

# ЛЕКЦИЯ № 19 Явления переноса

## Понятие о физической кинетике

**Кинетические процессы** – это процессы установления в неравновесных средах состояния равновесия.

**Физическая кинетика** – раздел физики, изучающий кинетические процессы.

**Конвекция** – вынужденный процесс перехода неравновесной среды в состояние равновесия в результате перемешивания среды.

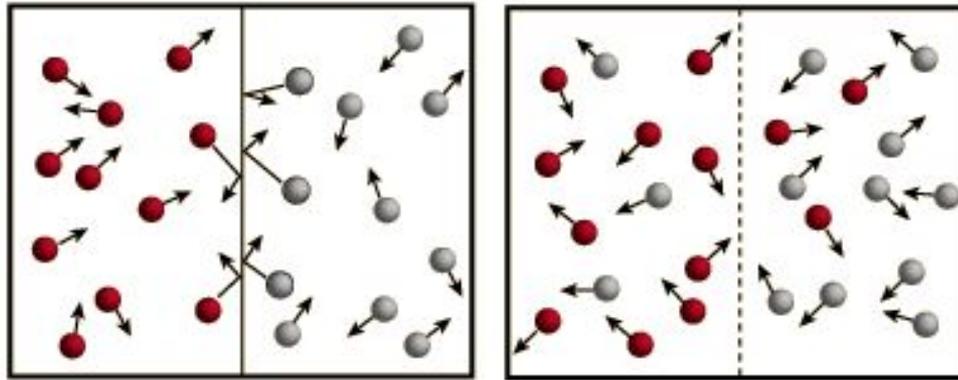
**Явление переноса** – самопроизвольный процесс перехода неравновесной среды в состояние равновесия в результате хаотического (теплого) движения атомов и молекул.

К явлениям переноса относятся:

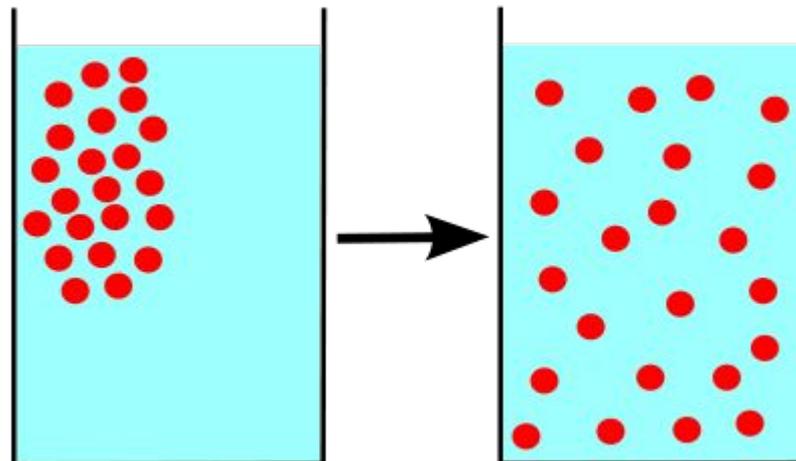
- 1) **диффузия** (массоперенос);
- 2) **теплопроводность** (теплоперенос);
- 3) **вязкость** (внутреннее трение) и т. д.

## Диффузия. Закон Фика

**Взаимодиффузия** – взаимное проникновение соприкасающихся веществ друг в друга.



**Самодиффузия** – процесс выравнивания концентрации в пределах одного вещества.



**Плотность диффузионного потока** – векторная величина, совпадающая по направлению с направлением распространения молекул вещества и численно равная количеству молекул, проходящему в единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную к направлению диффузионного потока,  $[j] = \text{м}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$ .

$$|j| = \frac{N}{St} \quad (19.1)$$

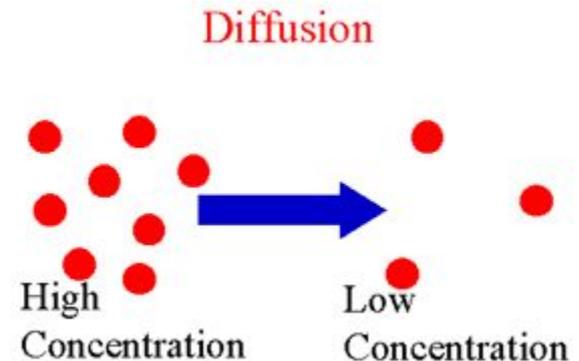
**Закон Фика** (немецкий физиолог Адольф Фик, 1855 г.): плотность диффузионного потока пропорциональна градиенту концентрации молекул вещества.

$$|j| = -D \cdot \nabla n \quad (19.2)$$

где  $D$  – **коэффициент диффузии** – величина, определяющая скорость переноса молекул,  $[D] = \text{м}^2/\text{с}$ .

Одномерный случай:  $n = n(y)$

$$j = -D \cdot \frac{dn}{dy} \quad (19.2a)$$

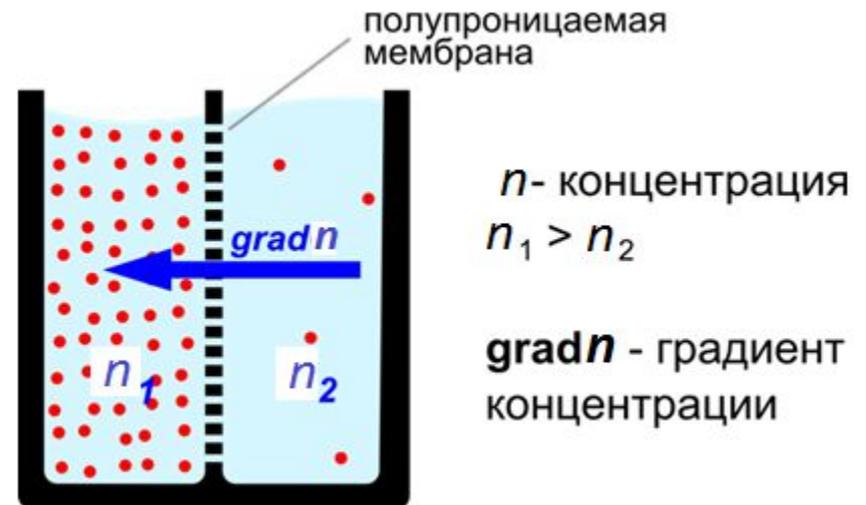
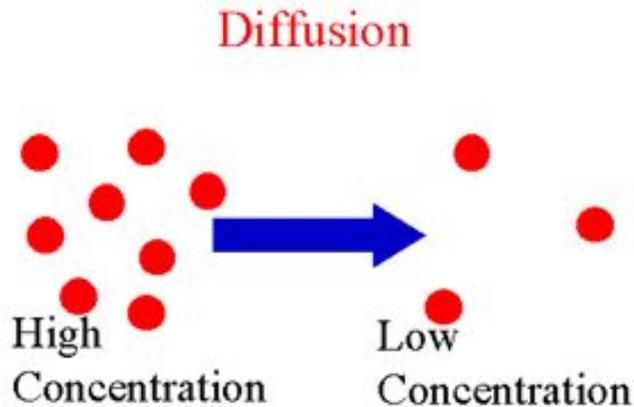


Закон Фика:  $\vec{j} = -D \cdot \nabla n$

$\nabla n$  – **градиент концентрации** – векторная величина, характеризующая направление и величину максимального роста концентрации какого-либо вещества в данной точке среды,  $[\nabla n] = \text{м}^{-4}$ .

Например, если рассмотреть две области с различной концентрацией какого-либо вещества, разделенные полупроницаемой мембраной, то градиент концентрации будет направлен из области меньшей концентрации вещества в область с большей его концентрацией.

Знак «-» в законе Фика указывает на то, что направление диффузионного потока противоположно направлению градиента концентрации (направлению максимального роста концентрации).

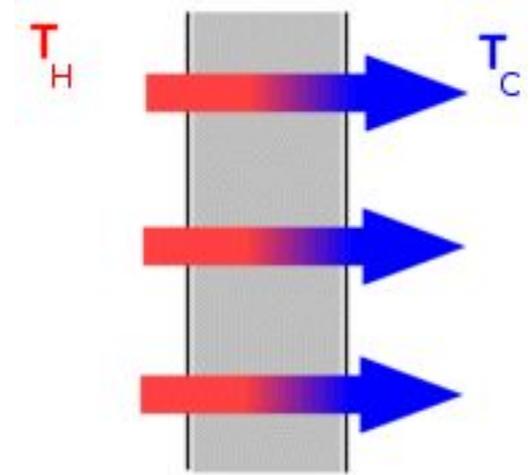


## Теплопроводность. Закон Фурье

**Теплопроводность** – направленный перенос теплоты от более нагретых частей тела к менее нагретым, приводящий к выравниванию их температуры.

**Механизм процесса связан с беспорядочным движением молекул:** молекулы из более нагретых частей тела, сталкиваясь при своем движении с молекулами соседних, менее нагретых участков, передают им часть своей энергии.

**Плотность теплового потока** – векторная величина, совпадающая по направлению с направлением распространения теплоты и численно равная количеству теплоты, проходящему в единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную к направлению теплового потока,  $[q] = \text{Дж}/(\text{м}^2 \cdot \text{с})$ .



$$|q| = \frac{Q}{St} \quad . \quad (19.3)$$

**Закон Фурье** (французский ученый Жан Фурье, 1811 г.): плотность теплового потока пропорциональна градиенту температуры вещества.

$$|\vec{q}| = -\kappa \cdot \nabla T \quad . \quad (19.4)$$

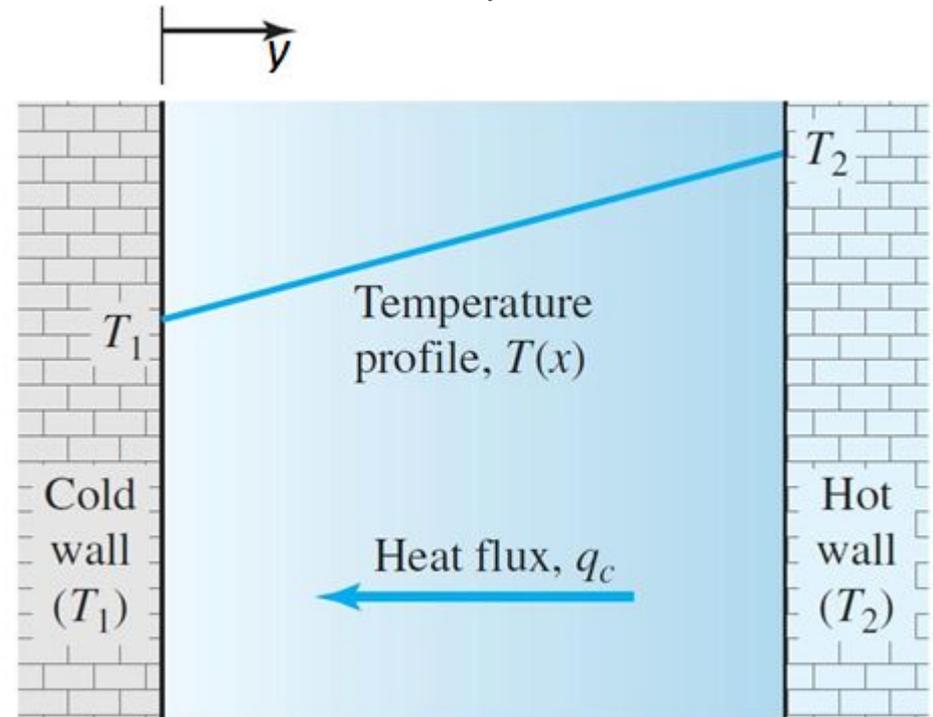
где  $\kappa$  – коэффициент теплопроводности – величина, определяющая скорость передачи тепла от более нагретых участков тела к менее нагретым [ $\kappa$ ]=Вт/(м·К).

$\nabla T$  – градиент температуры - векторная величина, характеризующая направление и величину максимального роста температуры, [ $\nabla T$ ]=К/м.

Знак «-» в законе Фурье указывает на то, что направление теплового потока противоположно направлению градиента температуры (направлению максимального роста температуры).

Одномерный случай:  $T=T(y)$

$$q = -\kappa \cdot \frac{dT}{dy} \quad . \quad (19.4a)$$



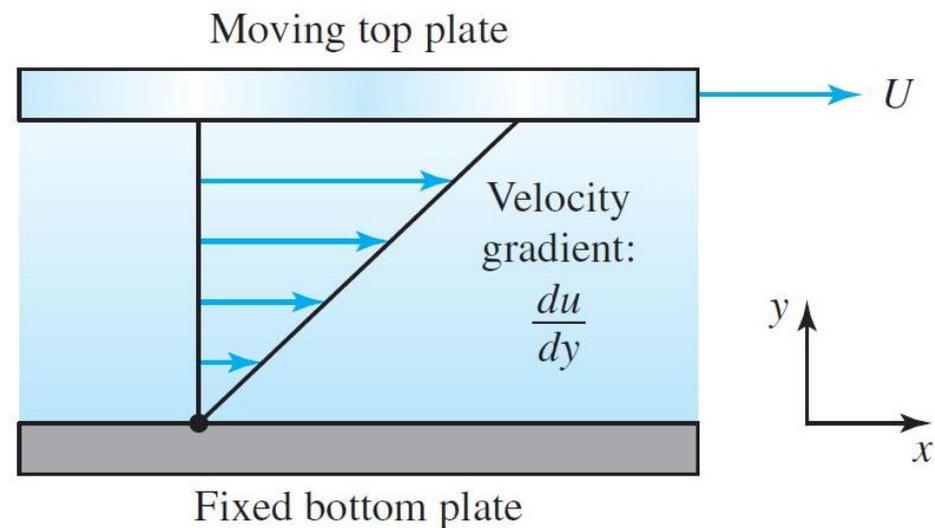
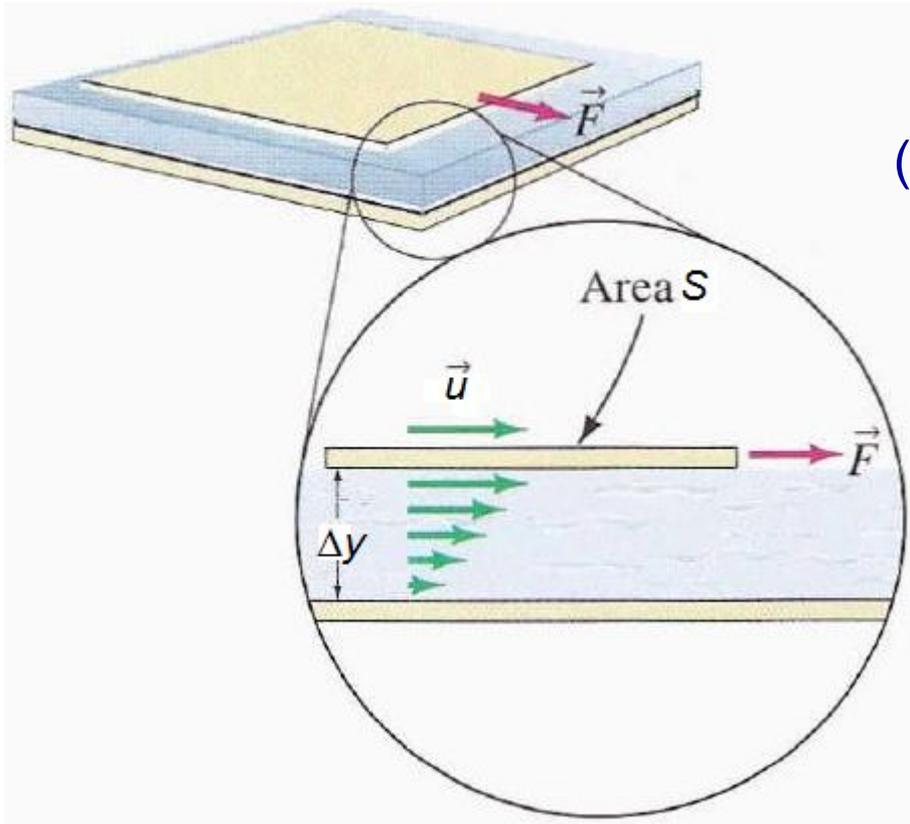
## Внутреннее трение (вязкость). Закон Ньютона

**Вязкость** – свойство газов и жидкостей оказывать сопротивление перемещению одной их части относительно другой.

**Закон Ньютона** (И. Ньютон, 1686 г.): сила внутреннего трения, приходящаяся на единицу площади движущихся слоев газа (жидкости), прямо пропорциональна градиенту скорости движения слоев:

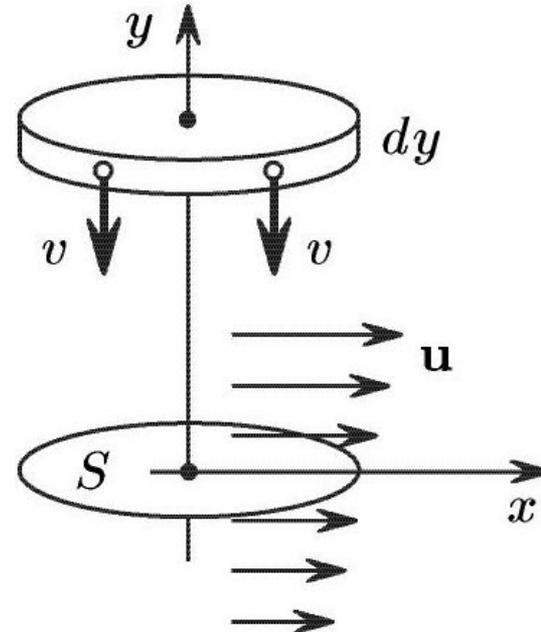
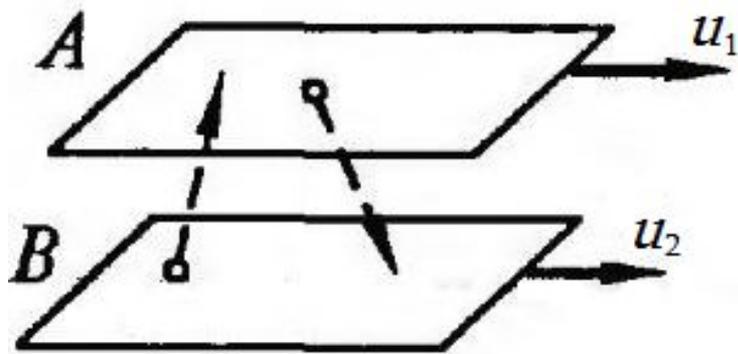
$$\frac{|\vec{F}|}{S} = \eta \frac{du}{dy}, \quad (19.5)$$

$\eta$  - коэффициент внутреннего трения (динамическая вязкость),  $[\eta] = \text{м}^2/\text{с}$ .



**Причина вязкости:** наложение упорядоченного движения слоев газа с различными скоростями и хаотического (теплового) движения молекул.

**Механизм явления:** хаотическое движение молекул переносит молекулы из слоя движущегося с большей скоростью (слой *A* на рисунке) в слой, движущийся с меньшей скоростью (слой *B* на рисунке); в результате перехода молекул из одного слоя в другой и их столкновений с молекулами этого слоя происходит выравнивание скоростей упорядоченного движения: более быстрый слой замедляет движение, а более медленный слой ускоряется.

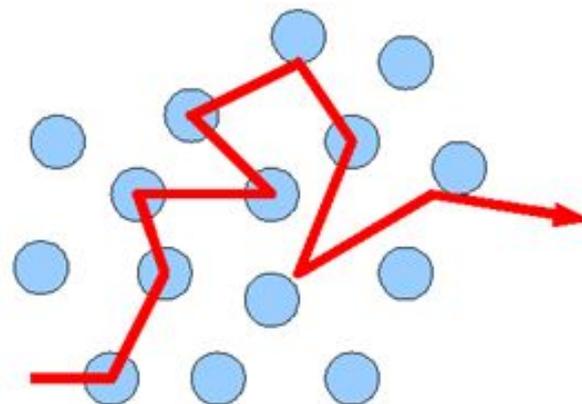
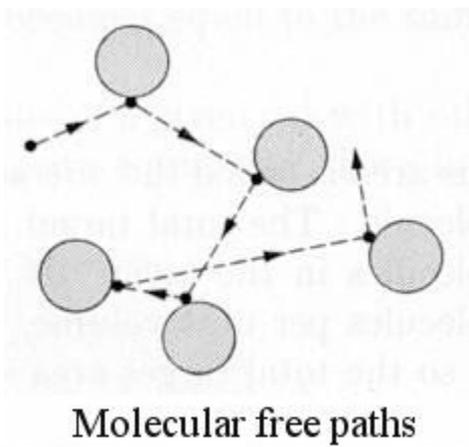


## Явления переноса в газах

### Кинематические характеристики молекулярного движения

При движении в газе молекула испытывает столкновения, в результате чего она изменяет направление своего движения. Для описания движения молекул в газе вводят следующие кинематические характеристики:

- 1) **средняя длина свободного пробега**,  $\langle \lambda \rangle$  – среднее расстояние, которое проходит молекула между двумя последовательными столкновениями;
- 2) **средняя частота столкновений**,  $\langle f \rangle$  – среднее число столкновений молекулы за единицу времени.

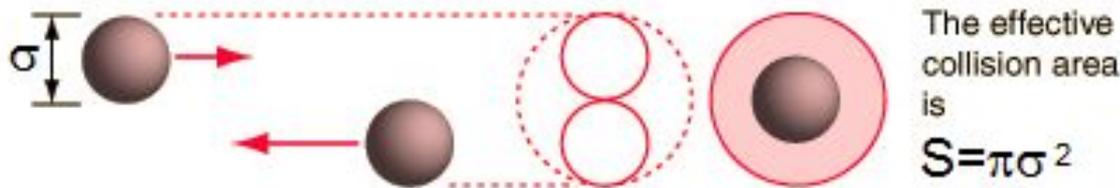


## Формулы расчета кинематических характеристик молекулярного движения

### 1) средняя частота столкновений

$$\langle f \rangle = \sqrt{2} \pi \sigma^2 n \langle v \rangle, \quad (19.6)$$

где  $\sigma$  - эффективное сечение молекулы (Рудольф Клаузиус, 1859 г.) – минимальное расстояние, на которое могут сблизиться центры двух сталкивающихся молекул. Множитель  $\sqrt{2}$  учитывает движение встречных молекул.



### 2) средняя длина свободного пробега молекулы

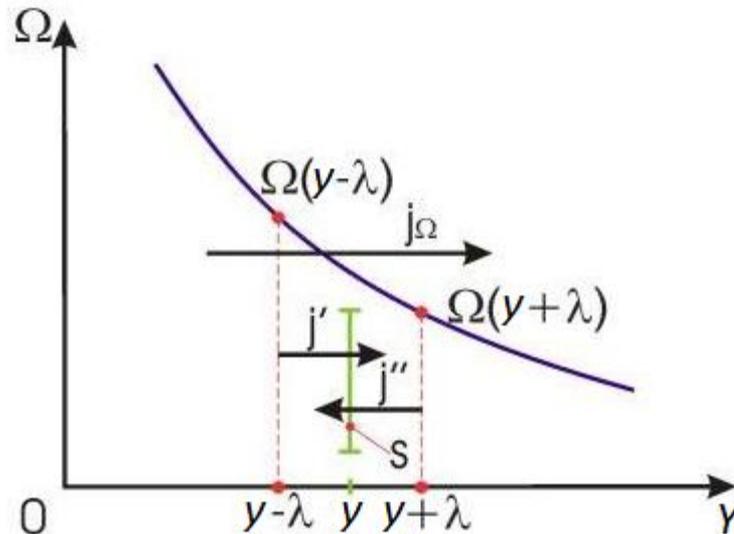
$$\langle \lambda \rangle = \frac{\langle v \rangle}{\langle f \rangle} = \frac{1}{\sqrt{2} \pi \sigma^2 n}. \quad (19.7)$$

## Общее уравнение переноса в газах

Пусть величина  $\Omega$  характеризует некоторое молекулярное свойство, отнесенное к одной молекуле. Этим свойством может быть концентрация, энергия, импульс и т.д. В равновесном состоянии  $\Omega$  постоянна по объему. При наличии градиента  $\Omega$  имеет место движение величины  $\Omega$  в направлении ее уменьшения.

Пусть ось  $OY$  направлена вдоль градиента  $\Omega$ . Тогда по аналогии с уравнениями (19.2а), (19.4а) и (19.5) поток величины  $\Omega$  в положительном направлении оси  $OY$ :

$$j_{\Omega} = -b \frac{d\Omega}{dy} \quad . \quad (19.8)$$



В газах коэффициент пропорциональности  $b$  зависит от трех величин:  $n_0$ ,  $\langle v \rangle$  и  $\langle \lambda \rangle$ . Причем, очевидно, что с ростом этих величин будет расти коэффициент пропорциональности  $b$ , т.е.

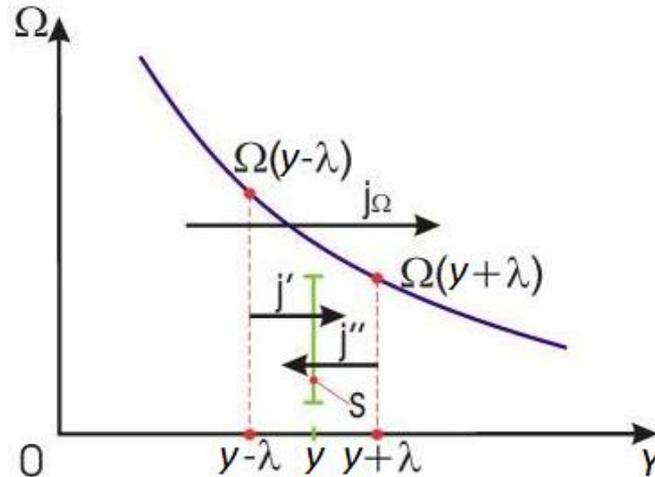
$$b = \frac{1}{3} n_0 \langle v \rangle \langle \lambda \rangle, \quad (19.9)$$

где коэффициент  $1/3$  входит потому, что рассматривается поток лишь в одном из трех взаимно перпендикулярных направлений.

Объединяя уравнения (19.8) и (19.9), получаем **общее уравнение переноса в газах**:

$$j_\Omega = -\frac{1}{3} n_0 \langle v \rangle \langle \lambda \rangle \frac{d\Omega}{dy}, \quad (19.10)$$

где  $n_0$  - равновесная концентрация молекул газа.



## Самодиффузия

Переносимая величина – концентрация молекул; поскольку в уравнении (19.10)  $\Omega$  - характеристика переносимой величины, отнесенная к одной молекуле, то в случае самодиффузии

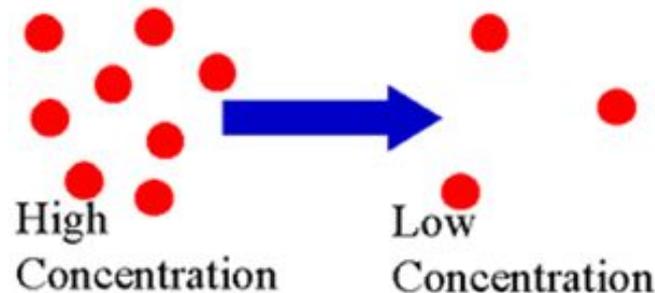
$$\Omega(y) = n(y)/n_0 \quad . \quad (19.11)$$

Подставляя формулу (19.11) в уравнение (19.10), имеем

$$j_{\Omega} = -\frac{1}{3}n_0\langle v \rangle\langle \lambda \rangle \frac{d}{dy} \left[ \frac{n(y)}{n_0} \right] = -\frac{1}{3}\langle v \rangle\langle \lambda \rangle \frac{dn}{dy} \stackrel{(19.2a)}{=} -D \frac{dn}{dy} \quad ,$$

откуда коэффициент диффузии газа

$$D = \frac{1}{3}\langle v \rangle\langle \lambda \rangle \quad . \quad (19.12)$$



## Теплопроводность

Переносимая величина – энергия теплового движения молекул, поэтому при теплопроводности  $\Omega$  - средняя энергия теплового движения молекулы:

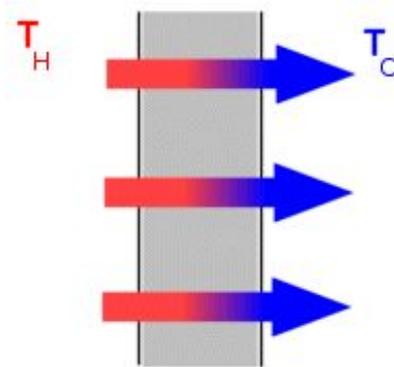
$$\Omega(y) = \langle \varepsilon(y) \rangle = \frac{i}{2} kT(y) = \frac{i}{2} \frac{kN_A}{N_A} T(y) = \frac{i}{2} \frac{R}{\mu} \frac{\mu}{N_A} T(y) = c_V m_m T(y) \quad (19.13)$$

Подставляя формулу (19.13) в уравнение (19.10), имеем

$$j_\Omega = -\frac{1}{3} n_0 \langle v \rangle \langle \lambda \rangle \frac{d}{dy} [c_V m_m T(y)] = -\frac{1}{3} \rho \langle v \rangle \langle \lambda \rangle c_V \frac{dT}{dy} \quad (19.4a) = -\kappa \frac{dT}{dy} ,$$

откуда коэффициент теплопроводности газа

$$\kappa = \frac{1}{3} \rho \langle v \rangle \langle \lambda \rangle c_V . \quad (19.14)$$



## Внутреннее трение (вязкость)

Переносимая величина  $\Omega$  – импульс упорядоченного движения молекулы:

$$\Omega(y) = m_m u(y) \quad . \quad (19.15)$$

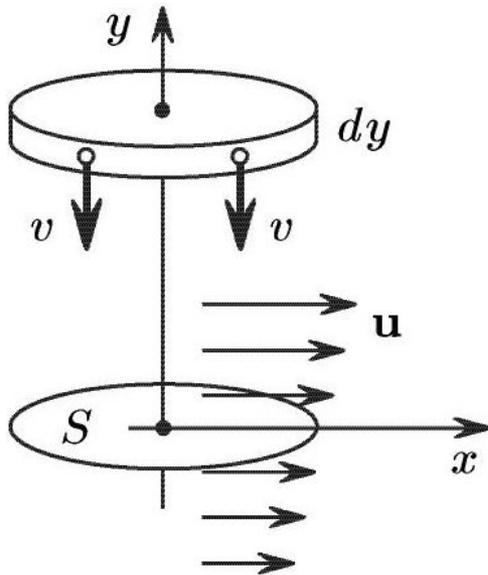
**Внимание:**  $u$  – скорость упорядоченного движения молекулы;  
 $v$  – скорость хаотического (теплового) движения молекулы.

Подставляя формулу (19.15) в уравнение (19.10), имеем

$$j_\Omega = -\frac{1}{3} n_0 \langle v \rangle \langle \lambda \rangle \frac{d}{dy} [m_m u(y)] = -\frac{1}{3} \rho \langle v \rangle \langle \lambda \rangle \frac{du}{dy} \stackrel{(19.5)}{=} -\eta \frac{du}{dy} \quad ,$$

откуда коэффициент внутреннего трения (динамическая вязкость) газа

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \langle v \rangle \langle \lambda \rangle \quad . \quad (19.16)$$



Зависимость коэффициентов от макропараметров идеального газа:

$$D \sim T^{3/2} / p, \quad \kappa \sim \sqrt{T}, \quad \eta \sim \sqrt{T} \quad . \quad (19.17)$$