Омский государственный технический университет

Кафедра физики

Калистратова Л.Ф.

Электронные лекции по разделам классической и релятивистской механики

6 лекций

(12 аудиторных часов)

Тема 6.
СПЕЦИАЛЬНАЯ ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

План лекции

6.1. Механический принцип относительности Галилея.
6.2. Экспериментальные основы специальной теории относительности.
6.3. Постулаты Эйнштейна.
6.4. Преобразования Лоренца.
6.5. Следствия из преобразований Лоренца.
6.6. Пространственно-временной интервал.
6.7. Релятивистская динамика.
6.8. Взаимосвязь массы и энергии.

6.1. Механический принцип относительности Галилея

Теория относительности родилась при попытках ответить на вопросы:

1. **Нельзя ли придать понятию скорости абсолютное значение?**

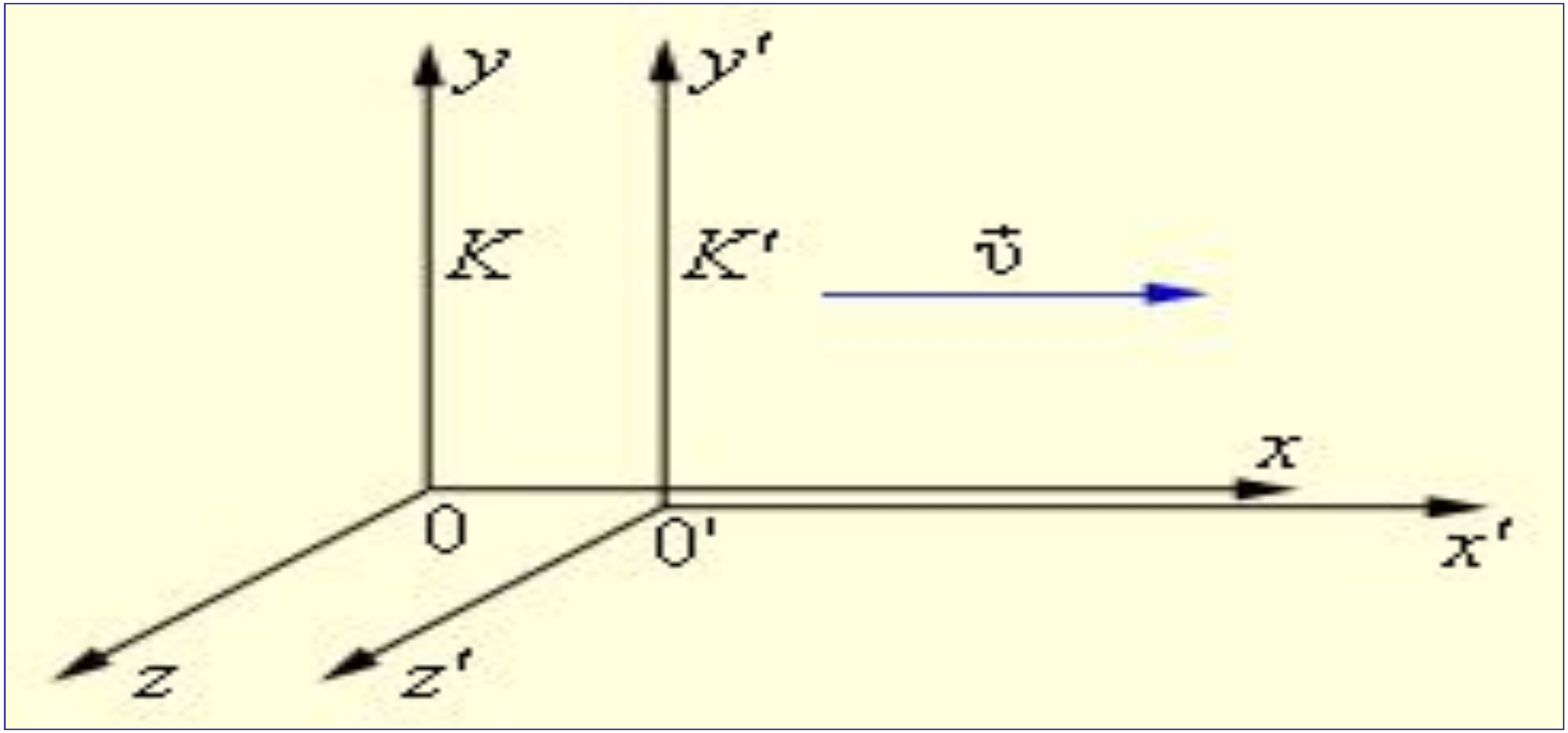
2. **Существует ли в природе какая-либо абсолютно неподвижная система отсчета?**

Вначале рассмотрим как решался этот вопрос в рамках классической механики.

Пусть имеется **две ИСО** - **К и К′.**

Система **К - неподвижна.**

Система **К′** – **движется поступательно с постоянной скоростью вдоль оси Х.**



В начальный момент времени начала координат обеих систем и направления соответствующих осей совпадают.

Обе системы снабжены **синхронизированными часами.**

Осуществим переход координат от одной ИСО к другой.

По классической механике **время абсолютно**: часы, связанные с системами **К** и **К′,** всегда будут показывать одно и то же время: **$t = t'$.**

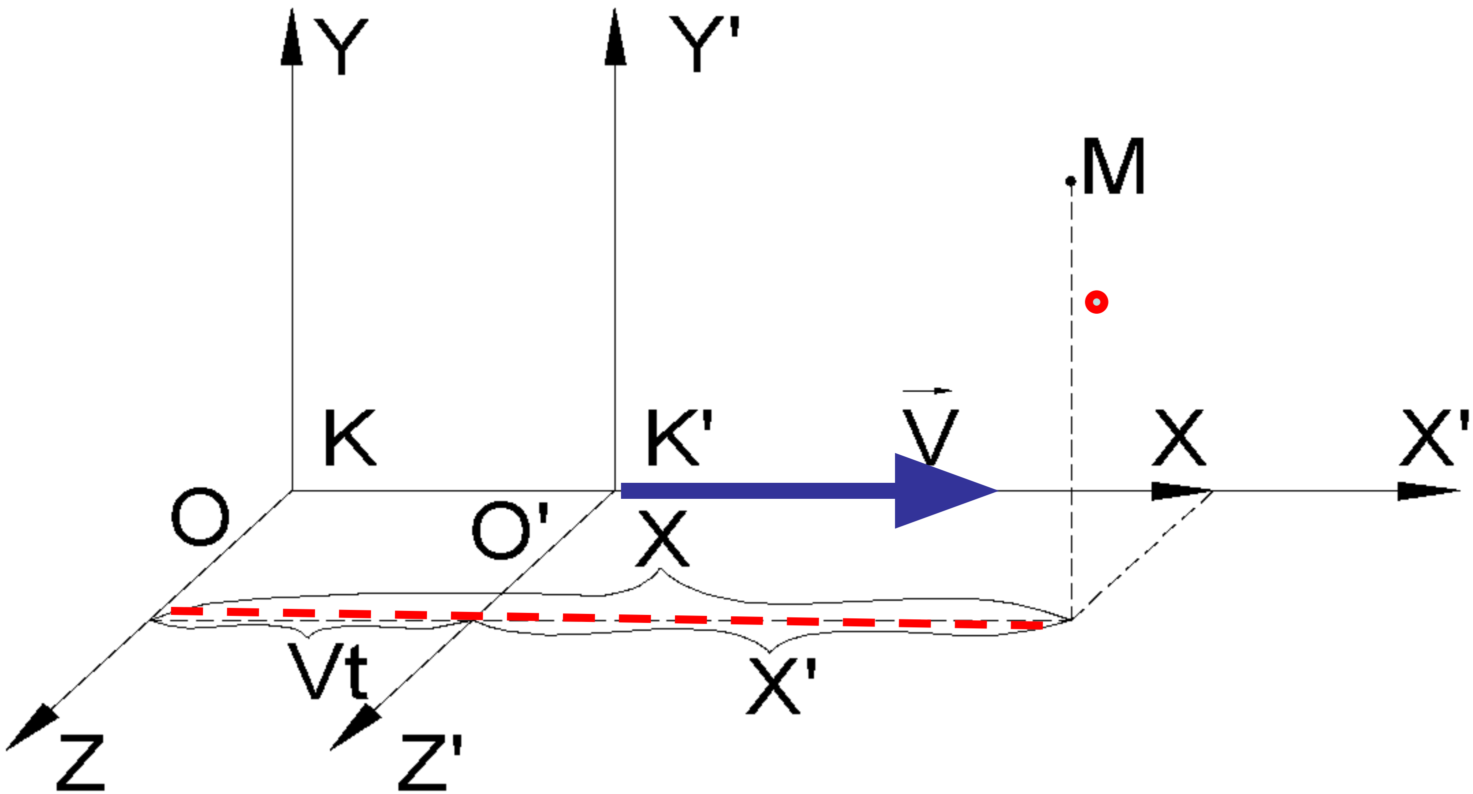
Вычислим координаты одной и той же материальной точки **М** в системах **К** и **К′.**

Пусть в системе **К** в момент времени t координаты точки М - **x, y, z.**

В системе **К′** в момент **t′ = t** её координаты соответственно **x′, y′, z′.**

Отличаться будут только **иксовые** координаты точки М

Преобразования Галилея – преобразования координат и времени, в основу которых положены классические свойства пространства и времени.



$$X = X' + Vt$$

Преобразования координат и времени Галилея

$$K' \to K$$

$$\begin{cases} x = x' + Vt \\ y = y' \\ z = z' \\ t = t' \end{cases}$$

$$K \to K'$$

$$\begin{cases} x' = x - Vt \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = t \end{cases}$$

Преобразования Галилея:

- **линейны относительно времени,**
- **координаты и время не зависят друг от друга.**

Классический закон сложения скоростей

Пусть точка М движется вдоль оси Х системе K' со скоростью v' .

Система К движется относительно K' со скоростью **V** вдоль оси Х.

Определим скорость точки М относительно системы К -

v= ?

Проекции скорости на соответствующие оси равны производным от координат по времени:

$$\frac{dx}{dt} = v_x \qquad \frac{dy}{dt} = v_y \qquad \frac{dz}{dt} = v_z$$

По условию:

$$v_y = 0$$

$$v_x \neq 0$$

$$v_z = 0$$

$$K' \to K$$

$$\begin{cases} v_x = v_x' + V \\ v_y = v_y' \\ v_z = v_z' \end{cases}$$

$$K \to K'$$

$$\begin{cases} v_x' = v_x - V \\ v_y' = v_y \\ v_z' = v_z \end{cases}$$

Классический закон сложения скоростей:

$$\vec{v} = \vec{v}\,' + \vec{V}$$

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{V}$$

Вычислим производные по времени от проекций скорости. Поскольку **V = const**, то

$$\frac{dV}{dt} = 0$$

Следовательно:

$$\begin{cases} a_x = a_x' \\ a_y = a_y' \\ a_z = a_z' \end{cases}$$

Ускорение тела одинаково во всех ИСО:

$$\vec{a} = \vec{a}'$$

Второй закон Ньютона

Классическая механика постулирует, что масса тела во всех системах отсчёта одинакова и не зависит от скорости: **m = m′,** следовательно, $m\vec{a} = m'\vec{a}'$

Тогда $\vec{F} = \vec{F}'$.

Второй закон Ньютона в движущейся системе **К′** имеет точно такой же вид, как и в неподвижной системе **К**.

$$\vec{a}' = \frac{\vec{F}'}{m} \qquad \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

Уравнение динамики (в любой из 3-х форм) **ковариантно относительно преобразований Галилея.**

Инвариантные величины

Инвариантными называются величины, которые не изменяются при переходе из одной ИСО в другую.

В классической механике такими величинами являются:

- **время,**
- **масса,**
- **ускорение,**
- **сила,**
- **длина.**

Ковариантными называются уравнения, вид которых не изменяется при переходе из одной ИСО в другую.

Механический принцип относительности

Равномерное прямолинейное движение системы отсчёта:

- **не влияет на ход механических процессов;**
- **его невозможно обнаружить механическими опытами.**

Механический принцип относительности Галилея формулируется: **никакими механическими опытами, проведенными внутри ИСО, невозможно установить покоится эта система отсчёта или движется прямолинейно и равномерно.**

Из принципа относительности Галилея следует, что в рамках классической механики **понятие скорости не может иметь абсолютного смысла.**

Бессмысленно ставить вопрос: «какова же (на самом деле) скорость точки М: **v** или **v′** ?».

Обе координатные ИСО совершенно **равноправны**, ни одна из них не может быть выделена как преимущественная, в которой понятию скорости можно придать абсолютный смысл.

Физический смысл имеет лишь понятие относительной скорости: скорости одних систем отсчёта или тел по отношению к другим системам отсчёта или телам.

6.2. Экспериментальные основы специальной теории относительности

Нет ли возможности придать понятию скорости абсолютный смысл, выйдя за рамки классической механики?

В конце XIX века были предприняты попытки обнаружить абсолютное движение тел немеханическими опытами (например, оптическими).

Поводом к тому послужила **проблема мирового эфира**.

К концу XIX века начали накапливаться опытные факты, которые вступили в противоречие с законами классической механики.

Большие затруднения возникли при попытках применить механику Ньютона к объяснению распространения света.

В XVII веке Гюйгенс создал **волновую теорию света.**

Она основывалась на представлении о существовании **эфира – некой субстанции, заполняющей всё пространство и пронизывающей все тела.**

В XIX веке Максвелл создал **электромагнитную теорию света.**

Она основывалась на представлении об **электромагнитном эфире** – **всепроницающей среде, поперечные колебания которой и есть свет.**

Если существует **неподвижный эфир,** то связанная с ним система отсчёта будет особой, привилегированной, абсолютной.

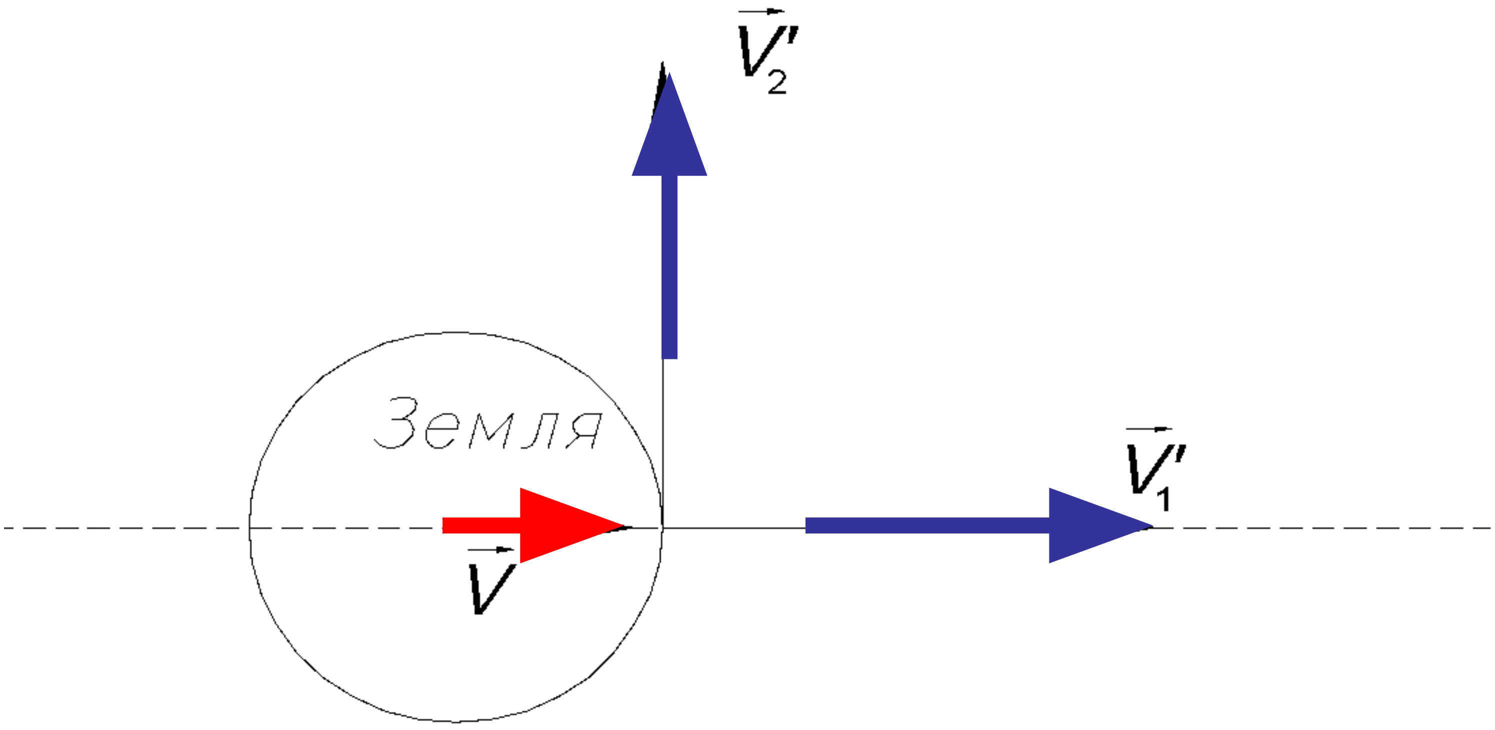
Тогда **движение тел относительно эфира** – **абсолютное движение.**

А. Майкельсон в 1881 году, а затем в 1887 году совместно с Э. Морли (оба – американские физики) пытался обнаружить движение Земли относительно эфира («эфирный ветер») с помощью опыта по интерференции света.

Они пытались определить **абсолютную скорость Земли** при её движении вокруг Солнца.

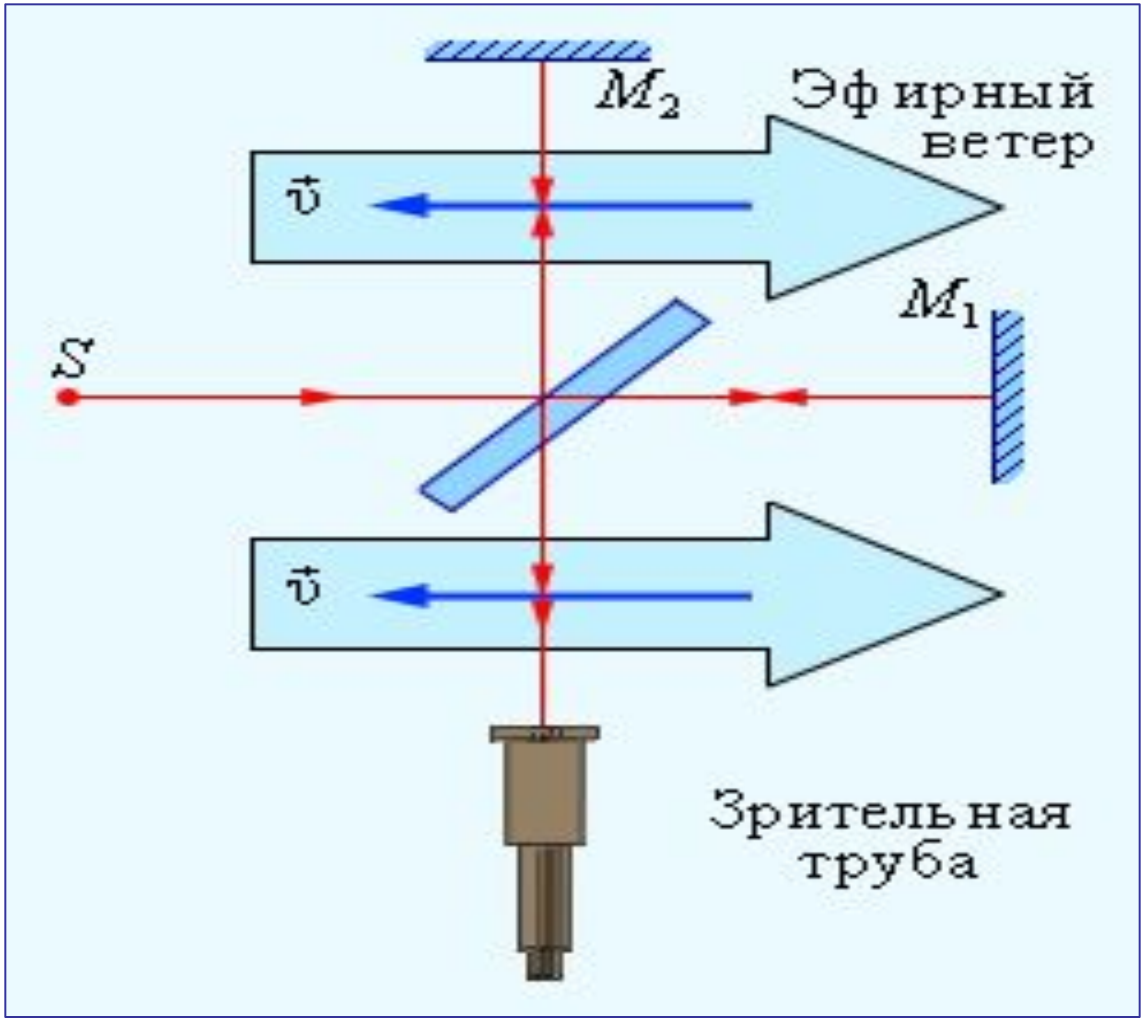
Идея их опыта заключалась в следующем:

- **один луч посылался в направлении орбитального движения Земли**,
- **другой – перпендикулярно к этому направлению.**



$\vec{V}_2'$
Земля
$\vec{V}_1'$
$\vec{V}$

Упрощенная схема опыта Майкельсона–Морли



В этом опыте одно из плеч **интерферометра Майкельсона** устанавливалось параллельно направлению орбитальной скорости Земли (**V = 30 км/с**).

Затем прибор поворачивался на 90°, и второе плечо интерферометра оказывалось ориентированным перпендикулярно направлению орбитальной скорости.

Расчеты показывали, что если бы неподвижный эфир существовал, то при повороте прибора **интерференционные полосы** должны были сместиться на некоторое расстояние.

Исходя из классических представлений, в **направлении орбитального движения Земли** скорость света должна быть равна

$$v_1' = C - V,$$

так как эфир движется навстречу Земле.

В перпендикулярном к орбите направлении источник света неподвижен: скорость света должна быть равна

$$v_2' = C.$$

Опыт Майкельсона–Морли дал отрицательный результат:

$$v_1' = v_2' = C$$

Анализ результатов опыта Майкельсона–Морли и ряда других экспериментов позволил сделать вывод о том, что **представления об эфире** как среде, в которой распространяются световые волны, **ошибочны.**

Следовательно, **для света не существует избранной (абсолютной) системы отсчета.**

Движение Земли по орбите не оказывает влияния на оптические явления на Земле.

Никакого движения Земли относительно эфира не существует.

Несостоятельными оказались и попытки объяснить результаты опыта частичным или полным увлечением эфира движущимися телами.

Итак, на рубеже XIX и XX веков физика переживала глубокий кризис.

Объяснить полученные опытные факты, в том числе и результаты опыта Майкельсона, удалось в **1905** году **А. Эйнштейну.**

Для этого ему **пришлось изменить** кардинальным образом существовавшие до того времени **представления о пространстве и времени.**

Наиболее важным шагом на этом пути явился пересмотр используемого в классической физике понятия абсолютного времени.

Классические представления, кажущиеся наглядными и очевидными, в действительности оказались несостоятельными.

Многие понятия и величины, которые в нерелятивистской физике считались абсолютными в эйнштейновской теории относительности переведены в разряд относительных.

6.3. Постулаты Эйнштейна

Эйнштейн на основе опытных данных сделал следующие выводы:

- **мирового эфира не существует.**
- **принцип относительности распространяется на все без исключения физические явления.**

Первый постулат Эйнштейна **- принцип относительности: никакими физическими опытами, проводимыми внутри ИСО, невозможно определить, покоится эта система отсчёта или движется прямолинейно и равномерно.**

Второй постулат Эйнштейна **- постулат о скорости света.**

Скорость света в вакууме:

- **одинакова во всех инерциальных системах отсчета;**
- **не зависит от движения источников и приемников света;**
- **не складывается ни с какой другой скоростью;**
- **является предельной скоростью передачи информации.**

Принцип относительности и принцип постоянства скорости света образуют основу теории относительности, которая подразделяется на специальную и общую: **СТО** и **ОТО**

Специальная теория относительности

СТО представляет собой физическую теорию пространства и времени.

СТО рассматривает движение тел в ИСО с релятивистскими скоростями, близкими к скорости света.

Общая теория относительности

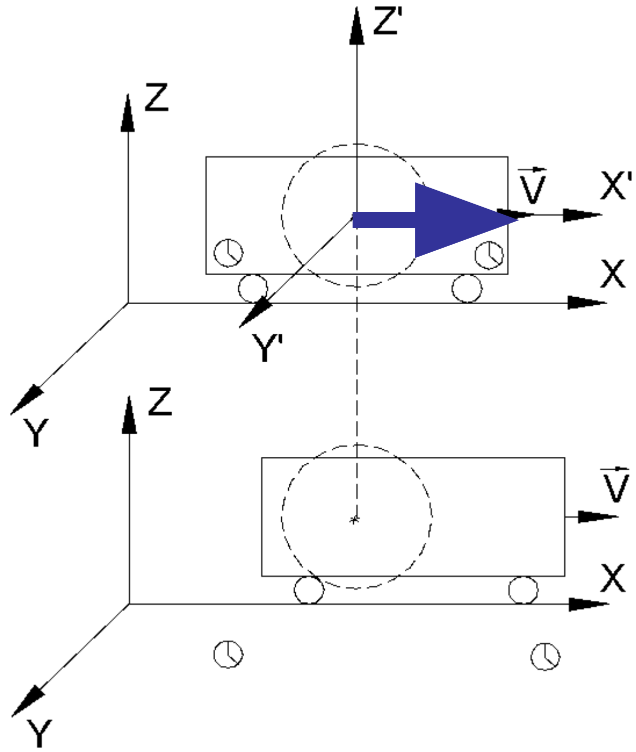
ОТО рассматривает движение тел с релятивистскими скоростями в **неинерциальных системах отсчёта**, т. е. в системах отсчёта, движущихся с **ускорением**.

6.4. Преобразования Лоренца-Эйнштейна

Относительность понятия одновременности

В классических преобразованиях **$t = t'$,** поэтому события **одновременные** в одной ИСО, будут **одновременными** и в любой другой ИСО.

Пусть роль системы **К′** играет вагон равномерно идущего поезда, роль системы **К** – полотно железной дороги.



Вдоль вагона и вдоль полотна железной дороги расставлены **синхронизированные часы.**

В центре вагона происходит вспышка света.

Одновременно ли свет достигнет задней и передней стенок вагона?

С точки зрения **наблюдателя, сидящего в вагоне**, свет распространяется со скоростью **с** относительно вагона и достигнет равноудаленных стенок **одновременно.**

С точки зрения **наблюдателя, стоящего у железнодорожного полотна,** свет распространяется со скоростью **с** относительно него.

Левая стенка приближается к наблюдателю, а **правая – удаляется** от него.

Следовательно, свет дойдет до **левой стенки раньше**, чем до **правой**.

Таким образом, **события, одновременные в системе К′** (вагоне), **оказываются неодновременными в системе К** (полотно дороги).

Отсюда вытекает, что **время в различных системах отсчета течёт по- разному.**

Необходимы новые преобразования координат и времени, позволяющие переходить от одной системы отсчета к другой.

Преобразования Лоренца-Эйнштейна

Преобразованиями Лоренца-Эйнштейна называются преобразования координат и времени, в основе которых лежат постулаты Эйнштейна.

Из полного равноправия всех ИСО следует, что **преобразования Лоренца-Эйнштейна** должны быть **линейными** относительно координат и времени (как и преобразования Галилея).

Любая другая зависимость между **«штрихованными»** и **«нештрихованными»** величинами означала бы неравноправие систем отсчёта.

Обозначим координаты в системе **К**: **x, y, z, t**

в системе **К′**: **x′, y′, z′, t′.**

Линейный характер **преобразований Галилея и Лоренца** означает, что они **должны отличаться только коэффициентом пропорциональности.**

Он определяется формулой:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{C^2}}}$$

Коэффициент γ отражает **принцип постоянства скорости света.**

В **преобразованиях Галилея** этот коэффициент равен единице:

$$x' = x - Vt$$

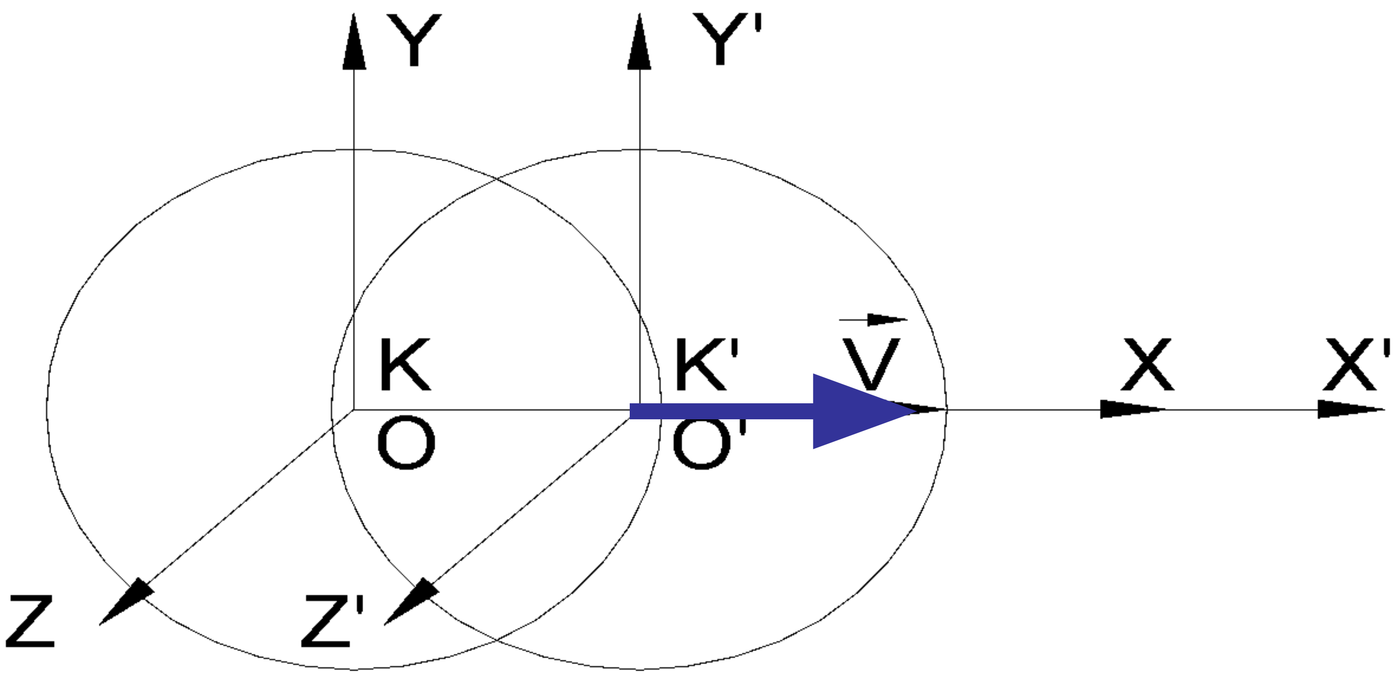
$$x = x' + Vt'$$

В **преобразованиях Лоренца** же он равен γ :

$$x' = \gamma(x - Vt)$$

$$x = \gamma(x' + Vt')$$

Рассмотрим тот же случай с вагоном.
Пусть в момент времени **$t = t' = 0$** в начале координат происходит вспышка света и световой сигнал начинает распространяться во все стороны, в том числе и вдоль осей X и X′.



За время t системы сместятся относительно друг друга на расстояние **Vt**, а сферический волновой фронт в каждой системе будет иметь радиус **ct**, поскольку системы равноправны и в каждой из них скорость света равна **c**.

С точки зрения наблюдателя в системе **K** центр сферы находится в точке **O**.

С точки зрения наблюдателя в системе **K'** он будет находиться в точке **O'.**

Получилось, что **центр сферического фронта одновременно находится в двух разных точках!**

Причина возникающего недоразумения лежит в допущении, что положение фронтов сферических волн для обеих систем относится к **одному и тому же моменту времени.**

Это допущение заключено в формулах преобразования Галилея, согласно которым время в обеих системах течёт одинаково: $\mathbf{t = t'}$.

Поскольку $t \neq t'$ встал вопрос о так называемых **синхронизированных часах.**

Синхронизируют часы **световым сигналом.**

Наибольшей точностью в настоящее время обладают часы, основанные на использовании собственных колебаний молекул аммиака (**молекулярные часы**) или атомов цезия (**атомные часы**).

На основе вышесказанного: **x** и **x′** - расстояния, на которое сместится фронт волны вдоль «иксовых» осей в системах **К** и **К′** :

$$\mathbf{x' = Ct'} \text{ и } \mathbf{x = Ct.}$$

Тогда вместо преобразований Галилея имеем систему уравнений:

$$x' = x - Vt$$

$$x = x' + Vt'$$

$$\begin{cases} Ct' = \gamma(C - V)t \\ Ct = \gamma(C + V)t' \end{cases}$$

где

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{C^2}}}$$

Не делая математических выводов этой системы , далее запишем преобразования координат и времени Лоренца-Эйнштейна.

Преобразования координат и времени Лоренца:

К → К' | **К' → К**

$$\begin{cases} x' = \dfrac{x - Vt}{\sqrt{1 - \dfrac{V^2}{C^2}}} \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \dfrac{t - \dfrac{V}{C^2}x}{\sqrt{1 - \dfrac{V^2}{C^2}}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \dfrac{x' + Vt'}{\sqrt{1 - \dfrac{V^2}{C^2}}} \\ y = y' \\ z = z' \\ t = \dfrac{t' + \dfrac{V}{C^2}x'}{\sqrt{1 - \dfrac{V^2}{C^2}}} \end{cases}$$

Анализ преобразований Лоренца

1. При **V<<C** **преобразования Лоренца** переходят, как того требует принцип соответствия, в **преобразования Галилея.**

2. Из преобразований Лоренца следует, что **понятие времени неотделимо от понятия пространства**.

3. **Пространство и время существуют в неразрывном единстве.**

6.4. Следствия из преобразований Лоренца

Относительность понятия длительности событий

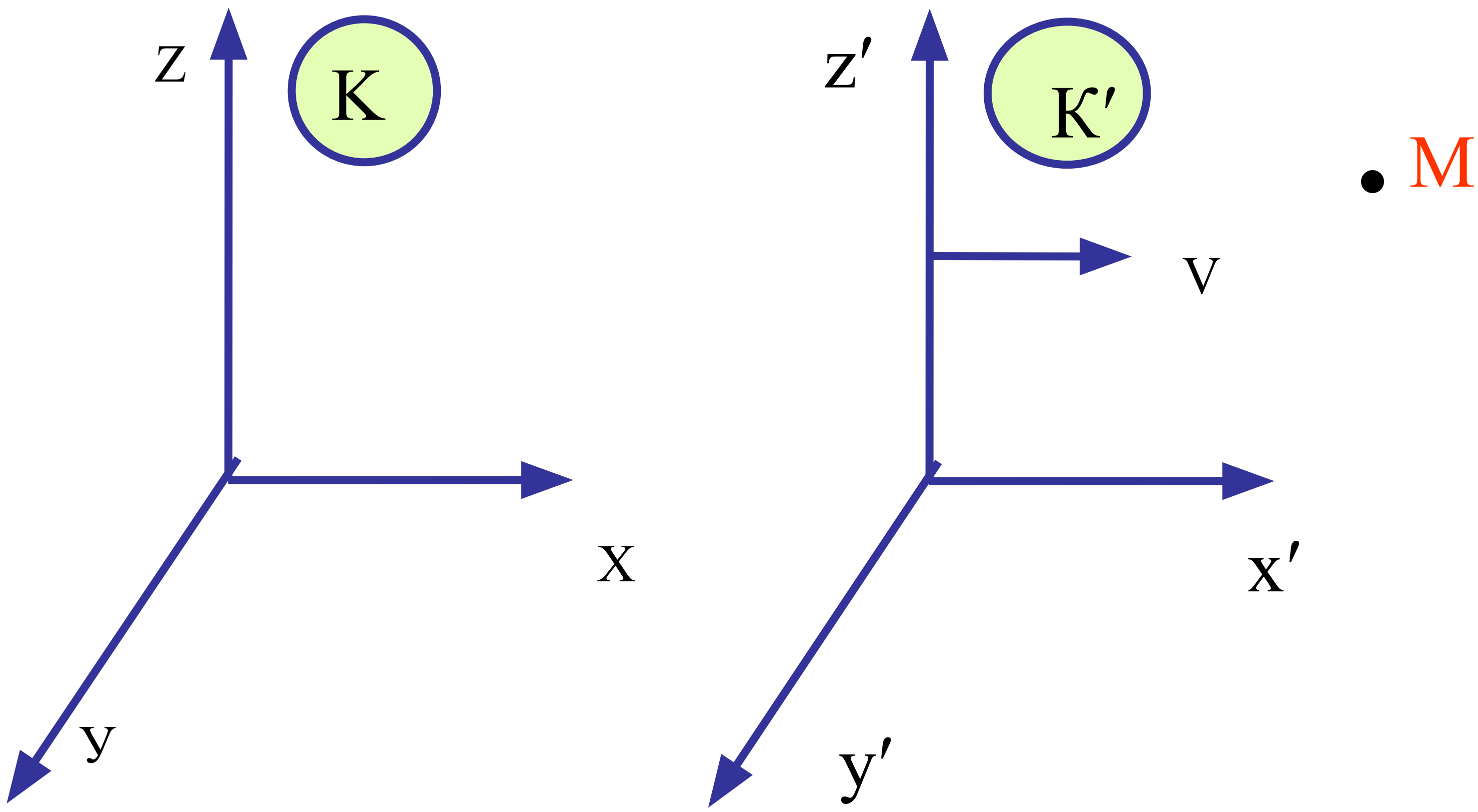
Пусть имеются две инерциальные системы отсчёта **К** и **К'**.

Система отсчёта **К** условно неподвижна, а система **К'** движется относительно неё вдоль оси X с постоянной скоростью **V**.

В системе отсчёта **К'** в точке M происходит событие.

Событие **неподвижно** относительно системы **K'**,

поэтому координаты $\mathbf{x'_1 = x'_2}$.



Моменты начала t'_1 и конца t'_2 события в системе **K'** фиксируются **по одним и тем же эталонным часам**.

Пусть **известна** длительность события в системе в системе :

$$K' \quad \Delta t' = t'_2 - t'_1 .$$

Какова длительность этого же события в системе К?

$$\Delta t = ?$$

$$\Delta t = t_2 - t_1$$

В системе **К′** координаты начала и конца события:

$$x'_1,\ y'_1,\ z'_1,\ t'_1 \quad \text{и} \quad x'_2,\ y'_2,\ z'_2,\ t'_2\,.$$

Поскольку оба события происходят в одной и той же точке системы **К′** (как говорят – «события покоятся относительно системы К′ », то

$$x'_1 = x'_2,\quad y'_1 = y'_2,\quad z'_1 = z'_2.$$

Событие **движется** относительно системы **К.**

Начало события в системе **К** происходит в момент времени t_1 в точке с координатой X_1, а конец события –в момент времени t_2 в точке с координатой X_2.

Таким образом, пространственные и временные координаты :

начала события в системе **К** – x_1, y_1, z_1, t_1 ,

конца события в системе **К** – x_2, y_2, z_2, t_2.

В системе **К** начало и конец события фиксируются уже **по двум синхронизованным и пространственно разнесённым часам**.

При выводе используем преобразования Лоренца-Эйнштейна при переходе из **К′ → К,** учитывая, что

$$x'_2 = x'_1.$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{t'_2 + \frac{V}{C^2} x'_2}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{C^2}}} - \frac{t'_1 + \frac{V}{C^2} x'_1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{C^2}}} =$$

$$= \frac{t'_2 - t'_1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{C^2}}} = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{C^2}}}$$

Получили, что

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{C^2}}}$$

$\Delta t'$- промежуток времени между событиями, измеренный в системе отсчёта, относительно которой событие покоится, называется **собственным временем** и обычно обозначается как **Δt_0**.

Тогда можно записать

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{C^2}}}.$$

Из полученного соотношения видно, что **собственное время меньше промежутка времени, измеренного в любой другой системе отсчета**.

Δt_O **меньше** Δt .

Выводы:

- длительность события, происходящего в некоторой точке, **наименьшая** в той ИСО, относительно которой эта точка неподвижна;

- движущиеся относительно ИСО часы идут медленнее покоящихся относительно этой же системы отсчёта часов;

- ход часов замедляется в системе отсчёта, относительно которой часы движутся.

Эти выводы нашли непосредственное опытное подтверждение.

1. В составе космических лучей обнаружены элементарные частицы **μ-мезоны** – элементарные частицы с массой, примерно в 200 раз превышающей массу электрона.

Эти частицы нестабильны, их собственное время жизни равно Δt_o = 2,2 мкс.

В космических лучах μ-мезоны движутся со скоростью, близкой к скорости света ($V = 2{,}8\ 10^8$ м/с).

С точки зрения мезона он пролетает в атмосфере путь $S \approx 620$ м.

Согласно СТО, время жизни мезонов по часам земного наблюдателя определяется выведенной формуле и равно Δt = 6,1 мкс.

Поэтому путь, проходимый мезоном в земной системе отсчёта и равный $S=V\Delta t$, оказывается 1700 м.

2. Удалось получить прямое подтверждение эффекта замедления времени в экспериментах с атомными часами на пучке атомов цезия. Эти часы «тикают» 9192631770 раз в секунду.

Американские физики в 1971 году провели сравнение двух таких часов:

- одни из них находились в полёте вокруг Земли на обычных реактивных лайнерах,
- другие оставались на Земле в обсерватории США.

В соответствии с предсказаниями СТО, путешествующие на лайнерах часы должны были отстать от находящихся на Земле часов на (184 ± 23) нс.

Наблюдаемое отставание составило (203 ± 10) нс, т. е. в пределах ошибок измерений.

Относительность размеров движущихся тел

Пусть стержень расположен параллельно осям **X** и **X′** и **покоится** в системе **К′**.

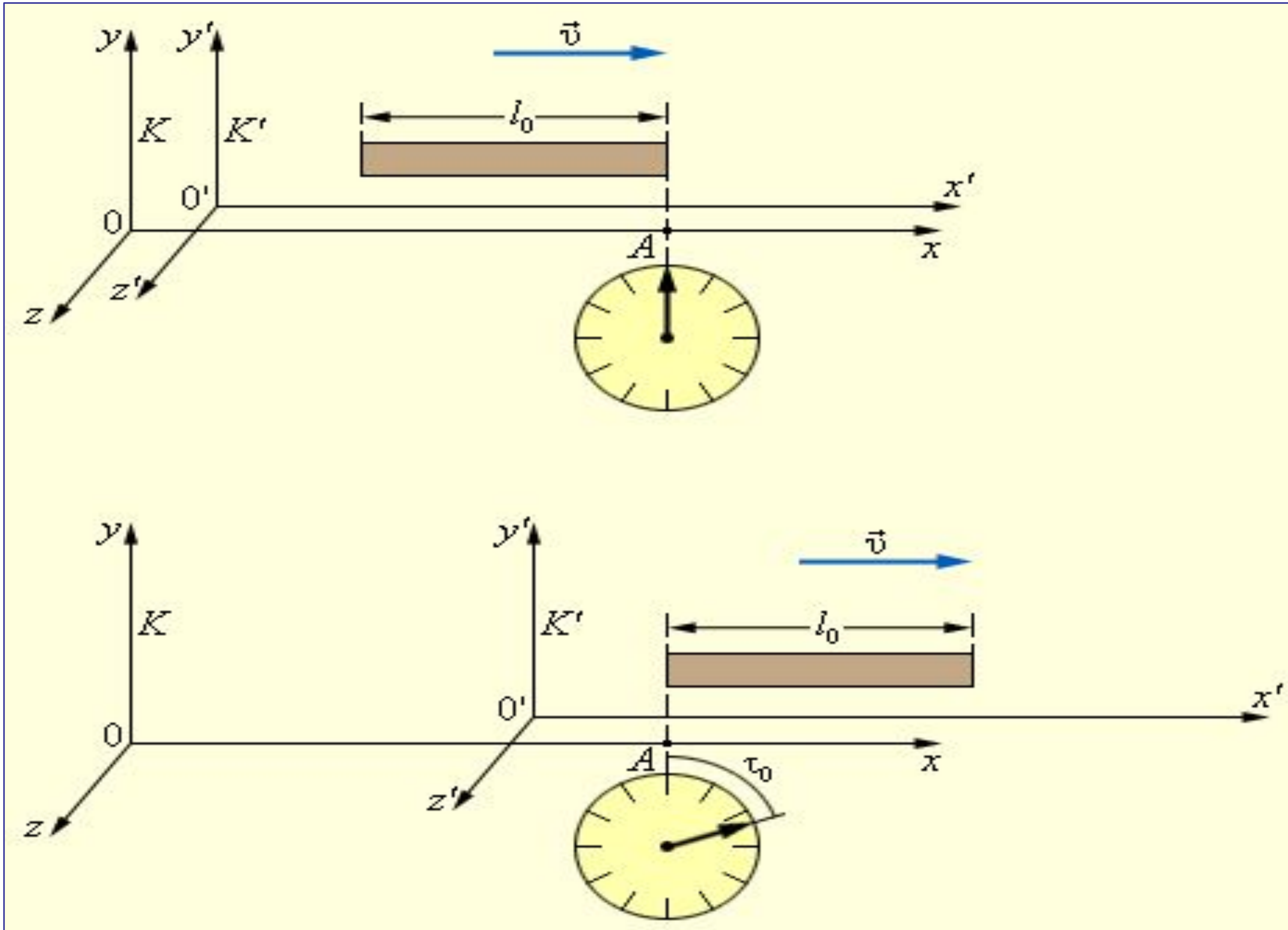
Длина стержня в системе **К′** известна и равна разности координат:

$$L_o = x_2' - x_1'.$$

Относительно системы **К** стержень движется со скоростью **V**.

Какова длина стержня в системе **К**: $L = ?$

$$L = x_2 - x_1$$



y
y'
$\vec{v}$
l_0
K
K'
0'
0
x'
A
x
z'
z
y
y'
$\vec{v}$
K
K'
l_0
0'
0
x'
A
x
τ_0
z'
z

Координаты **x_1** и **x_2** нужно засекать **в один и тот же момент времени**, отсчитанный по двум синхронизированным в системе **К** часам: $t_2 = t_1$

$$Lo = x_2' - x_1' = \frac{x_2 - Vt_2}{\sqrt{1-\frac{V^2}{C^2}}} - \frac{x_1 - Vt_1}{\sqrt{1-\frac{V^2}{C^2}}} =$$

$$= \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1-\frac{V^2}{C^2}}} = \frac{L}{\sqrt{1-\frac{V^2}{C^2}}}$$

Длина стержня L_0, измеренная в системе отсчёта, относительно которой он покоится, называется собственной длиной.

$$L = L_0\sqrt{1-\frac{V^2}{C^2}}$$

L меньше L_0

Отсюда следует, что **собственная длина** стержня **является максимальной**, она больше длины, измеренной в любой другой системе отсчёта.

При одномерном движении тел **сокращаются только продольные размеры.**

Лоренцево сокращение длины

- эффект чисто кинематический,

- нельзя ни увидеть, ни сфотографировать,

- никакими внутренними напряжениями в телах не сопровождается.

Примеры.

1. Скорость движения Земли вокруг Солнца равна 30 км/с. Радиус земного шара 6400 км. В системе отсчёта, связанной с Солнцем, **сокращение радиуса Земли составляет всего 3 см.**

2. При скорости тела **V = 0,85 С** его продольная дина сокращается в **2 раза**.

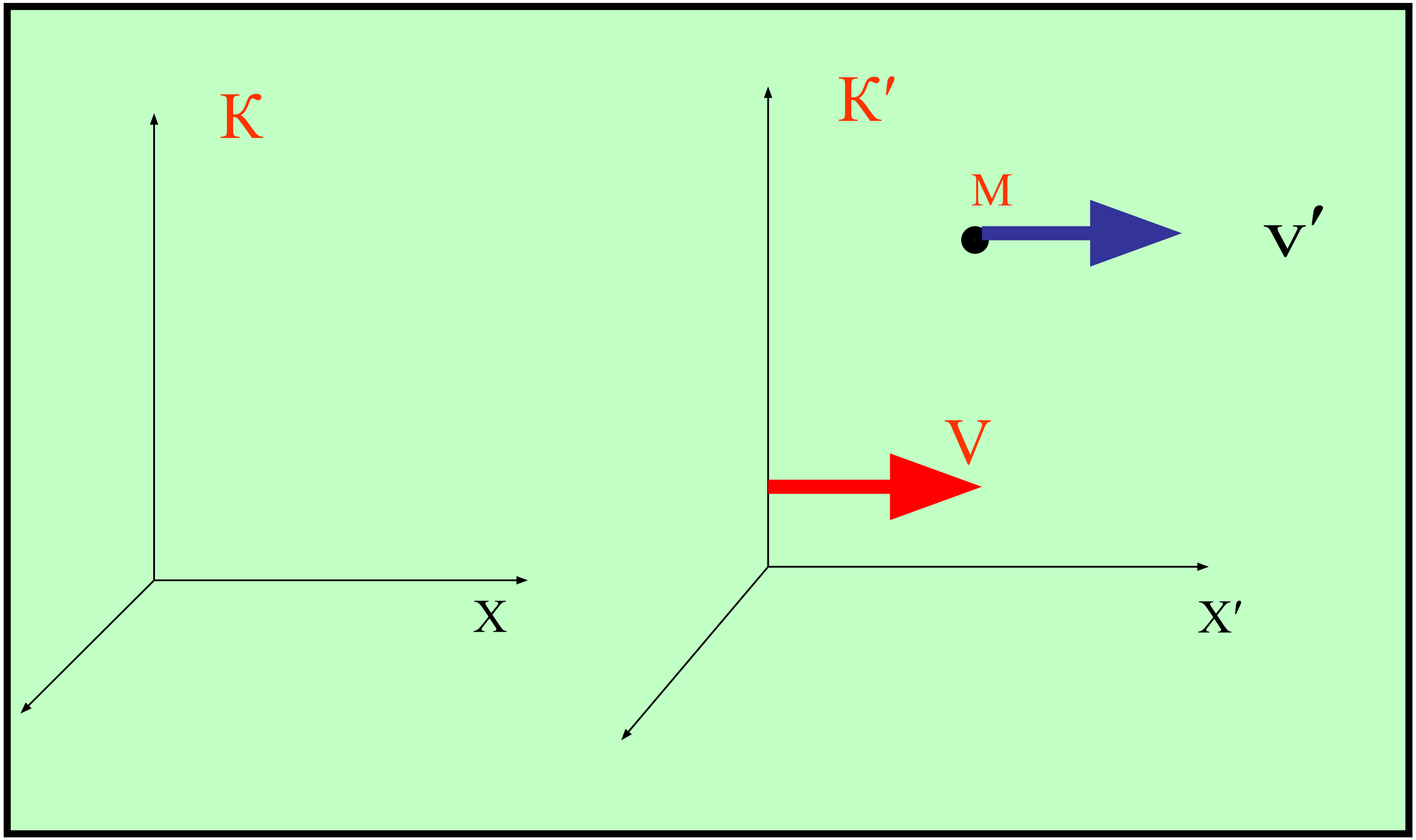
Релятивистский закон сложения скоростей

Пусть точка М движется вдоль оси Х в системе **К'** со скоростью v' .

Система **К** движется относительно **К'** со скоростью **V**.

Какова скорость этой точки относительно системы **К?** Обозначим её через v .

Классический закон сложения скоростей при релятивистских скоростях не применим.



K
K′
M
v′
V
X
X′

По определению:

$$v' = \frac{dx'}{dt'} \qquad v = \frac{dx}{dt}$$

Из преобразований Лоренца-Эйнштейна следует:

$$dx' = \frac{dx - Vdt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{C^2}}} \qquad dt' = \frac{dt - \frac{V \cdot dx'}{C^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{C^2}}}$$

Разделим уравнения друг на друга и получим

$$v' = \frac{dx'}{dt'} = \frac{dx - Vdt}{dt - \frac{V}{C^2}dx}$$

Поделим на **dt** числитель и знаменатель дроби.

$$v' = \frac{\dfrac{dx}{dt} - V}{1 - \dfrac{V}{C^2}\dfrac{dx}{dt}}$$

или

$$v' = \frac{v - V}{1 - \dfrac{Vv}{C^2}}$$

Для перехода от системы **К'** в систему **К:**

$$v = \frac{v' + V}{1 + \dfrac{Vv'}{C^2}}$$

Две последние формулы выражают **релятивистский закон сложения скоростей.**

Примеры.

1. Свет распространяется в **К′**: **v′ = C.**

Найдем скорость света относительно **К**: **v** – ?

$$v_x = \frac{C + C}{1 + \dfrac{CC}{C^2}} = C$$

Таким образом, свет в любой системе отсчета распределяется со скоростью **С**.

2. Две частицы движутся **навстречу** друг другу со скоростями $\mathbf{v_1 = 0{,}8\ C}$ и $\mathbf{v_2 = 0{,}7\ C}$. Какова относительная скорость движения частиц?

С точки зрения классической физики она равна 1,5 С.

Свяжем со скоростью v_1 неподвижную систему отсчёта.

Тогда вторая частица приближается к первой с относительной скоростью:

$$v_{\text{ОТН}} = \frac{0{,}8C + 0{,}7C}{1 + \dfrac{0{,}8C \cdot 0{,}7C}{C^2}} = \frac{1{,}5 \cdot C}{1{,}56} = 0{,}98C$$

6.7. Пространственно-временной интервал

Следствия из преобразований Лоренца показали, что **привычно неизменные величины** (такие, как размеры тел или длительность событий) оказываются **относительными.**

Это является отражением факта **неразрывного единства пространства и времени.**

Для описания окружающего нас мира необходимо ввести некое новое **четырехмерное пространство**, **элементами которого будут являться** не материальные точки (тела), а **события**.

Событие можно охарактеризовать местом, где оно произошло (**координатами x, y, z**), и **временем t**, когда оно произошло.

Таким образом, событию в четырёхмерном пространстве можно сопоставить **4** числа

x, y, z, t.

В этом пространстве **событие** изобразится **точкой**, которую принято называть **мировой точкой**, а **последовательность событий** – **мировой линией**.

Пусть одно событие имеет координаты x_1, y_1, z_1, t_1, и другое – x_2, y_2, z_2, t_2.

Величину

$$\Delta S = \sqrt{C^2(t_2 - t_1)^2 - (x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2 - (z_2 - z_1)^2}$$

$$\Delta S = \sqrt{C^2 \Delta t^2 - L^2}$$

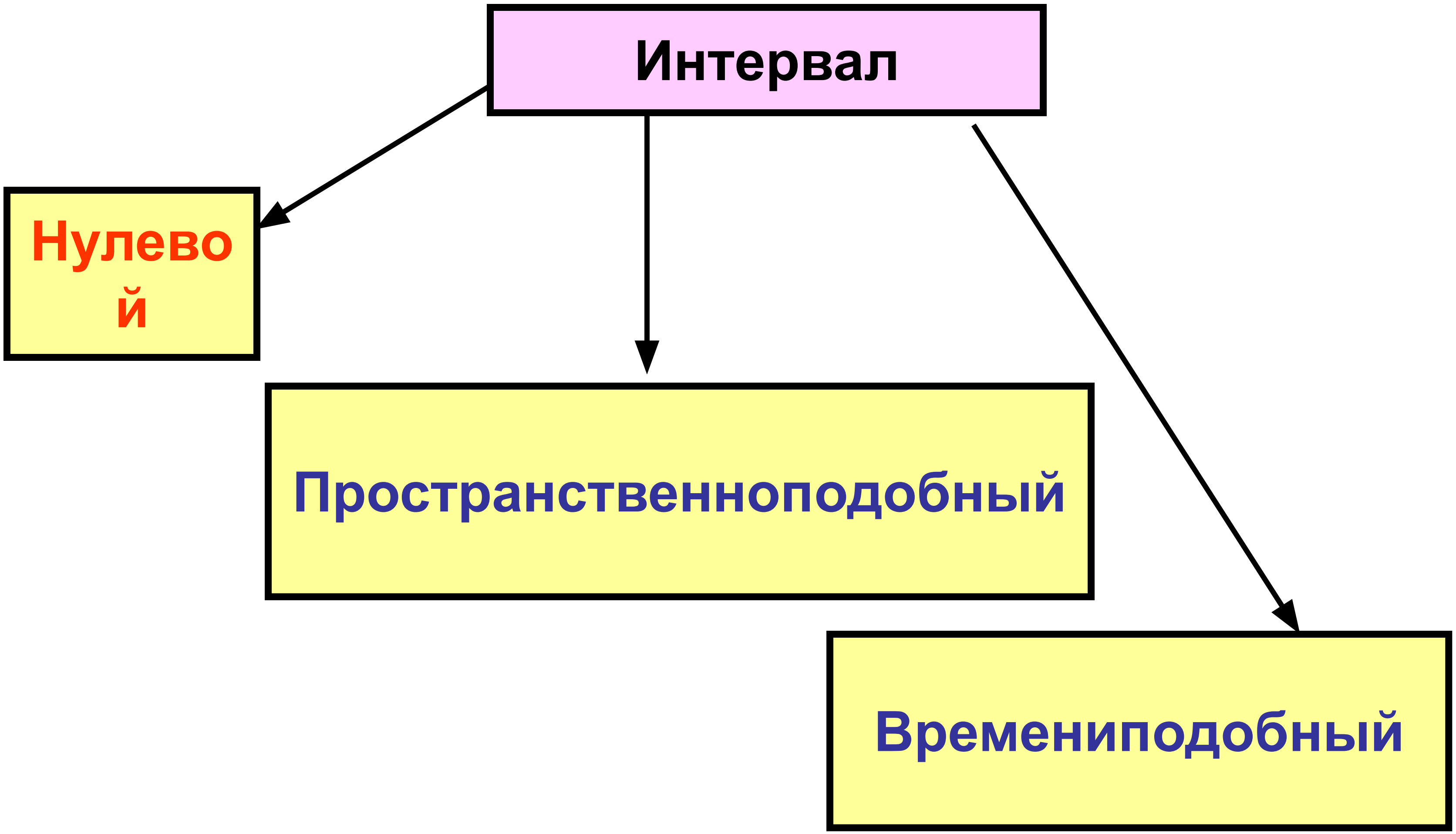
называют **пространственно-временным интервалом между событиями.**

Выражение

$$L = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

– означает расстояние между точками обычного трёхмерного пространства, в которых произошли оба события.

Пространственно-временной интервал является величиной инвариантной по отношению к любым инерциальным системам отсчёта.



Пусть **первое событие** заключается в том, что из точки с координатами x_1, y_1, z_1 отправлен в момент времени t_1 световой сигнал.

Вторым событием является прием этого сигнала в точке x_2, y_2, z_2 в момент времени t_2.

Свет распространяется со скоростью **C**, следовательно

$$L = C \cdot \Delta t$$

$$\Delta S = \sqrt{C^2 \Delta t^2 - L^2} = 0$$

Отсюда следует, что **интервал между событиями** в этом случае **является нулевым:**

$$\Delta S = 0$$

Если расстояние **L** между точками, в которых произошли два события, превышает **Ct** **(L>Ct),** то интервал называется **пространственно-подобным**.

$$\Delta S = \sqrt{C^2 \Delta t^2 - L^2}$$

Пространственно-подобный интервал является **мнимым**:

$$\Delta S \boxtimes 0$$

В случае $\Delta S \;\square\; 0$ рассматриваемые **события:**

- никак не могут оказывать влияние друг на друга;

- **не могут быть причинно связанными друг с другом;**

- **являются абсолютно удаленными.**

Всегда можно найти такую систему отсчета, в которой события происходят одновременно ($t = 0$).

$$\Delta S = \sqrt{C^2 \Delta t^2 - L^2}$$

При условии **L< Ct** интервал становится вещественной величиной: $\Delta S \; \square \; 0$.

Такие интервалы называются **времениподобными .**

В случае $\Delta S \; \square \; 0$ рассматриваемые **события:**

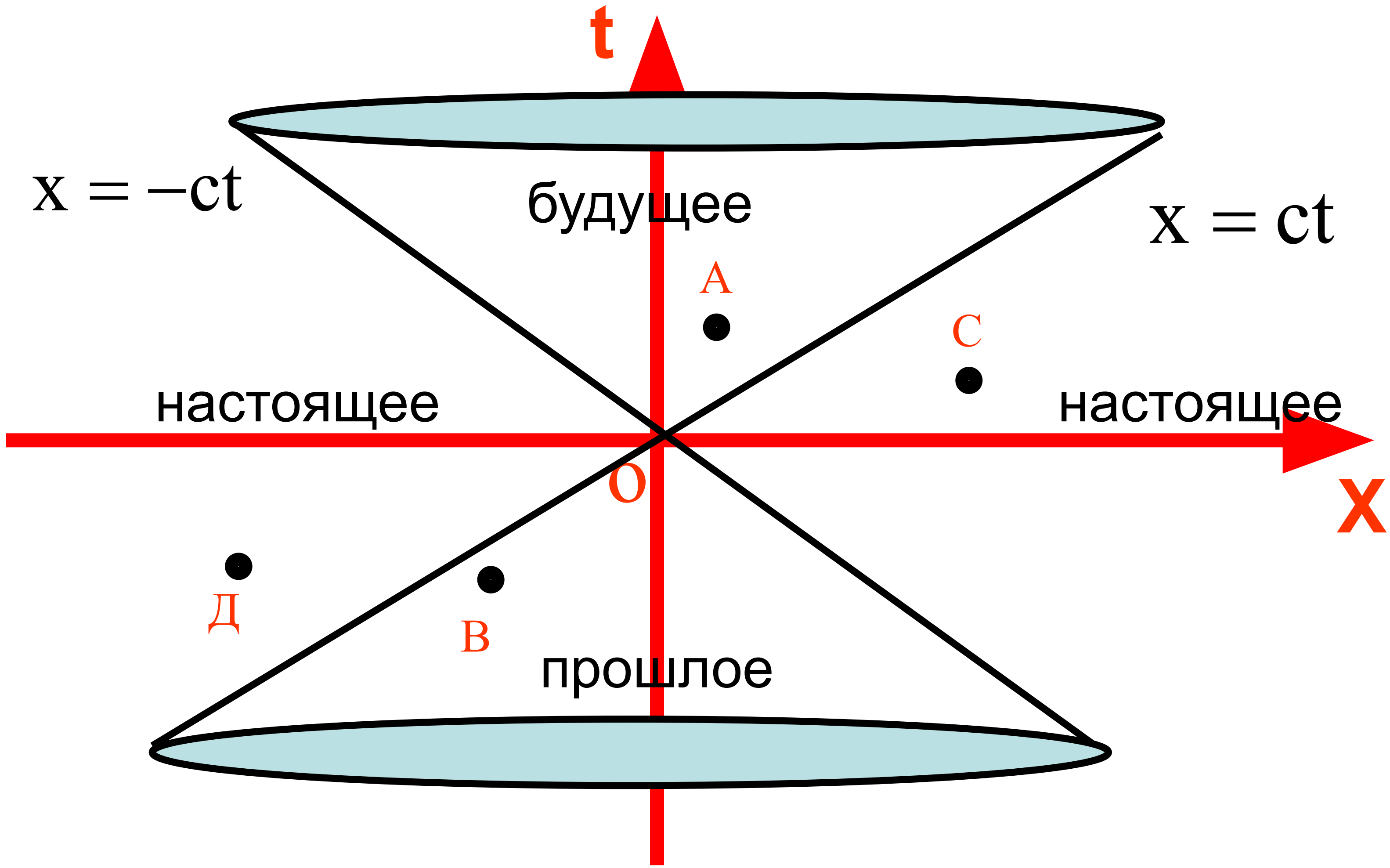
- могут быть причинно связаны друг с другом;

- не существует системы отсчёта, в которой они происходили бы одновременно.

Имеется система отсчета, в которой они происходят в одной и той же точке пространства (L= 0).

В четырёхмерном пространстве область, в которой лежат мировые линии всех частиц представляет собой **конус**, осью которого является ось t.

Образующие конуса представляют собой мировые линии световых сигналов, поэтому его называют **световым конусом.**



t
x = −ct
будущее
x = ct
A
C
настоящее
настоящее
O
X
Д
B
прошлое

Для любой **точки А**, лежащей в области, названной на рисунке **абсолютным будущим**, $(\Delta S)^2$ **>0**.

Интервал в этом случае является временениподобным и $\Delta t = t_{OA}$ **> 0**.

Как мы знаем, ни в одной системе отсчёта не может стать **t = 0**, значит, не может быть и **t < 0**.

Во всех системах **событие А** будет происходить **после события О**.

Для любой **точки В**, лежащей в области **абсолютного прошлого**

$(\Delta S)^2$ **>0**, но $\Delta t = t_{OB}$ **< 0**.

Это значит, что во всех системах отсчета **событие В предшествует событию О**.

Для любого из **событиий C** и **D**, мировая точка которого лежит в абсолютно удаленных областях, $(\Delta S)^2$ **< 0**.

Интервалы ΔS_{OC} и ΔS_{OD} – **мнимые** и поэтому являются **пространственно - подобными**.

В любой системе отсчета **события O** и **C** или **O** и **D** **происходят в разных точках пространства**.

Понятие одновременности для событий **O** и **C**, и событий **O** и **D** является **относительным.**

В одних системах отсчета событие **C** (или **D**) происходят **позже**, в других – **раньше** события **O**.

Наконец, **имеется одна система отсчета**, в которой событие **C** (и одна, в которой событие **D**) **происходит одновременно с событием O.**

6.7. Релятивистская динамика

Первый закон Ньютона инвариантен относительно преобразований Лоренца.

Второй закон Ньютона оказывается **не инвариантен** относительно преобразований Лоренца, если полагать массу постоянной .

Эйнштейн показал, что **масса является функцией не только внутренних свойств тел, но и зависит от скорости их движения.**

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{C^2}}}$$

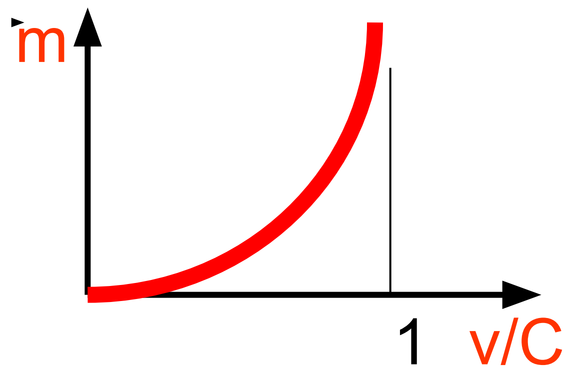
m_0 - масса покоящегося тела (**масса покоя**),

m – масса движущегося тела;

V – скорость тела относительно неподвижной системы.

С увеличением скорости движения **масса возрастает по сложному закону.**

При $v \to c$ $m \to \infty$, т.е. **инерция (релятивистская масса)** тела беспредельно **возрастает**.



Чтобы сообщить такому телу отличное от нуля ускорение, к нему надо приложить бесконечно большую силу.

Между тем, любое реальное воздействие конечно.

Ни одному телу, обладающему массой покоя , не может быть сообщена скорость, равная с.

Со скоростью С могут двигаться лишь частицы, не имеющие массы покоя (m_0 = 0).

К таким частицам относятся **фотоны и нейтрино**, которые во всех инерциальных системах отсчета движутся со скоростью света **с**.

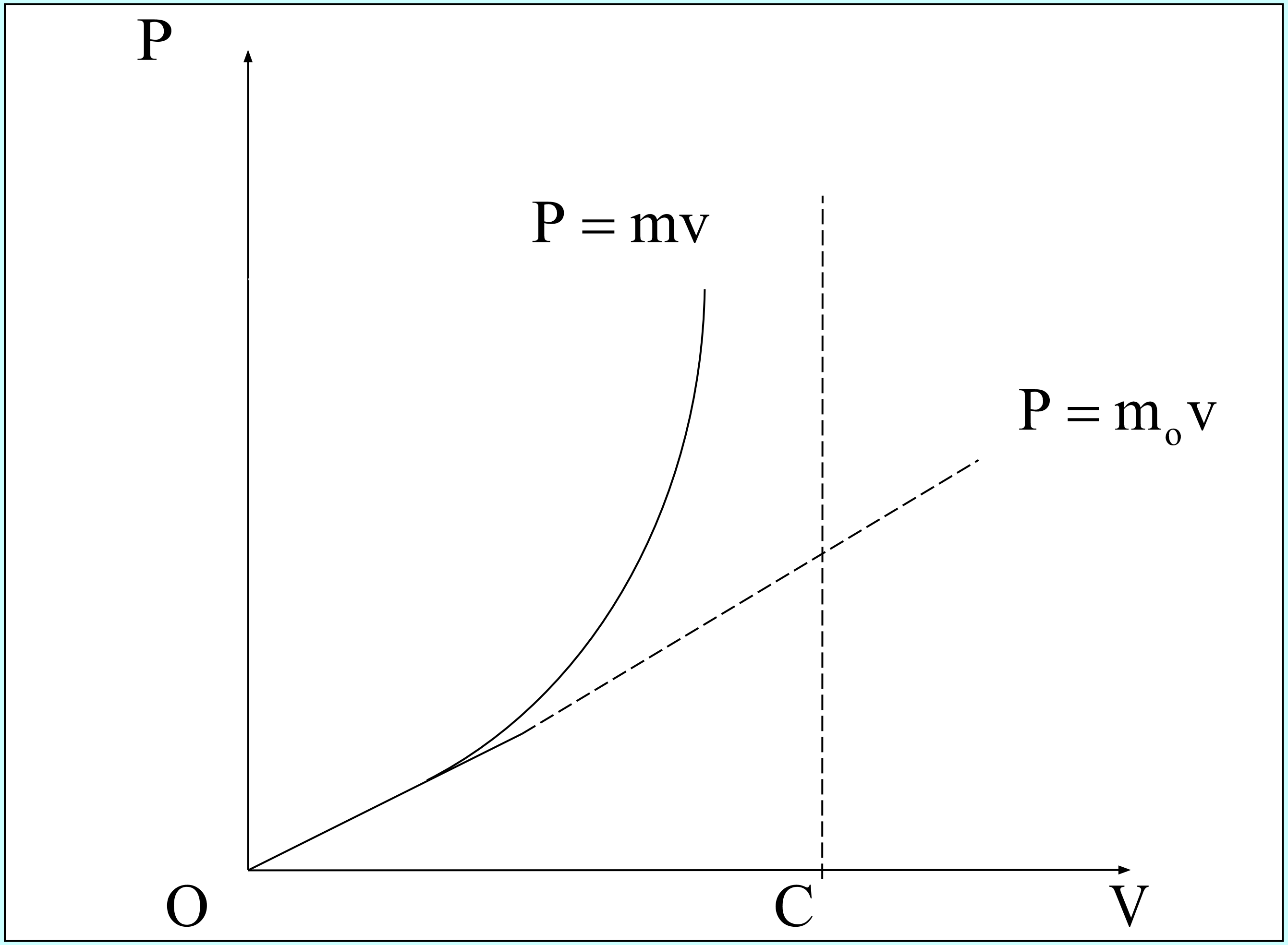
Релятивистский импульс:

$$P = m\,v = \frac{m_0\,v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Отметим, что при **v<<C** выражение для релятивистского импульса переходит в выражение классического импульса, равного:

$$P = m_0\,v$$

Зависимость релятивистского импульса от скорости



Второй закон Ньютона будет **ковариантен** относительно преобразований Лоренца, если его записать только через релятивистский импульс в форме:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$$

6.8. Взаимосвязь массы и энергии

Рассмотрим некоторое тело, которое первоначально покоилось, а затем под действием внешних сил приобрело релятивистскую (близкую к **c**) скорость **V**.

При этом его кинетическая энергия увеличилась от нуля до значения $E_К$, а масса возросла от m_0 до m.

Согласно общим принципам механики, **изменение кинетической энергии тела равно суммарной работе всех сил, действующих на тело.**

В дифференциальной форме данное утверждение можно записать:

$$dE_K = dA = \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

Подставим сюда выражение для силы из второго закона Ньютона:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt} + \vec{v}\frac{dm}{dt}$$

Получим

$$dE_K = m\left(\frac{d\vec{v}}{dt}d\vec{r}\right) + \left(\vec{v}\frac{dm}{dt}d\vec{r}\right) =$$

$$= m\left(d\vec{v}\frac{d\vec{r}}{dt}\right) + \left(\vec{v}\,dm\frac{d\vec{r}}{dt}\right) = m\left(\vec{v}\,d\vec{v}\right) + V^2 dm =$$

$$= mV\,dV + V^2 dm$$

Найдем независимо выражение для **dm**.

Для этого запишем выражение для релятивистской массы и его продифференцируем по скорости.

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{C^2}}}$$

$$dm = \frac{\left(-\frac{1}{2}\right) m_0 \left(-\frac{2V}{C^2}\right) dv}{\left(1 - \frac{V^2}{C^2}\right)^{\frac{3}{2}}} = \frac{m\,V\,dV}{\left(1 - \frac{V^2}{C^2}\right) C^2} = \frac{m\,V\,dV}{C^2 - V^2}$$

Отсюда величина

$$m\,V\,dV = \left(C^2 - V^2\right) dm$$

Подставим полученное выражение вместо первого слагаемого в формулу для dE_K.

$$dE_K = \left(C^2 - V^2\right)dm + V^2 dm = C^2 dm$$

Проинтегрируем полученное равенство

и получим

$$\int_0^{E_k} dE_K = \int_{m_0}^{m} C^2 dm$$

$$E_K = mC^2 - m_0C^2$$

Полная энергия:

$$E = mc^2$$

Энергия покоя:

$$E_0 = m_0 c^2$$

Кинетическая энергия:

$$E_K = E - E_O$$

Кинетическая энергия

В классической механике **кинетическая энергия** определяется формулой:

$$E_K \frac{m_O v^2}{2}$$

В релятивистской механике **кинетическая энергия** **равна разности между полной энергией тела и его энергией покоя.**

$$E_K = E - E_O$$

Докажем, что классическая формула кинетической энергии является частным случаем формулы теории относительности.

$$E_K = E - E_O = mC^2 - m_O C^2 =$$

$$= \frac{m_O C^2}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{C^2}}} - m_O C^2 = m_O C^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{C^2}}} - 1 \right)$$

Разложим функцию

$$(1 - \frac{V^2}{C^2})^{-1/2}$$

в приближении V/C <<1 в ряд и ограничимся первым слагаемым этого ряда.

$$(1 - \frac{V^2}{C^2})^{-1/2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{V^2}{C^2} + \frac{3}{8} \cdot \frac{V^4}{C^4}$$

В итоге получим

$$E_K = \frac{m_O V^2}{2}$$

Взаимосвязь энергии с импульсом

В классической механике **кинетическая энергия** через импульс выражается формулой

$$E_K = \frac{p^2}{2m}$$

Формула, выражающую связь между **полной энергией частицы с её релятивистским импульсом**, имеет вид

$$E = \sqrt{E^2{}_O + p^2 C^2}$$

Выражение **$E^2 - (pc)^2$** является величиной **инвариантной.**

Закон взаимосвязи массы и энергии

Формулировка: **всякое изменение массы тела на величину ΔE сопровождается изменением его полной энергии на величину Δm.**

$$\Delta E = \Delta m c^2$$

Наоборот, **всякое изменение полной энергии тела сопровождается изменением его массы.**

$$\Delta m = \frac{\Delta E}{c^2}$$

Нельзя, однако, представлять, что масса превращается в энергию и наоборот.

Просто любой материальный объект обладает и массой и энергией, которые пропорциональны друг другу.

Масса и энергия характеризуют разные свойства материи, поэтому ни о каком их взаимном превращении не может быть и речи.

Пропорциональность массы и энергии является выражением внутренней сущности материи.

Инварианты релятивистской механики

В специальной теории относительности **инвариантными величинами** являются:

- скорость света в вакууме;
- масса покоя;
- пространственно – временной интервал между событиям в четырёхмерном пространстве;
- величина $E^2 - (pc)^2 = E_o{}^2$.

Заключение

Мы рассмотрели некоторые вопросы **специальной теории относительности.**

В заключение отметим, что её главное значение состоит в том, что она

1. **разрушила** представления классической физики об абсолютном характере пространства и времени,
2. **установила** их относительный характер,
3. **открыла** неразрывную связь между ними.
4. **не нарушила** принцип причинности и порядок следования причинно-следственных событий во всех инерциальных системах отсчета.

Пространство и время образуют единую форму существования материи.

Оценивая значение теории относительности, не следует, однако, впадать в **философский релятивизм** (всё в мире относительно).

Теория относительности отнюдь **не отрицает** существование абсолютных величин и понятий.

Она устанавливает лишь то, что **ряд понятий и величин**, считавшихся в классической физике абсолютными**, в действительности являются относительными.**

Не следует думать, что с появлением теории относительности классическая физика полностью утратила своё значение.

Релятивистские эффекты для обычных макроскопических тел и обычных скоростей движения **столь незначительны**, что оказываются далеко за пределами практической точности.

Поэтому в большинстве отраслей техники **классическая физика применима столь же хорошо**, как и прежде.