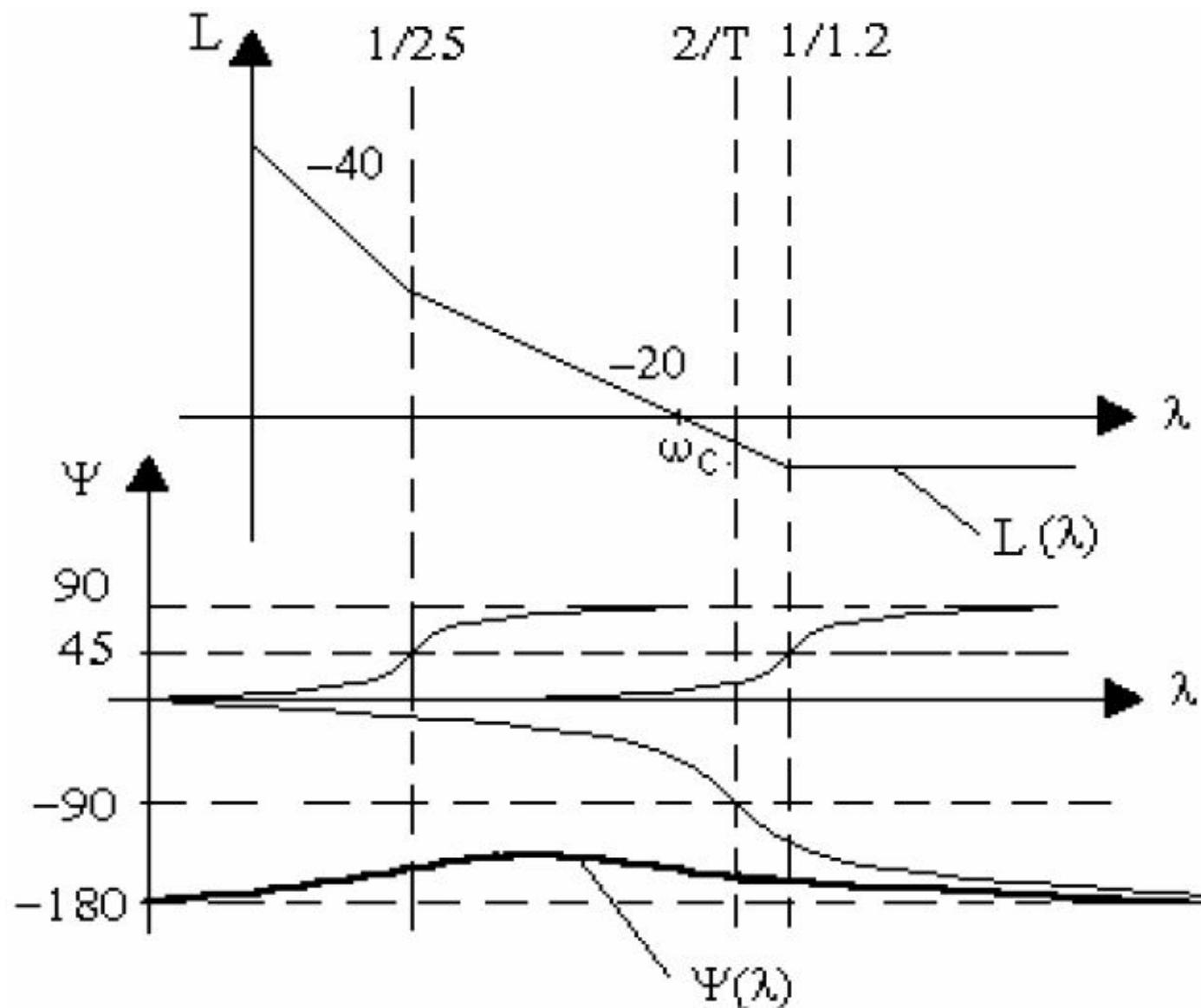
где  $T_{\Sigma} = T_1 + T_2 = 0.8$ ;

$$\psi(\lambda) = -2 \times 90 + \operatorname{arctg} 25\lambda + \operatorname{arctg} 1.2\lambda - 2 \operatorname{arctg} 2\lambda,$$

# Асимптотические ЛАЧХ и ЛФХ, соответствующие полученным выражениям:

$$\begin{aligned}\lambda c_1 &= 1/25 = 0.04; \\ \lambda c_2 &= 1/2 = 0.5; \\ \lambda c_3 &= 1/1.2 = 0.8.\end{aligned}$$

**Наклон  
последней  
асимптоты  
0 дБ/дек**



Линейная импульсная АСУ устойчива, если  
**Устойчивость импульсных АСУ**  
свободная составляющая переходного процесса  $y_n[n]$  затухает с течением времени:  $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n[n] = 0$

Она определяется решением однородного РУ  
замкнутой импульсной АСУ

$$a_0 y[n] + a_1 y[n-1] + \dots + a_m y[n-m] = 0,$$

где  $m$  - порядок системы.

При некратных корнях характеристического  
уравнения:

$$y_n[n] = \sum_{i=1}^m C_i z_i^n$$

где  $z_i$  - корни характеристического уравнения

$$a_0 z^m + a_1 z^{m-1} + \dots + a_m = 0$$

Для устойчивости импульсной АСУ необходимо и достаточно, чтобы все корни характеристического полинома удовлетворяли условию

$$i = 1, 2, \dots, m. \quad |z_i| < 1$$

Если хотя бы один корень  $|z_i| > 1$ , система будет неустойчивой.

Значение корня  $|z_i| = 1$  при всех остальных  $|z_i| < 1$

определяет границу устойчивости АСУ.

**Графически область устойчивости на плоскости z корней характеристического уравнения изображается единичным кругом.**

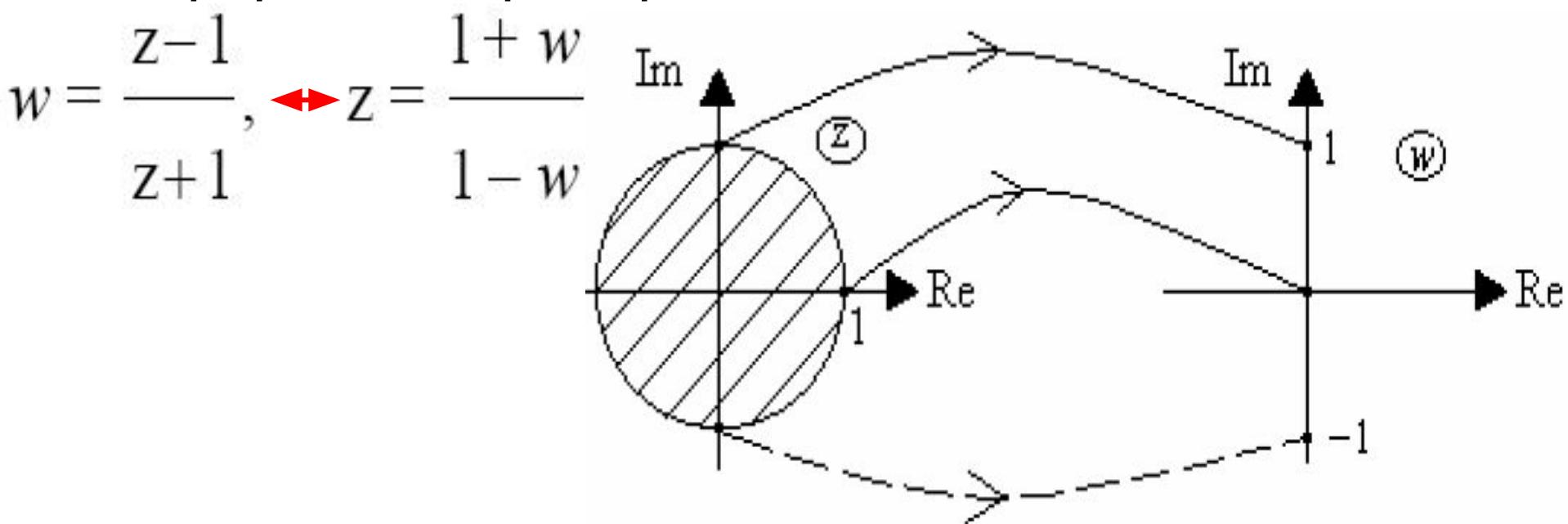
Области устойчивости  
на плоскости Z



$$e^{j\omega T} = \cos \omega T + j \sin \omega T$$

Исследование устойчивости сводится к изучению расположения корней характеристического полинома замкнутой импульсной АСУ относительно единичной окружности.

**Для пользования критериями Гурвица и Михайлова в обычной формулировке**  
внутренность круга единичного радиуса плоскости  $z$  отображают на левую полуплоскость комплексной переменной  $w$  с помощью конформного преобразования:



Все корни уравнения  $z_i$ , лежащие внутри единичного круга, перейдут в левую полуплоскость  $w$ .

После подстановки

в характеристическое уравнение  $z = \frac{1+w}{1-w}$  получим:

$$a_0 \left( \frac{1+w}{1-w} \right)^m + a_1 \left( \frac{1+w}{1-w} \right)^{m-1} + \dots + a_m = 0$$

Преобразованное характеристическое уравнение импульсной АСУ:

$$\tilde{a}_0 w^m + \tilde{a}_1 w^{m-1} + \dots + \tilde{a}_m = 0$$

При использовании этого уравнения для устойчивости импульсной АСУ необходимо и достаточно, чтобы все корни  $w_i$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) имели отрицательные вещественные части. Границей устойчивости служит мнимая ось.

Для анализа устойчивости импульсных АСУ могут применяться также ЛАЧХ в формулировке для непрерывных АСУ.

# Критерии устойчивости

используются для исследования устойчивости импульсных АСУ без нахождения корней характеристического уравнения.

**Аналог критерия Рауса-Гурвица.**  $W_3(z) \rightarrow W_3(w)$

Степень характеристического уравнения	Условия устойчивости
$m=1$	$a_0 + a_1 > 0, \quad a_0 - a_1 > 0$
$m=2$	$a_0 + a_1 + a_2 > 0, \quad a_0 - a_1 + a_2 > 0,$ $a_0 - a_2 > 0$
$m=3$	$a_0 + a_1 + a_2 + a_3 > 0, \quad a_0 - a_1 + a_2 - a_3 > 0,$ $a_0(a_0 - a_2) - a_3(a_3 - a_1) > 0,$ $3(a_0 + a_3) - a_1 - a_3 > 0$
и т.д.	

**Используется характеристический полином, полученный после  $W$ -преобразования  $W_3(w)$**

# Аналог критерия Михайлова

Для устойчивости линейной импульсной АСУ  $m$ -го порядка необходимо и достаточно, чтобы изменение аргумента функции  $D(e^{j\omega T})$  при изменении частоты  $\omega$  от 0 до  $\pi/T$  равнялось бы значению  $m\pi$ , то есть

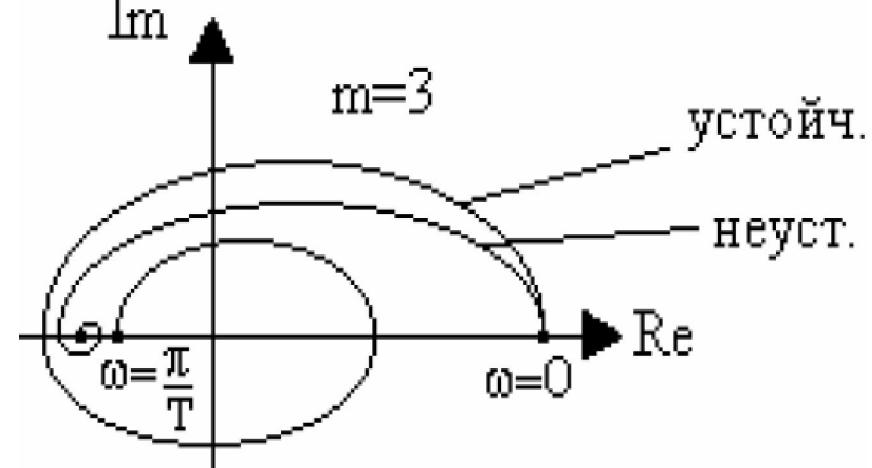
$$\Delta \arg D(e^{j\omega T}) = m\pi, \quad 0 \leq \omega \leq \pi/T.$$

$$e^{j\omega T}$$

Здесь получается путем замены  $z$  на в характеристическом полиноме замкнутой АСУ  $e^{j\omega T}$

$$D(z) = a_0 z^m + a_1 z^{m-1} + \dots + a_{m-1} z + a_m$$
$$, \quad z = e^{j\omega T}$$

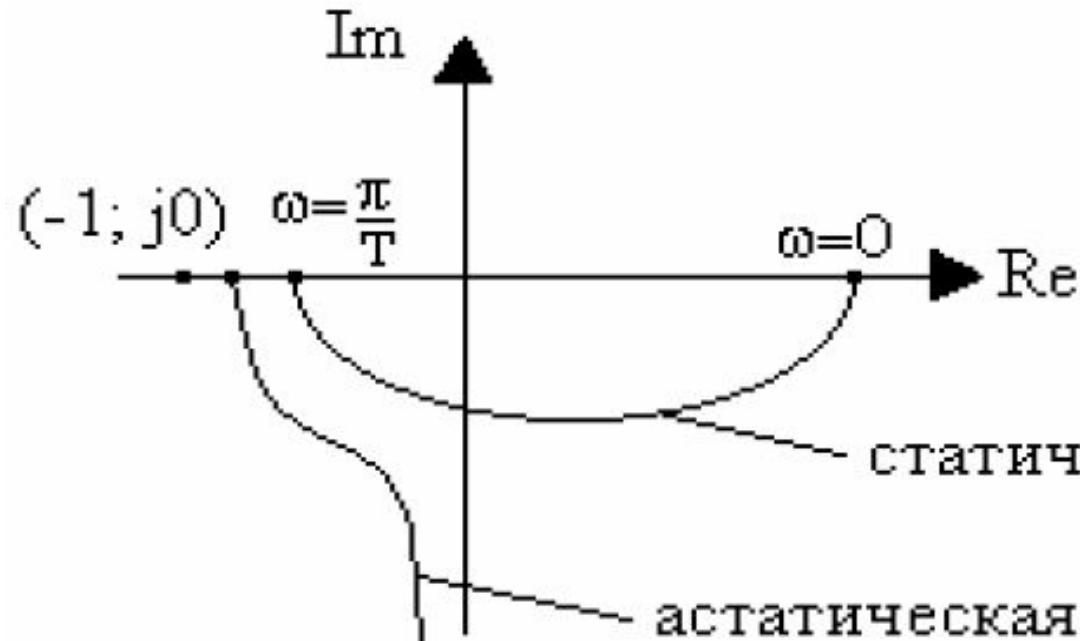
На рис. аналоги кривых Михайлова для устойчивой и неустойчивой импульсной АСУ при  $m = 3$ .



# **Аналог критерия Найквиста**

*Если разомкнутая АСУ устойчива, то для устойчивости замкнутой АСУ требуется, чтобы АФЧХ разомкнутой АСУ $-\tilde{W}_p(\omega)$  не охватывала точку с координатами  $(-1, j0)$ .*

Для устойчивости замкнутой АСУ *при неустойчивой разомкнутой цепи* требуется, чтобы АФЧХ разомкнутой цепи охватывала точку  $(-1, j0)$  на угол **ртт**, где р-число полюсов разомкнутой цепи, вне единичного круга  $z = e^{j\omega T}$ . На рис. АФЧХ устойчивых импульсных АСУ.



# Точность импульсных АСУ

Установившаяся ошибка импульсной АСУ определяется по предельному значению решетчатой функции:

$$\varepsilon(\infty) = \lim_{n \rightarrow \infty} \varepsilon[n] = \lim_{\substack{z \\ z \rightarrow 1}} \frac{z-1}{z} E(z) = \varepsilon_g(\infty) + \varepsilon_f(\infty) =$$

$$= \lim_{z \rightarrow 1} \left\{ \frac{z-1}{z} \times \frac{G(z)}{1 + W(z)} \right\} + \lim_{z \rightarrow 1} \left\{ \frac{z-1}{z} \times \frac{Z \{ W_2(s) F(s) \}}{1 + W(z)} \right\}$$

$$z = e^{sT} \rightarrow \left| \begin{array}{l} \text{в усм.} \\ \text{режиме} \end{array} \right| (s = 0) \rightarrow z = 1$$

# Установившиеся ошибки

$$\varepsilon(\infty) = \begin{cases} \lim_{z \rightarrow 1} \frac{g_0}{1 + W(z)} \rightarrow g(t) = g_0 \times 1(t) \\ \lim_{z \rightarrow 1} \frac{g_1 T}{(z - 1) W(z)} \rightarrow g(t) = g_1 \times t \\ \lim_{z \rightarrow 1} \frac{g_2 T^2}{(z - 1)^2 W(z)} \rightarrow g(t) = \frac{g_2 t^2}{2!} \end{cases}$$

*установившаяся ошибка пропорциональна величине задающего воздействия и периоду дискретности.*

# Астатизм АСУ

Представим передаточную функцию импульсной разомкнутой АСУ

$$W(z) = \frac{W_1(z)}{(z-1)^r}$$

при  $r = 0$  АСУ **статическая**,

при  $r = 1$  - **астатическая первого порядка** и т.д., и

$$W(1) \rightarrow \infty.$$

$\varepsilon(\infty) = 0$  **от задающего воздействия, если степень астатизма**

**превышает степень полинома  $k$  входного воздействия.**

$$\left| \begin{array}{l} \varepsilon(\infty) = 0, \text{ если } k < r; \\ \varepsilon(\infty) = \frac{g_k T^k}{W(1)}, \text{ если } k = r \\ \varepsilon(\infty) = \infty, \text{ если } k > r. \end{array} \right.$$

# непрерывном входном сигнале

$$\varepsilon[nT] = C_0 g[nT] + \frac{C_1}{1!} g'[nT] + \frac{C_2}{2!} g''[nT] + \dots + \frac{C_k}{k!} g^{(k)}[nT], \quad g[nT] = g(t) \Big|_{t=nT}$$

где  $C_0, C_1, C_2, \dots, C_k$  – коэффициенты ошибок.

$$C_0 = E(1);$$

$$C_1 = T * E'(1);$$

$$C_2 = T^2 [E''(1) + E'(1)];$$

$$C_3 = T^3 [E'''(1) + 3E''(1) + E'(1)]$$

$$E^{(k)}(1) = \left. \frac{d^{(k)} E(z)}{dz^k} \right|_{z=1}$$

# Сигнал ошибки при дискретном входном сигнале

$$\varepsilon[nT] = \bar{C}_0 g[nT] + \frac{\bar{C}_1}{1!} \Delta g[nT] + \frac{\bar{C}_2}{2!} \Delta^2 g[nT] + \dots +$$

$$+ \frac{\bar{C}_k}{k!} \Delta^k g[nT],$$

$$\text{где } \bar{C}_0 = C_0; \quad \bar{C}_1 = \frac{C_1}{T}; \quad \bar{C}_2 = \frac{C_2}{T^2}; \dots$$

$$\bar{C}_k = \frac{C_k}{T^k}.$$

# Переходные процессы в импульсных АСУ

определяются с помощью :

- обратного  $z$ -преобразования,
- ряда Лорана,
- решения разностного уравнения,
- частотных методов, основанных на использовании ВЧХ или МЧХ замкнутой АСУ.

# Обратное z-преобразование

Для расчета переходного процесса можно найти обратное z-преобразование изображения выходной величины АСУ  $\{Y(z)\}$ , используя формулу обращения, согласно которой

$$y[n] = \sum_{i=1}^k \text{Res}_{z=z_i} Y(z) z^{n-1}$$

где  $z_i$  - полюсы выражения  $Y(z)$ ;  $i = 1, 2, \dots, k$ .

Вычет в простом полюсе:

$$\text{Res}_{z=z_i} Y(z) z^{n-1} = \lim_{z \rightarrow z_i} (z - z_i) Y(z) z^{n-1}$$

в полюсе кратности r:

$$\text{Res}_{z=z_i} Y(z) z^{n-1} = \frac{1}{(r-1)!} \lim_{z \rightarrow z_i} \frac{d^{r-1}}{dt^{r-1}} [(z - z_i)^r Y(z) z^{n-1}]$$

Из определения **z**-преобразования:

$$Y(z) = \sum_{n=0}^{\infty} y[nT] * z^{-n} = Y(0) + Y(T)z^{-1} + Y(2T)z^{-2} + \dots + Y[nT]z^{-n}$$

$$Y(z) = \frac{B(z)}{A(z)}$$

дробно-рациональная функция.

$$Y[nT] = \sum_{k=1}^m \frac{B(z_k)}{A'_z(z_k)} z_k^{m-1}$$

для простых полюсов **zi**.

где  $z_k$  – корни характеристического уравнения **A(z)=0**;

$m$  – общее количество корней;

$A'_z(z)$  – производная полинома **A(z)** по **z**.

# Разложение изображения $Y(z)$ в ряд Лорана

Дискретные значения переходного процесса можно найти путем разложения  $Y(z)$  в ряд Лорана по степеням  $z^{-1}$ :

$$Y(z) = Y_0 + Y_1 z^{-1} + Y_2 z^{-2} + Y_3 z^{-3} + \dots + Y_n z^{-n}.$$

Коэффициенты  $Y_i$  определяют выходную величину АСУ в дискретные моменты времени  $t = nT$ .

$Y(z)$  представляет собой отношение двух полиномов, поэтому коэффициенты ряда  $Y_0, Y_1, Y_2, \dots$  можно получить делением полинома числителя на полином знаменателя.

При  $T \rightarrow 0$  ряд сходится медленно и объем вычислительной работы значителен.

# Вычисление коэффициентов

## ряда Лорана

$z$ - изображение **выходной координаты:**

$$\begin{aligned} Y(z) &= \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{b_0 z^k + b_1 z^{k-1} + \dots + b_{k-1} z + b_k}{a_0 z^m + a_1 z^{m-1} + \dots + a_{m-1} z + a_m} = \\ &= \left| \begin{array}{l} \text{пусть } k = m \\ \therefore z^m \end{array} \right| = \\ &= \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_{k-1} z^{-m+1} + b_k z^{-m}}{a_0 + a_1 z^{-1} + \dots + a_{m-1} z^{-m+1} + a_m z^{-m}}. \end{aligned}$$

# Коэффициенты разложения в ряд Лорана:

$$Y[0] = \frac{b_0}{a_0};$$

$$Y[1] = \frac{\{b_1 - a_1 Y[0]\}}{a_0};$$

$$Y[2] = \frac{\{b_2 - a_1 Y[1] - a_2 Y[0]\}}{a_0};$$

.....

$$Y[n] = \frac{\{b_n - a_1 Y[n-1] - \dots - a_{n-1} Y[1] - a_n Y[0]\}}{a_0}.$$

$$n > m \rightarrow b_n = a_n = 0.$$

# Метод разностного уравнения

Дискретная АСУ представлена **передаточной функцией**:

$$W(z) = \frac{R(z)}{Q(z)} = \frac{b_0 z^k + b_1 z^{k-1} + \dots + b_{k-1} z + b_k}{a_0 z^m + a_1 z^{m-1} + \dots + a_{m-1} z + a_m} =$$

$$= \begin{vmatrix} \text{пусть } k = m \\ : z^m \end{vmatrix} =$$

$$= \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_{k-1} z^{-m+1} + b_k z^{-m}}{a_0 + a_1 z^{-1} + \dots + a_{m-1} z^{-m+1} + a_m z^{-m}} = \frac{Y(z)}{g(z)}.$$

**Разностное уравнение в этом случае:**

$$a_0y[n] + a_1y[n-1] + \dots + a_{m-1}y[n-m+1] + a_my[n-m] = \\ = b_0g[n] + b_1g[n-1] + \dots + b_{m-1}g[n-m+1] + b_mg[n-m] =$$

$$= |n \text{ при } g[n] = 1| = \sum_{i=1}^m b_i.$$

**Решение уравнения:**

$$Y[0] = \frac{b_0}{a_0};$$

$$Y[1] = \frac{\{b_0 + b_1 - a_1 Y[0]\}}{a_0};$$

$$Y[2] = \frac{\{b_0 + b_1 + b_2 - a_1 Y[1] - a_2 Y[0]\}}{a_0}; \dots \dots \dots$$

$$Y[n] = \frac{\left\{ \sum_{i=0}^n b_i - a_1 Y[n-1] - a_2 Y[n-2] - \dots - a_k Y[0] \right\}}{a_0}$$

Рекуррентные зависимости 1 и 2  
используются и для расчета  
переходных процессов в  
непрерывных АСУ после  
дискретизации их  
дифференциальных уравнений.

# Коррекция импульсных систем

КУ обеспечивают заданные требования по точности и по качеству процесса управления, исходя из которых составляются желаемые характеристики АСУ.

Для коррекции импульсных АСУ имеется большее разнообразие технических средств, чем для непрерывных АСУ, т.к. кроме непрерывных КУ можно вводить импульсные и цифровые.

Находит применение:

- **Непрерывная коррекция;**

# **Непрерывная коррекция**

В этом случае *изменяют характеристики непрерывной части АСУ* введением

- последовательных или паралельных КУ,
- местной отрицательной или положительной обратной связи.

При расчете непрерывных КУ целесообразно перейти от желаемой характеристики импульсной АСУ к желаемой характеристике ее непрерывной части. Задача синтеза решается так же, как она решалась для обычновенных линейных АСУ.

# **Импульсная коррекция**

выполняется введением в АСУ импульсного фильтра.

Он преобразует входной сигнал  $x(t)$  в

последовательность импульсов

$$u[n] = \sum_{i=0}^k k_k[n-i]x[i],$$

сформированных путем амплитудно-импульсной  
модуляции  $x(t)$  с необходимыми для коррекции АСУ  
преобразованиями.

Здесь  $k_k[n]$  импульсная функция непрерывной части  
импульсного фильтра.

Передаточная функция импульсного фильтра  
определяется как

$$W_k(z) = Z\{ k_k[n] \}$$

По передаточной функции из таблиц выбирают  
импульсные корректирующие цепи.

Наиболее просто импульсные КУ реализуются в виде **импульсных RC-цепей**.

Различают три структуры импульсных RC-цепей:

- последовательную,
- с обратной связью и
- с каскадным соединением импульсных цепей первых двух структур.

### **Цифровые корректирующие фильтры**

реализуются с помощью цифрового вычислителя.

Входной сигнал фильтра  $x(t)$  преобразуется в АЦП, далее - решение разностного уравнения на цифровом вычислителе и выводится  $x[n]$  в непрерывную часть импульсной АСУ через ЦАП.

Широкое распространение получили цифровые системы, в которых функцию вычислительного устройства выполняют микропроцессоры и компьютеры.

# Синтез цифровых систем

сводится к **включению цифрового корректирующего фильтра последовательно с непрерывной частью**, включающей в себя объект управления, регулирующий орган, исполнительный механизм, усилитель мощности и датчик. В качестве желаемых характеристик используют аналоговые эквиваленты: импульсные функции, переходные функции и частотные характеристики, что обосновано при достаточно высокой тактовой частоте работы цифрового вычислителя и большой разрядности преобразователей.