

Тема 7. *Обработка сейсморазведочных
данных*

10 часов, лекции № 20 - № 24

Лекция № 22

*Обратные фильтры, деконволюция.
Многоканальные фильтры*

Задачи фильтрации и выбор фильтров (1)

Задачу выбора фильтра можно поставить на основании математической модели трассы сейсмической записи, согласно которой трасса $y(t)$ является суммой двух составляющих - *сигнальной* - $s(t)$ и *шумовой* - $n(t)$.

Первая из них есть процесс, образованный последовательностью полезных волн (сигналов) *фиксированной формы* - $f(t)$, у которых *время прихода* - t_k и *амплитуда* - a_k являются случайными величинами, определяющими импульсную трассу $\tilde{a}(t)$. Это может быть записано следующим образом:

$$y(t) = s(t) + n(t) = f(t) * \tilde{a}(t) + n(t) = f(t) * \sum_k a_k \cdot \delta(t - t_k) + n(t).$$

Детерминированный сигнал $f(t)$ характеризуется комплексным спектром $F(\omega)$, имеющим две составляющие - амплитудный спектр $\Phi(\omega)$ и фазовый спектр $\varphi(\omega)$:

$$F(\omega) = \Phi(\omega) e^{j\varphi(\omega)}.$$

Совокупность всех волн-помех рассматривается как *стационарный случайный процесс* $n(t)$ характеризуемый нуль-фазовой *автокорреляционной функцией* $b_n(t)$ и *спектром мощности* $B_n(\omega)$, имеющим только амплитудную составляющую.

Временные и спектральные характеристики полезной волны и помехи, подобно аналогичным характеристикам частотных фильтров взаимно однозначно связаны между собой *прямым и обратным преобразованиями Фурье*: $f(t) \leftrightarrow F(\omega)$, $b_n(t) \leftrightarrow B_n(\omega)$.

Задачи фильтрации и выбор фильтров (2)

Если спектральные характеристики полезной волны $F(\omega)$ и мешающих колебаний $B_n(\omega)$ известны, то ***информацией, подлежащей извлечению из сейсмической записи, являются времена прихода - t_k и амплитуды - a_k полезных волн.***

Решению задачи препятствуют ***два обстоятельства:***

- 1. наложение на полезные волны мешающих колебаний***
- 2. наложение друг на друга полезных волн с близкими временами прихода.***

Возможность обнаружения сигнала на фоне помех зависит от ***амплитудной разрешенности записи - степени превышения амплитуды полезной волны над уровнем мешающих колебаний.*** Этот показатель характеризуется известным ***отношением сигнал/помеха.***

С достаточно высокой надежностью выявляется сейсмический импульс, амплитуда которого ***вдвое и более превосходит среднеквадратический уровень помех.*** При фильтрации увеличение отношения сигнал/помеха достигается путем преимущественного подавления тех составляющих частотного спектра колебаний, в которых мала доля энергии полезных волн относительно помех. Поскольку в реальных условиях спектры полезных и мешающих колебаний более или менее перекрываются, основная энергия профильтрованных сигналов оказывается сосредоточенной в том диапазоне частот, где исходное отношение сигнал/помеха было наиболее благоприятным. В результате ***повышение амплитудной разрешенности записи достигается путем сужения спектра полезных волн.***

Задачи фильтрации и выбор фильтров (3)

Сокращение ширины спектра сигнала приводит к увеличению его длительности во времени. Это - весьма нежелательный эффект, поскольку возрастает интерференция соседних сигналов, т. е. снижается временная разрешенность записи - возможность раздельного обнаружения и оценки сигналов, приходящих в близкие моменты времени.

Для повышения ***временной разрешенности*** необходимо сокращать длительность импульсов полезных волн, что означает расширение их спектра. Но при этом снижается ***амплитудная разрешенность*** из-за относительного усиления помех. Очевидно, что без достаточного превышения амплитуд полезных волн над фоном помех временная разрешенность записи теряет смысл.

Таким образом, ***амплитудная и временная разрешенности записи сейсмических колебаний предъявляют противоположные требования к характеру фильтрации.***

В этих условиях приходится искать разумное компромиссное решение задачи частотной фильтрации. В общем виде ее можно сформулировать следующим образом: ***достижение наибольшей временной разрешенности записи при обеспечении ее достаточной амплитудной разрешенности.***

В такой постановке частотная фильтрация способствует обнаружению на сейсмической трассе максимального числа полезных волн при удовлетворительной точности оценок их кинематических (t_k) и динамических (a_k) параметров.

Задачи фильтрации и выбор фильтров (4)

Оптимальное общее решение задачи частотной фильтрации в сейсморазведке отсутствует. Причина в том, что нет общепризнанного критерия оптимальности фильтрации, который сводил бы к единому количественному показателю характеристики ***амплитудной и временной разрешенностей*** сейсмической записи. В теории фильтрации известны частные решения, основанные на различных ***критериях оптимальности*** преобразования колебаний.

Эффективность частотной фильтрации прежде всего определяется различием спектров сигнала и помехи. На сейсмических записях эти спектры зачастую сильно перекрываются. В таких условиях результативность фильтрации существенно зависит от исходного соотношения ***сигнала и помехи***.

На практике обычно поступают следующим образом: чтобы сконструировать наилучший (оптимальный) фильтр, нужно предварительно ***сформулировать условия и критерии***, которым он должен удовлетворять. Их выбирают на основе конечной цели фильтрации.

Эти ***критерии*** должны позволять однозначно определять ***оператор фильтра*** или его ***частотную характеристику***. Полученный при соблюдении таких условий фильтр называют ***оптимальным*** с точки зрения выбранного критерия.

Оптимальные фильтры. Уравнение Колмогорова - Винера

Рассмотрим оптимальные линейные фильтры, называемые *винеровскими*, поскольку их характеристики получаются решением фундаментального *уравнения Колмогорова-Винера*.

Эти фильтры известны также как *среднеквадратические*: критерием качества *фильтрации* в них служит величина *среднеквадратического отклонения (или дисперсии) получаемого* результата от *желаемого* результата.

Обозначим $h(t)$ - *искомый оператор фильтра*, который должен *сейсмической трассу - $y(t)$* преобразовать таким образом, чтобы она в целом минимально отличалась от некоторой (*желаемой*) функции - $g(t)$.

Это можно записать как:

$$J = \int_t [h(t) * y(t) - g(t)]^2 dt$$

Оптимальный оператор $h(t)$ должен обращать в минимум математическое ожидание функционала J . Вычислив градиент последнего по переменной $h(t)$ и приравняв его нулю, получим необходимое условие минимума:

$$\int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) b_y(\theta - \tau) d\tau = r_{gy}(\theta),$$

где $b_y(\theta)$ - автокорреляционная функция (АКФ) исходной трассы, $r_{gy}(\theta)$ - взаимокорреляционная функция (ВКФ) заданного импульса и исходной трассы.

Уравнение Колмогорова - Винера

Полученное соотношение называется *уравнением Колмогорова-Винера*. Оно означает, что *оптимальный винеровский фильтр преобразует функцию автокорреляции входного процесса в функцию взаимной корреляции его с импульсом заданной формы*.

При цифровой фильтрации для нахождения оптимальных операторов, имеющих заданное количество отсчетов $M + 1$, используют дискретный аналог этой формулы:

$$\sum_{k=0}^M h(k)b_y(m-k) = r_{gy}(m), \quad m = 0, 1, \dots, M.$$

Формула определяет систему из $M+1$ линейных уравнений с $M+1$ неизвестными коэффициентами оператора $h(k)$.

Уравнения определяет операторы *оптимальных винеровских фильтров* во временной области. В частотной области характеристики фильтров находят из соотношения $H(\omega) \cdot B_y(\omega) = R_{gy}(\omega)$:

$$H(\omega) = \frac{R_{gy}(\omega)}{B_y(\omega)},$$

где $B_y(\omega)$ - спектр мощности входной трассы $y(t)$, $R_{gy}(\omega)$ *взаимный спектр мощности* заданного импульса $g(t)$ и входной трассы: $r_{gy}(t) \leftrightarrow R_{gy}(\omega)$.

Фильтр оптимального обратного сжатия (1)

Для такого фильтра *желаемым результатом фильтрации* является предельно короткий импульс – *дельта - функция*: $g(t) = \delta(t)$. Учитывая независимость сигнала и помехи и нулевое математическое ожидание последней, получаем в *уравнении Колмогорова-Винера*:

$$r_{gy}(\theta) = r_{\delta y}(\theta) = r_{\delta f}(\theta) = \delta(\theta) * f(-t) = f(-t)$$

Здесь использованы известные свойства операции свертки: *взаимная корреляция двух функций идентична их ретросвертке* - свертке, при которой одна из функций обращается во времени, переворачиваясь «задом наперед» и что *свертка сигнала с δ - функцией равна исходному сигналу*.

В данном случае взаимнокорреляционная функция желаемого результата $\delta(t)$ и исходной трассы $y(t)$ равна обращенному во времени сигналу $f(-t)$. Дискретный оператор оптимального фильтра сжатия $h_c(k)$ находится решением системы уравнений, в которых

$$h(k) = h_c(k), \quad r_{gy}(m) = f(-m).$$

Этому соотношению соответствует спектральный аналог $R_{gy}(\omega) = F^*(\omega)$. Тогда формула комплексной частотной характеристики искомого фильтра:

$$H_c(\omega) = \frac{F^*(\omega)}{B_y(\omega)} = \frac{F^*(\omega)}{|F(\omega)|^2 + \frac{1}{\alpha^2} B_n(\omega)} = \frac{\Phi(\omega) e^{j\varphi(\omega)}}{\Phi^2(\omega) + \frac{1}{\alpha^2} B_n(\omega)}.$$

Фильтр оптимального обратного сжатия (2)

Для расчета *оптимального обратного фильтра сжатия* необходимо знать не только энергетические спектры сигнала и помехи, но и *фазовый спектр сигнала*, т. е. его форму. При отсутствии помех, когда $B_n(\omega) \equiv 0$, получаем частотную характеристику *идеального фильтра сжатия*

$$H_{\text{си}}(\omega) = \frac{1}{F(\omega)},$$

которая в точности *обратна спектру сигнала*. Такой фильтр делает спектр сигнала равномерным, превращая сигнал в δ -функцию:

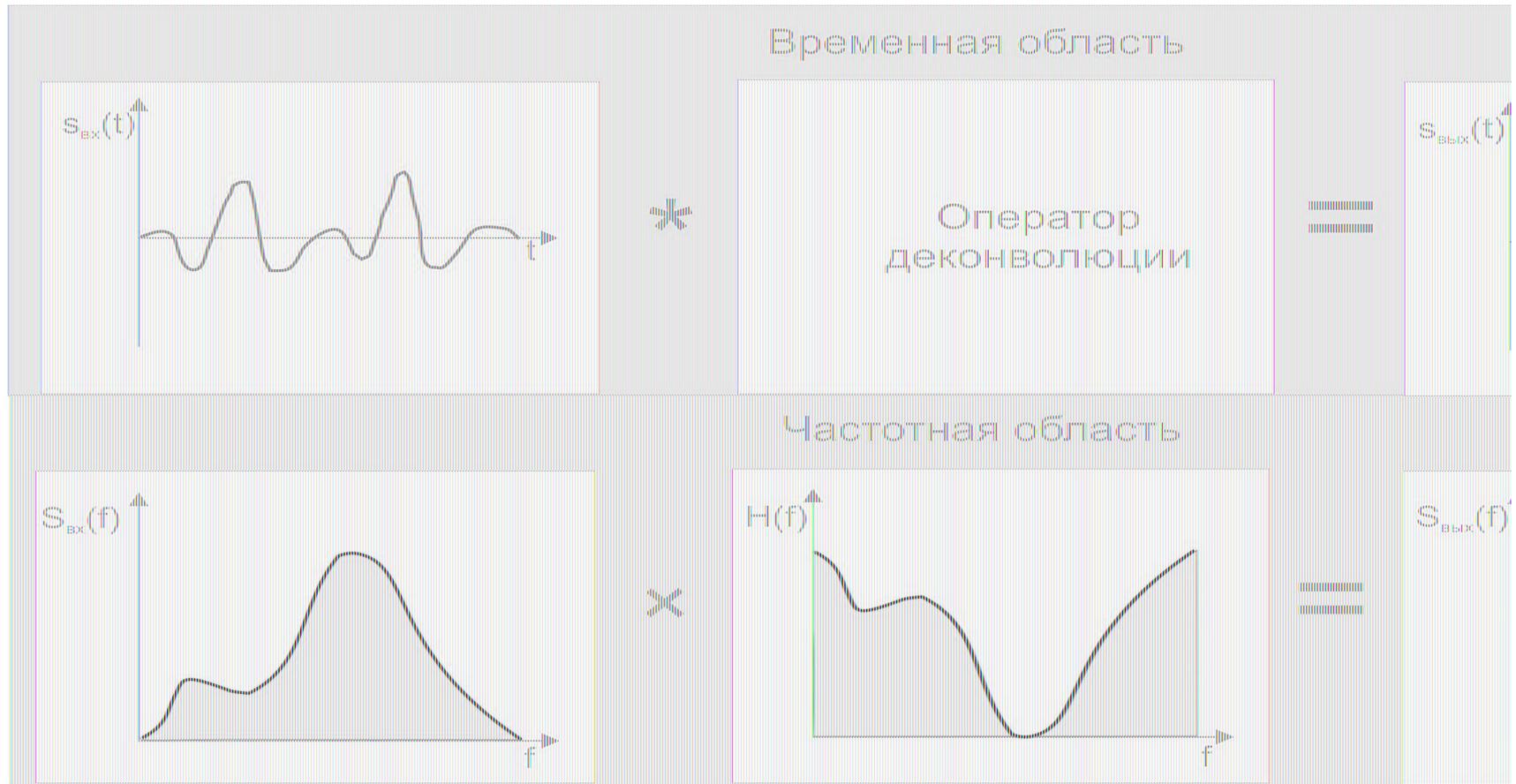
$$\tilde{F}(\omega) = F(\omega) \cdot H_{\text{си}} = 1, \text{ т. е. } \tilde{f}(t) = \delta(t).$$

Это означает предельную временную разрешенность сейсмической записи. Другое название этого фильтра - *деконволюция сжатия (спайк-деконволюция – spiking deconvolution)*.

Однако идеальный фильтр неустойчив, поскольку его коэффициенты пропускания неограниченно возрастают за пределами спектрального диапазона сигнала: $H_{\text{си}}(\omega) \rightarrow \infty$, когда $F(\omega) \rightarrow 0$.

При выполнении любой *деконволюции сжатия* часто перед ее применением предварительно применяется процедура *предварительного отбеливания*.

Принципиальная схема деконволюции сжатия



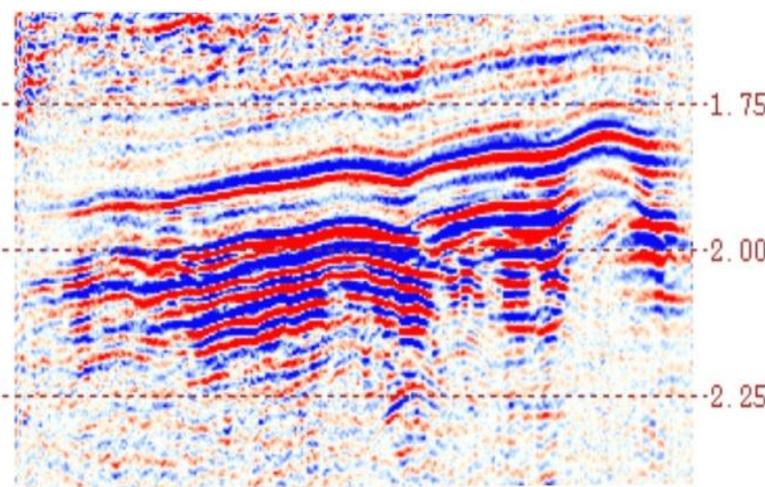
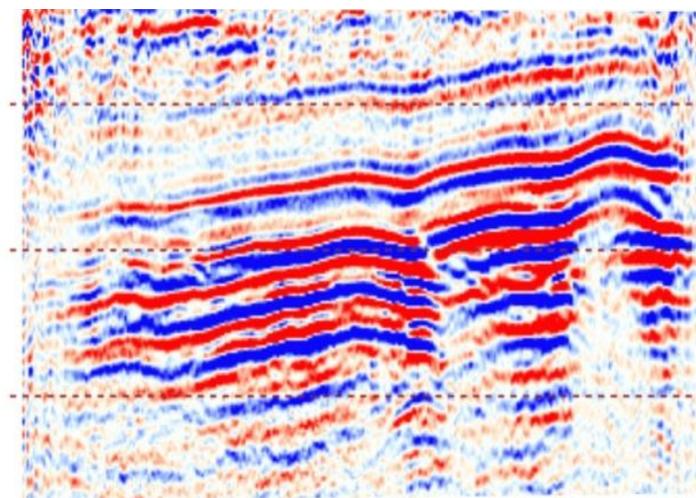
Входной сигнал $s_{вх}(t)$ состоит из двух частично накладывающихся друг на друга импульсов, частотная характеристика фильтра $H(f)$ при отсутствии помех, обратна спектру входного сигнала.

Спектр выходного сигнала $S_{вых}(f)$ равномерный во всем диапазоне частот, а выходной сигнал $s_{вых}(t)$ состоит из двух импульсов в виде δ – функций.

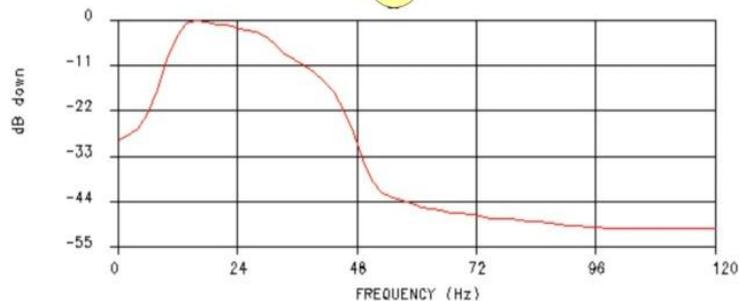
Фрагменты временного разреза и их спектры

Идеальное сжатие по разным причинам, практически никогда не получается, тем не менее, процедура *деконволюции сжатия* весьма существенно улучшает вид временных разрезов, повышает их *временную разрешенность*.

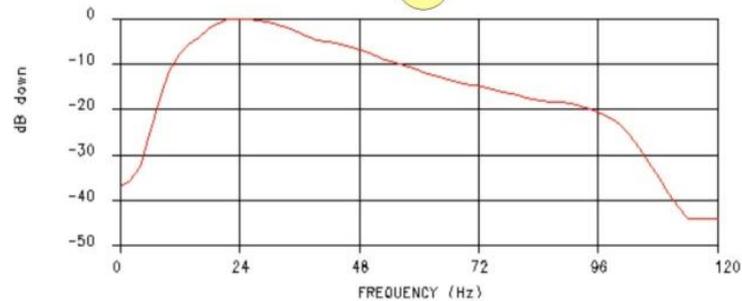
Это делает получаемые разрезы более легко читаемыми, позволяет увидеть на них особенности строения тонкослоистой геологической среды.



а



б



Оптимальный обратный прогностический фильтр

Такой вид фильтрации еще называется *предсказывающей деконволюцией*, она сокращает длительность сейсмических импульсов за счет подавления хвостовой части колебаний.

Временная характеристика такого *оптимального прогностического фильтра* - $h_{\Pi}(t)$ определяется из уравнения Колмогорова-Винера при условии, что желаемым результатом фильтрации является прогнозное значение входного процесса: $g(t) = y(t + \tau)$. В этом случае функция взаимной корреляции r_{gy} равна функции автокорреляции входного процесса при аргументе, смещенном на интервал времени τ :

$$r_{gy}(\theta) = b_y(\theta + \tau).$$

Дискретный оператор оптимального фильтра предсказания $h_{\Pi}(k)$ находят решением системы уравнений, в которых

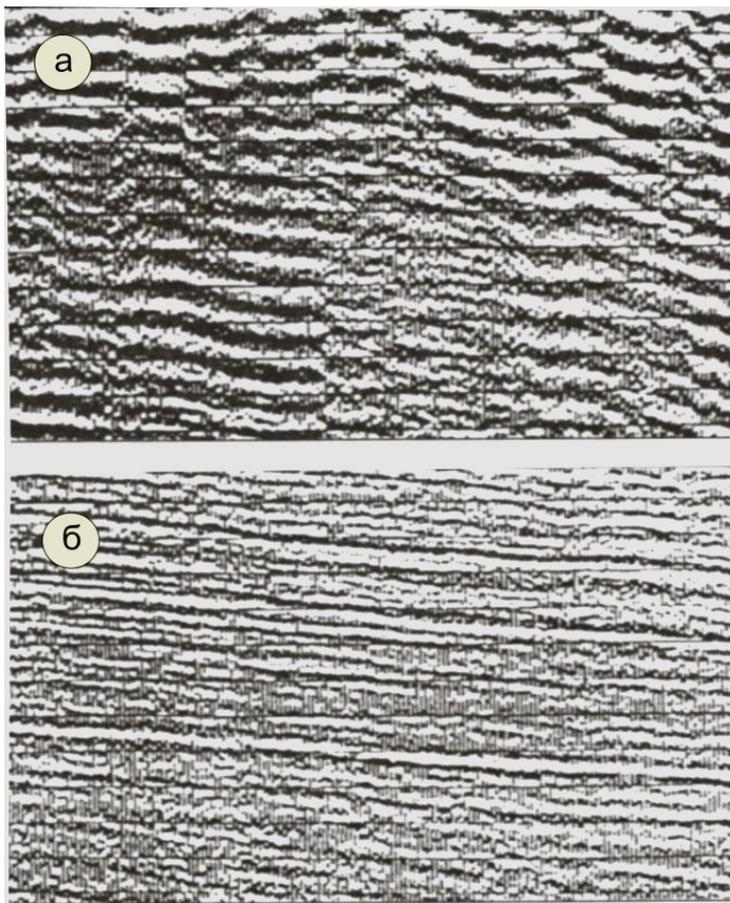
$$h(k) = h_{\Pi}(k), \quad r_{gy}(m) = b_y(m + \alpha),$$

где $\alpha = \tau/\Delta t$, Δt -шаг дискретизации колебаний.

Параметр α называется *интервалом предсказания*. Он определяет длительность сохраняемой головной части импульса, после которой колебания должны подавляться.

От величины α зависит степень повышения временной разрешенности сейсмической записи. Чем меньше α , тем короче профильтрованные импульсы, но выше погрешность прогноза.

Предсказывающая деконволюция



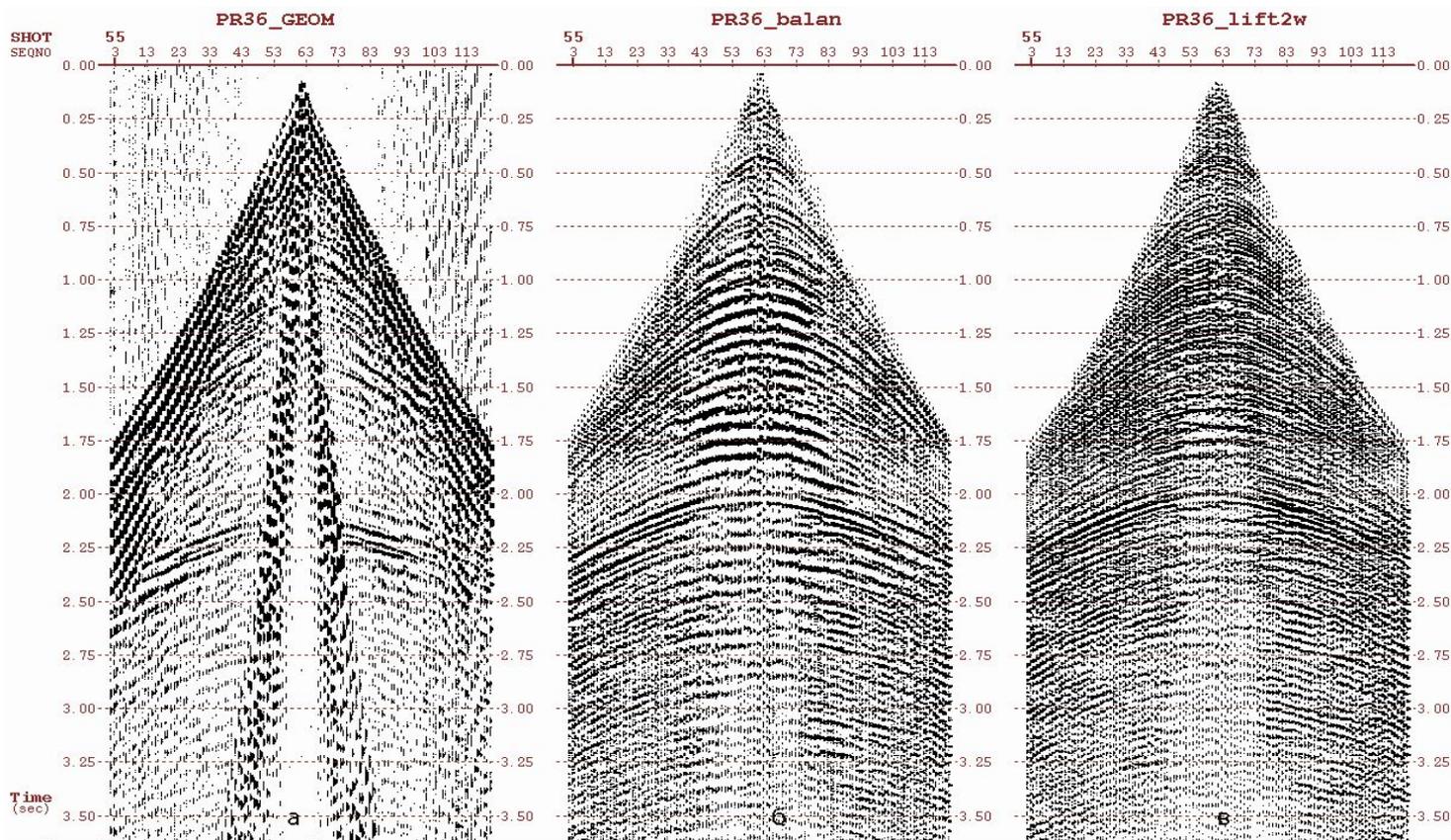
Деревербирующая
прогностическая фильтрация
временного разреза
а – до фильтрации; б – после
фильтрации

Предсказывающая деконволюция применяется во многих задачах обработки сейсмических сигналов, когда возникают ситуации, в которых мы можем предвидеть повторение некоторых значений входного сигнала $y(t)$ в некоторые будущие моменты времени, $y(t + \tau)$. Такого рода ситуации возникают, например, в задачах подавления некоторых регулярных волн-помех типа *реверберационных воли, воли-спутников и т. д.*

Реверберационные волны возникают при выполнении морских сейсмических работ и являются многократными отражениями от дна и свободной границы "вода - воздух". Особенно они интенсивны при малых глубинах дна моря. При этом всегда достаточно точно известна скорость упругих волн в воде и глубина до дна. Поэтому можно ожидать, что через определенный интервал времени, который определяется удвоенной мощностью водного слоя и скоростью в нем, после прихода полезной отраженной появится серия повторных (реверберационных) волн.

Поверхностно-согласованная деконволюция

Поверхностно-согласованная деконволюция компенсирует факторы неустойчивости волновой картины, используя статистическую избыточность многократных систем наблюдений.



Сейсмограммы на различных этапах обработки
а – исходная; б – после восстановления амплитуд и амплитудной регулировки;
в – после поверхностно-согласованной деконволюции

Пространственно-временная фильтрация.

Многоканальность сейсмических записей позволяет различать колебания не только по *динамическим*, но и по *кинематическим* характеристикам. Многоканальное преобразование волновой картины, регистрируемой во времени и пространстве, называется *пространственно-временной фильтрацией*.

Подобно одномерным фильтрам, *двумерные фильтры* подразделяются на *оптимальные* и *неоптимальные*.

Существуют двумерные аналоги всех оптимальных одномерных фильтров, рассмотренных ранее. Операторы $h(t, x)$ оптимальных среднеквадратических фильтров получают решением *двумерного уравнения Колмогорова-Винера*, которое является обобщением одномерного соотношения.

На практике основное затруднение при построении *оптимальных многоканальных фильтров* вызывает оценка двумерных спектров всех компонент волнового поля.

Двумерные преобразования Фурье

Прямое и обратное двумерные преобразования Фурье, связывающие функцию $g(t, x)$ с ее комплексным спектром $G(\omega, k)$, таковы:

$$G(\omega, K) = \iint_{-\infty}^{\infty} g(t, x) \cdot e^{-j(\omega t - kx)} dt dx,$$
$$g(t, x) = \iint_{-\infty}^{\infty} G(\omega, K) \cdot e^{j(\omega t - kx)} d\omega dk.$$

Здесь, *временная область*, где параметром гармонического колебания является *период* - T , преобразуется в *частотную область*, где параметром этого колебания становится обратная величина - *круговая частота* $\omega = 2\pi/T$

Аналогичным образом *пространственная область*, где параметром гармонической волны является ее *кажущаяся длина* - λ_k , преобразуется в обратную по размерности область, где параметром, аналогичным круговой частоте, становится *волновое число* $k = 2\pi/\lambda_k$. Чтобы различать оба спектральных параметра, величину ω называют *временной частотой*, а величину k - *пространственной частотой*.

$G(\omega, k)$ есть *комплексная функция двух координат*, образующих *спектральную плоскость*, где ω и k : принимают как положительные, так и отрицательные значения.

Двумерные преобразования Фурье

Сейсморазведочные наблюдения проводят в отдельных точках, т. е. запись колебаний всегда дискретна по координате x . Поэтому двумерные спектры регистрируемого волнового поля периодичны по пространственной частоте.

Если точки регистрации располагаются с шагом Δx , то период повторения спектра по волновому числу составляя $K = 2\pi/\Delta x$. Согласно *теореме Котельникова*, это накладывает ограничение на диапазон пространственных частот, которые можно определять при спектральном анализе сейсмических колебаний: *значения волнового числа k не должны превосходить пространственной частот Найквиста – k_N*

$$k \leq k_N = \frac{1}{2}K = \frac{\pi}{\Delta x}.$$

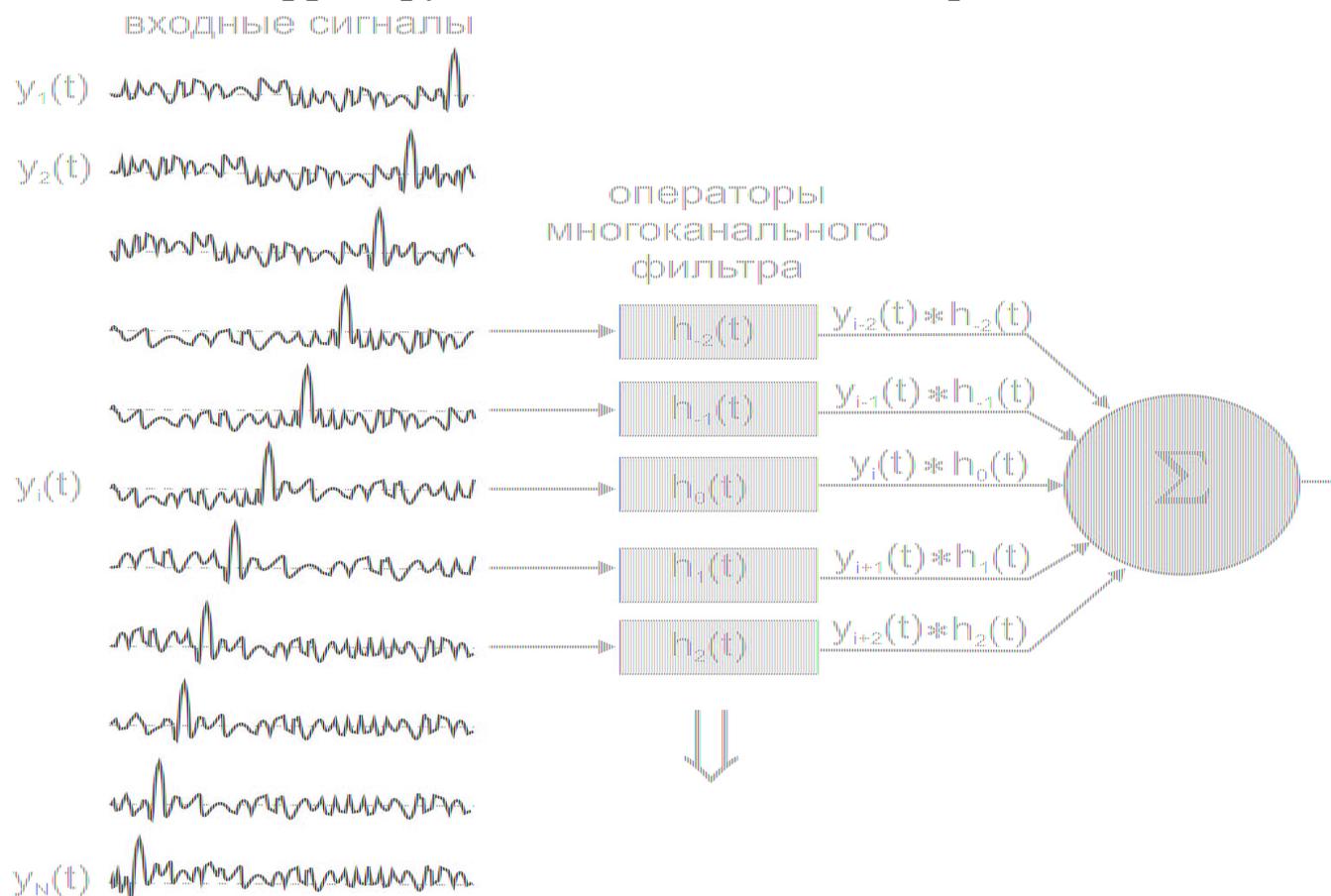
При цифровой регистрации и обработке, когда сейсмические записи дискретизируют по времени с шагом Δt значения частоты ω не должны превосходить *временной частоты Найквиста ω_N* :

$$\omega \leq \omega_N = \frac{1}{2}\Omega = \frac{\pi}{\Delta t}.$$

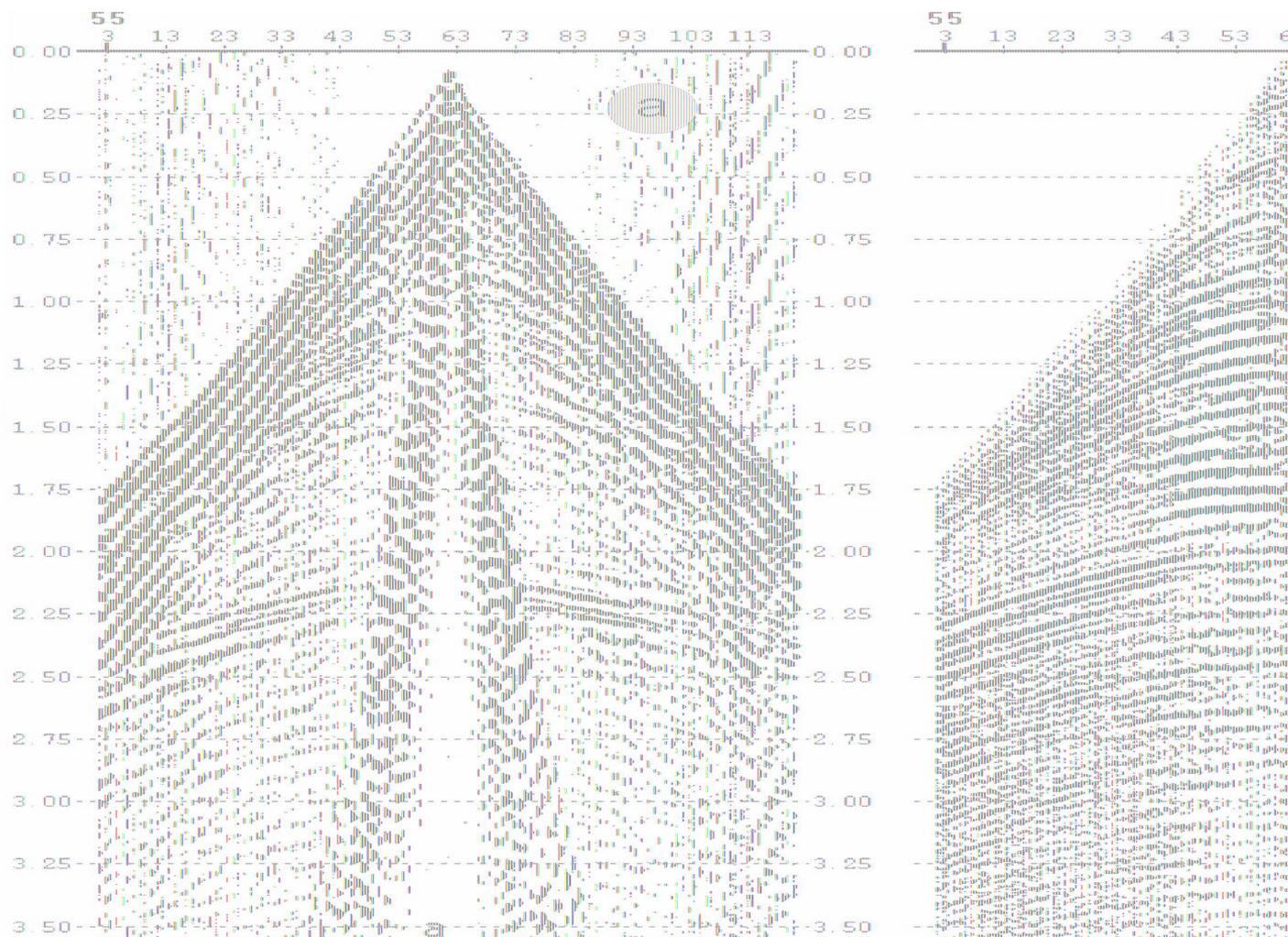
Таким образом, двумерный спектр обрабатываемых сейсмических колебаний представляет собой периодическое повторение по осям ω и k картины центрального прямоугольника спектральной плоскости, ограниченного координатами $\pm \omega_N$, $\pm k_N$.

Схема многоканальной фильтрации сейсмических трасс

В процессе многоканальной фильтрации осуществляется преобразование совокупности сейсмических записей как на основе различия полезных сигналов и помех по *частотам*, так и на основе учета различия регистрируемых волн по *кажущимся скоростям* и степени их коррелируемости по заданным направлениям



Эффективность применения пространственно-временной (FK) фильтрации



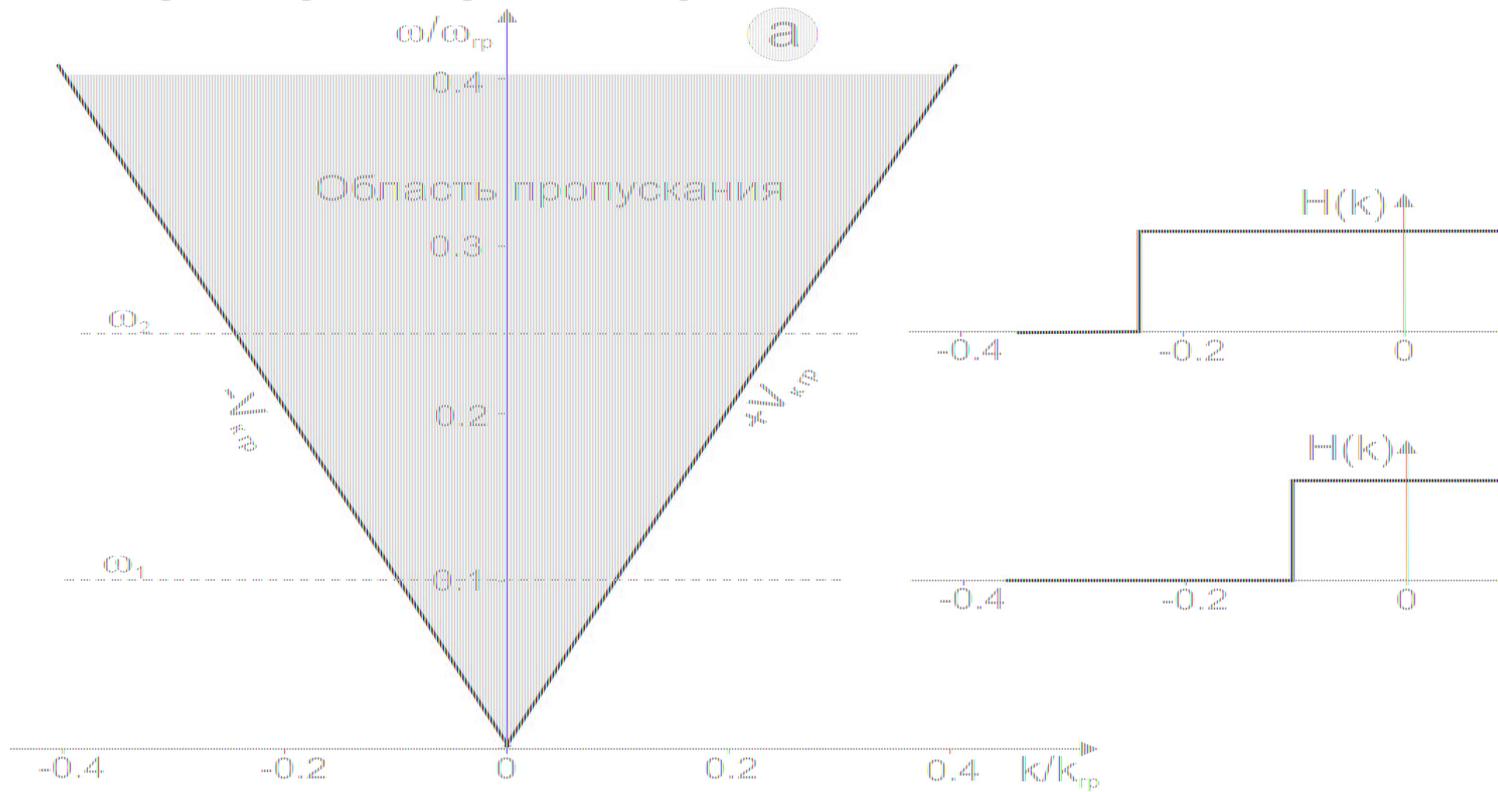
Сейсмограммы исходная, и – после пространственно-временной фильтрации

Верные фильтры

Простейшим многоканальным фильтром является *пропускающий верный фильтр*. Его частотная характеристика :

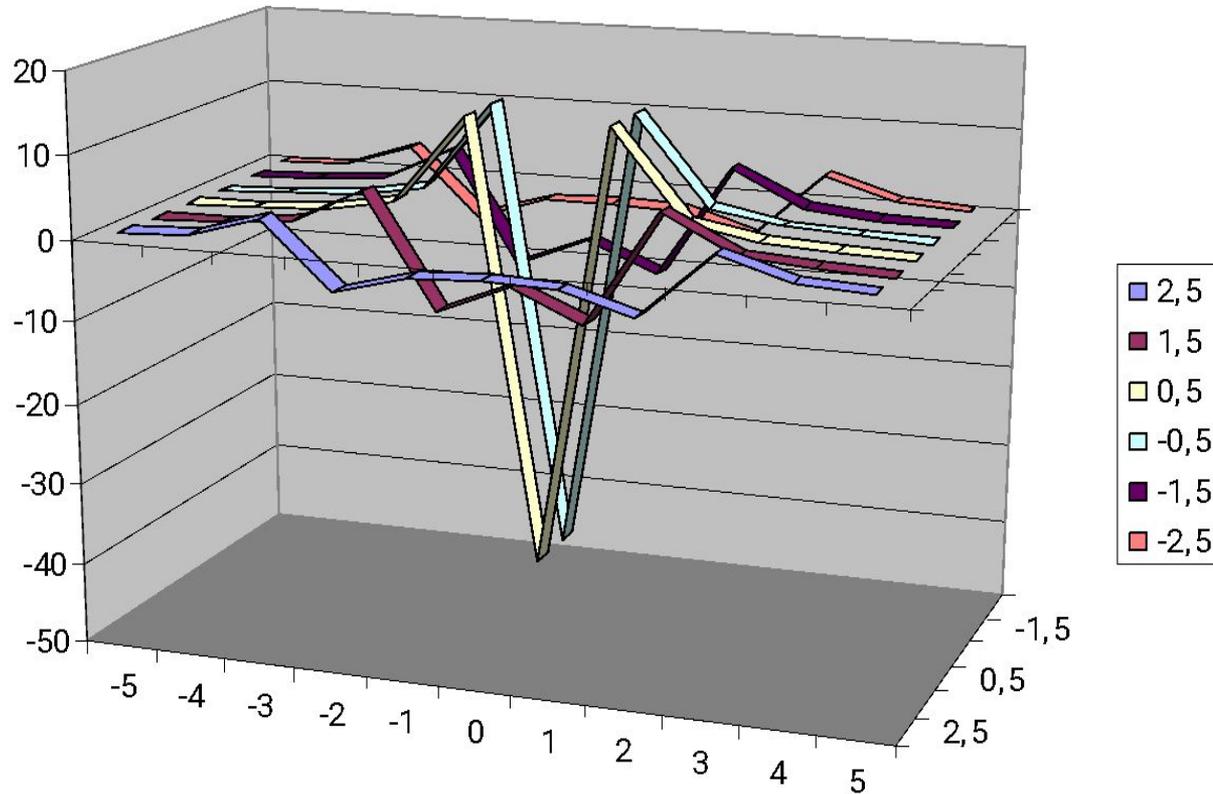
$$H(\omega, k) = \begin{cases} 1 & \text{при } |k| < \frac{|\omega|}{V_{\text{к гр}}}, \\ 0 & \text{при } |k| > \frac{|\omega|}{V_{\text{к гр}}} \end{cases}$$

Амплитудно-частотная характеристика верного фильтра в относительных координатах, $\omega/\omega_{\text{зр}}$ и $k/k_{\text{зр}}$, где $\omega_{\text{зр}} = \pi/\Delta t$, $k_{\text{зр}} = 1/2 \Delta x$.



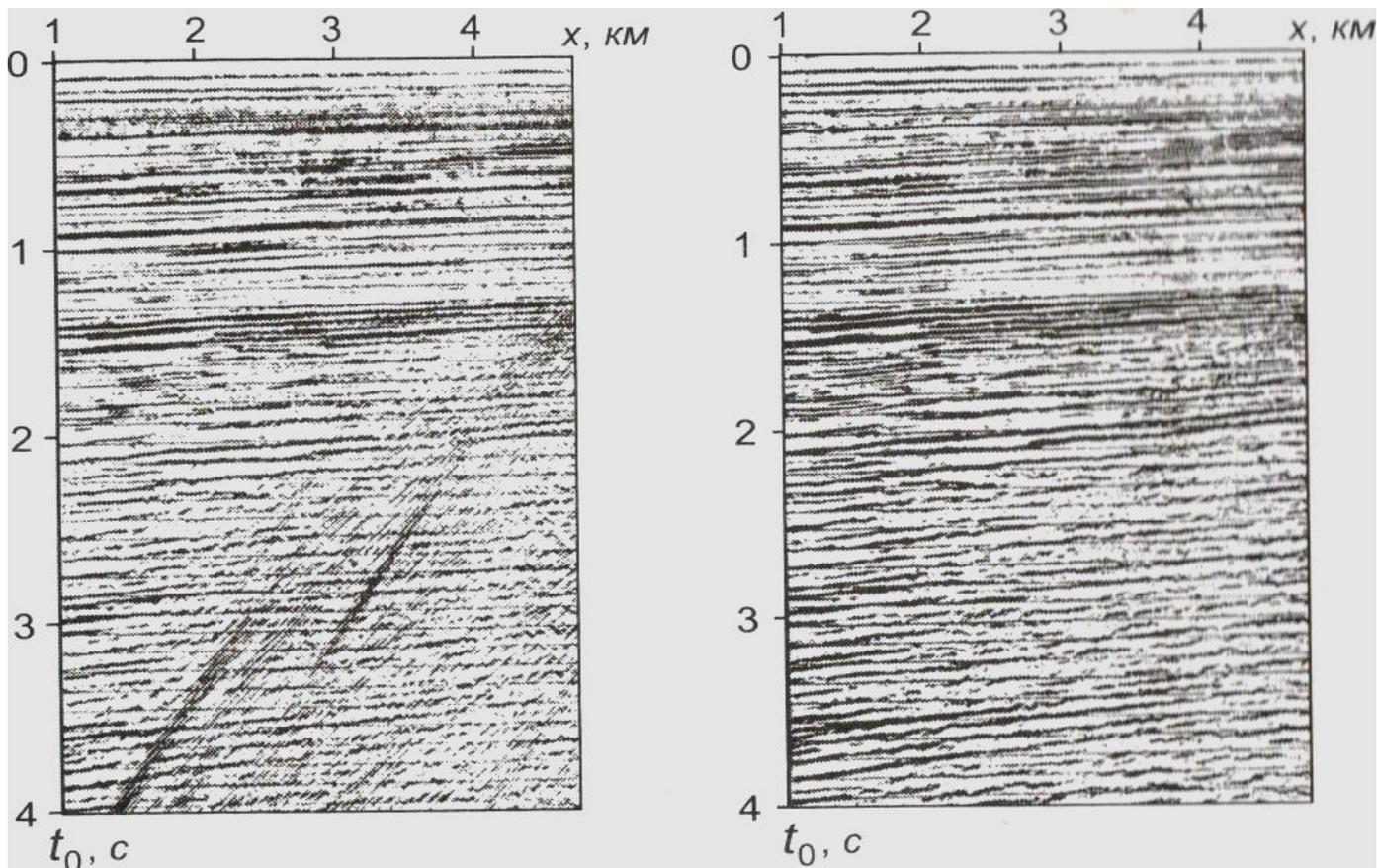
Графическое изображение оператора веерного фильтра

Пространственно-временной оператор $h(t, x)$ веерного фильтра будем искать, применяя к *частотной характеристике фильтра* двукратное обратное преобразование Фурье, перейдем из области частот (ω, k) в пространственно-временную область (t, x) , т. е. найдем операторы $h_x(t) = h(t, x)$ индивидуальных фильтров для трасс, расположенных на удалении x от центра базы фильтрации, при этом учтем, что записи колебаний *дискретны* во времени и пространстве с интервалами Δt и Δx соответственно.



Веерная фильтрация временного разреза

Эффективность веерной фильтрации во многих случаях достаточно высока. В качестве примера на рисунке, представлены фрагменты временных разрезов до и после веерной фильтрации, интенсивные волны-помехи с относительно низкими кажущимися скоростями, присутствующие на исходном разрезе (слева), подавлены веерным фильтром.



Двумерная фильтрация в τ - p области

Подавление волн-помех различной природы может успешно осуществляться на основе τ - p преобразования (преобразования Радона). Оно представляет собой *плоскотоволновое разложение* двумерной картины колебаний, наблюдаемых на сейсмограмме или временном разрезе.

На плоскости (t, x) многоканальной записи сейсмических колебаний $y(t, x)$ возьмем произвольную прямую линию определяемую уравнением:

$$t(x) = \tau + px$$

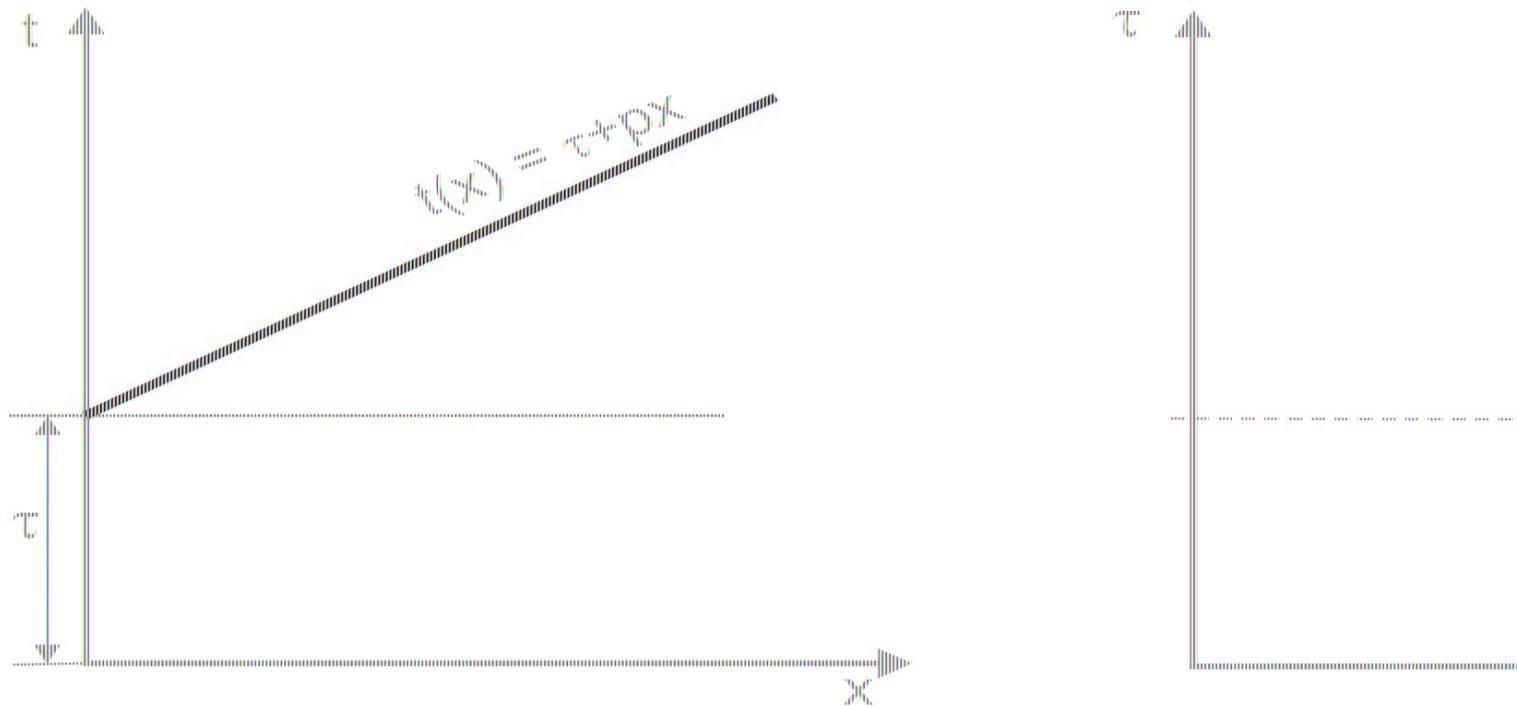
где τ - время пересечения прямой линии с осью t (при $x = 0$), которое можно назвать *задержкой*, и p - величина *наклона линии*, обратная кажущейся скорости V_k и известная как *параметр луча* $p = dt/dx = 1/V_k = \sin \alpha/V$ (α - угол падения луча на профиль x в среде со скоростью V).

Просуммируем амплитуды колебаний $y(t, x)$ вдоль указанной линии и получим значение новой функции двух переменных

$$y(\tau, p) = \int_{-\infty}^{\infty} y(\tau + px, x) dx,$$

которая является *прямым преобразованием Радона* или *наклонным суммированием*.

Принципиальная схема реализации преобразования Радона



Перебирая в заданных диапазонах значения параметров задержки ($x_{min} < x < x_{max}$) и наклона ($p_{min} < p < p_{max}$) и многократно выполняя прямое преобразование, получим из традиционной записи $y(t, x)$ ее τ - p представление $y(\tau, p)$, в котором *сохранена вся информация об исходной волновой картине*.

Преобразование Радона является линейным и обратимым.

Преобразования Радона

Обратное преобразование Радона по значениям функции $y(\tau, p)$ восстанавливает исходное волновое поле $y(t, x)$. Обратное преобразование реализуется более сложной процедурой, чем прямое: результат суммирования амплитуд колебаний в области τ - p подвергается преобразованию Гильберта и дифференцированию. Для сейсмических данных, **дискретных** во времени и пространстве, пара преобразований Радона N -канальной сейсмограммы имеет вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} y(\tau_i, p_i) = \sum_{n=0}^{N-1} y(\tau_i + p_j x_n, x_n), \\ y(t_m, x_n) = \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} H^+ \sum_{j=0}^{M-1} y(t_m - p_j x_n, p_j), \end{array} \right.$$

где H^+ - символ прямого преобразования Гильберта. Количество M наклонов p_j обычно принимают близким к канальности N исходной сейсмограммы ($M \approx N$).

Ранее рассмотренные виды двумерной фильтрации имеют общее ограничительное свойство: они не позволяют изменять во времени граничное значение кажущейся скорости. В этом отношении фильтрация в τ - p области обладает простотой и гибкостью.

Фильтрация производится следующим образом: выполняется прямое преобразование Радона, далее на сейсмограмме $y(\tau, p)$ производится обнуление амплитуд колебаний в области подавляемых волн-помех. После этого обратным преобразованием Радона восстанавливается исходная сейсмограмма, очищенная от нежелательных компонент волнового поля.

Подавление многократных отражений средством $\tau - p$ преобразования

Пример подавления многократных отражений посредством $\tau - p$ преобразования сейсмограммы с введенными статическими и кинематическими поправками. Эффект фильтрации возрастает с увеличением дистанции регистрации колебаний.

Фрагмент сейсмограммы а – до фильтрации; б – после фильтрации

