

Лекция - семинар

Сетевое планирование и управление

1. Сетевое планирование и управление
2. Понятия сетевых моделей. Сетевой график
3. Правила построения сетевого графика
4. Параметры сетевых графиков
5. Пример построения сетевого графика и определение его параметров

Теоретические сведения о сетевом планировании и управлении (1)

Методы сетевого планирования и управления (СПУ), разработанные в начале 50-х годов, широко и успешно применяются для оптимизации планирования и управления сложными разветвленными комплексами работ, требующими участия большого числа исполнителей и затрат ограниченных ресурсов. Для оптимизации сложных сетей, состоящих из нескольких сотен работ, вместо ручного счета следует применять типовые макеты прикладных программ по СПУ, имеющиеся в составе математического обеспечения ЭВМ.

Теоретические сведения о сетевом планировании и управлении (2)

Система сетевого планирования и управления (СПУ) - это системный подход к планированию сложных динамических разработок с использованием графических, аналитических, организационных и контрольных мероприятий. СПУ позволяет моделировать и комплексно перестраивать план выполнения работ в условиях изменения внешних и внутренних факторов. Он позволяет определять оптимальные затраты времени и других ресурсов. СПУ реализуется в основном плановом документе — сетевой модели, которая представляет взаимосвязанные работы и события, развертывающиеся от начала до конца разработки.

Этапы построения сетевого графика

Сетевое Планирование и Управление включает следующие этапы:

- определяется перечень событие и работ;
- строится сетевой график;
- рассчитываются параметры сетевого графика и определяется длительность критического пути;
- производится анализ сетевого графика и его оптимизация.

Понятия, используемые в сетевых моделях

Основными понятиями сетевых моделей являются понятия **события** и **работы**.

Работа - это некоторый процесс, приводящий к достижению определенного результата, требующий затрат каких-либо ресурсов и имеющий протяженность во времени.

Событие - это момент времени, когда завершаются одни работы и начинаются другие. Событие представляет собой результат проведенных работ и, в отличие от работ, не имеет протяженности во времени.

Понятие: работа

По своей *физической природе* работы можно рассматривать как:

1) действие, 2) процесс, 3) ожидание

По количеству *затрачиваемого времени* работа может быть:

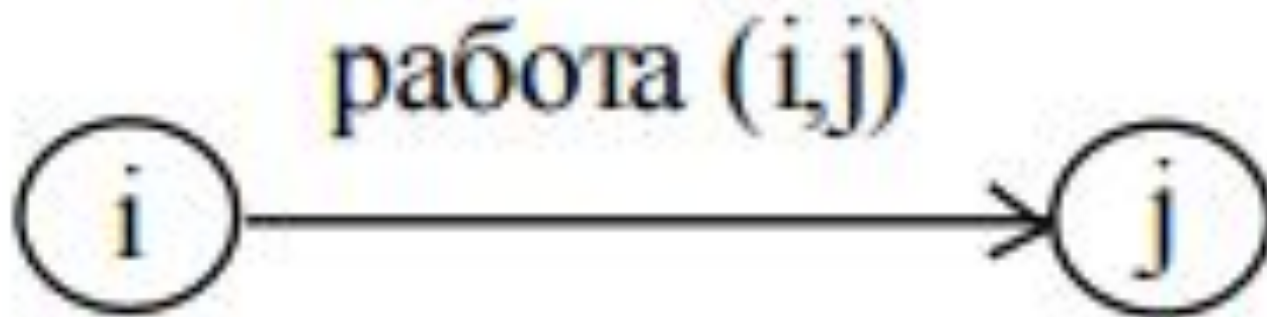
1) действительной, 2) фиктивной

Сетевой график

Взаимосвязь работ и событий, необходимых для достижения конечной цели проекта, изображается с помощью сетевого графика (сетевой модели). На сетевом графике работы изображаются стрелками, которые соединяют вершины, изображающие события. Начало и окончание любой работы описываются парой событий, которые называются начальным и конечным событиями.

Для идентификации конкретной работы используют код работы, состоящий из номеров начального и конечного событий

Кодирование работы



начальное
событие

конечное
событие

«Событие» в сетевом графике

Любое событие может считаться наступившим только тогда, когда закончатся все входящие в него работы.

Поэтому, работы, выходящие из некоторого события не могут начаться, пока не будут завершены все работы, входящие в это событие. Событие, не имеющее предшествующих ему событий, т.е. с которого начинается проект, называют **исходным**. Событие, которое не имеет последующих событий и отражает конечную цель проекта, называется **завершающим**.

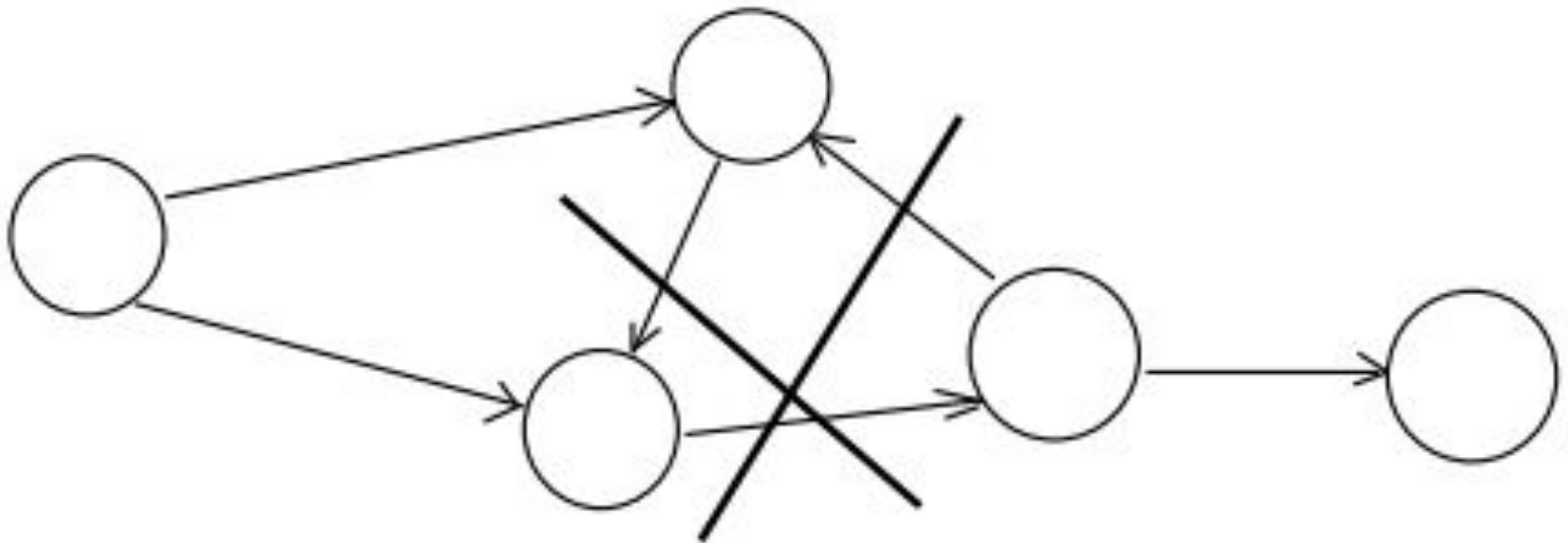
Правила построения сетевого графика (1)

1. Длина стрелки не зависит от времени выполнения работы.
2. Стрелка может не быть прямолинейным отрезком.
3. Для действительных работ используются сплошные, а для фиктивных - пунктирные стрелки.
4. Каждая операция должна быть представлена только одной стрелкой.
5. Между одними и теми же событиями не должно быть параллельных работ, т.е. работ с одинаковыми кодами.
6. Следует избегать пересечения стрелок;

Правила построения сетевого графика (2)

7. Не должно быть стрелок, направленных справа налево.
8. Номер начального события должен быть меньше номера конечного события.
9. Не должно быть висячих событий (т.е. не имеющих предшествующих событий), кроме исходного.
10. Не должно быть тупиковых событий (т.е. не имеющих последующих событий), кроме завершающего.
11. Не должно быть циклов.

Недопустимость циклов



Параметры сетевого графика (понятие пути)

Важное значение для анализа сетевых моделей имеет понятие пути. **Путь** - это любая последовательность работ в сетевом графике (в частном случае это одна работа), в которой конечное событие одной работы совпадает с начальным событием следующей за ней работы. Различают следующие виды путей.

Полный путь - это путь от исходного до завершающего события.

Критический путь - максимальный по продолжительности полный путь. Работы, лежащие на критическом пути, называют критическими.

Подкритический путь - полный путь, ближайший по длительности к критическому пути

Параметры сетевого графика (временные характеристики)

На основании временных оценок рассчитываются основные временные параметры сети: **ранние и поздние сроки наступления всех событий.**

Зная их, можно определить остальные параметры сети:

- **ранние и поздние сроки начала и окончания работ,**
- **резервы времени событий,**
- **резервы времени работ.**

Определение ранних сроков совершения событий

$$t_p(i)$$

$$t_p(i)$$

- срок, необходимый для выполнения всех работ, предшествующих данному событию. Он устанавливается путем выбора максимального значения из продолжительности всех путей, ведущих от исходного к данному событию, то есть

$$\max \sum t(ij)$$

Определение поздних сроков совершения событий $t_n(i)$

$t_n(i)$

- срок совершения события, который определяется как разность между длительностью критического пути и продолжительностью максимального пути, следующего за данным событием:

$$t_n(i) = T_{кр} - \max_j \sum_i t(ij)$$

Определение резерва времени совершения события $R(i)$

$R(i)$

- резерв времени наступления события i .
Это такой промежуток времени, на который может быть отсрочено наступление события i без нарушения сроков завершения проекта в целом.
Начальные и конечные события критических работ имеют нулевые резервы событий.

$$R(i) = t_n(i) - t_p(i)$$

Представление показателей события на графике

Рассчитанные численные значения временных параметров записываются прямо в вершины сетевого графика:



Определение полного резерва времени работы (1) $R_n(ij)$

$R_n(ij)$

- полный резерв работы показывает максимальное время, на которое может быть увеличена продолжительность работы i, j или отсрочено ее начало, чтобы продолжительность проходящего через нее максимального пути не превысила продолжительности критического пути.

Определение полного резерва времени работы (2) $R_n(ij)$

Важнейшее свойство полного резерва работы i, j заключается в том, что его частичное или полное использование уменьшает полный резерв у работ, лежащих с работой i, j на одном пути. Таким образом, полный резерв принадлежит не одной данной работе i, j , а всем работам, лежащим на путях, проходящим через эту работу.

$$R_n(i) = t_n(j) - t_p(i) - t(ij)$$

Определение свободного резерва времени работы (1)

$R_c(ij)$

$R_c(ij)$

- свободный резерв работы показывает максимальное время, на которое можно увеличить продолжительность работы i , j или отсрочить ее начало, не меняя ранних сроков начала последующих работ.

Определение свободного резерва времени работы (2) $R_c(ij)$

Использование свободного резерва одной из работ не меняет величины свободных резервов остальных работ сети.

$$R_c(ij) = t_p(j) - t_p(i) - t(ij)$$

Анализ сетевого графика с целью последующей его оптимизации

Анализ сетевого графика осуществляется в два этапа:

Первый - проверка правильности построения сети (правильность нумерации, выявление замкнутых контуров, «тупиковых» или «хвостовых» событий и т.д.) проводится визуально.

Второй - определение напряженных зон работы с помощью коэффициентов напряженности.

КОЭФФИЦИЕНТ НАПРЯЖЁННОСТИ РАБОТ - $K_n(i,j)$

$K_n(i,j)$ – это отношение продолжительности несовпадающих, заключенных между одними и теми же событиями, отрезков пути, одним из которых является отрезок проходящего через эти события критического пути, а другим - путь максимальной продолжительности

Числовое значение $K_n(i,j)$ определяется по формуле:

$$K_n(ij) = \frac{t^{\max}(ij) - t_{кр}}{t^{кр}(ij) - t_{кр}}$$

где $t^{\max}(ij)$ - максимальная продолжительность пути, проходящего через события i, j ;

$t^{кр}(ij)$ - длительность критического пути между событиями i, j ;

$t_{кр}$ - i, j отрезок на максимальном пути между событиями, совпадающий с критическим путем.

ОЦЕНКА КОЭФФИЦИЕНТА НАПРЯЖЁННОСТИ РАБОТ - $K_n(i,j)$

Чем выше коэффициент напряженности K_n , тем сложнее выполнить работу в установленные критическим путем сроки.

После анализа сетевого графика проводится его оптимизация, цель которой – сокращение длительности работ.

Так как продолжительность критического пути определяет общую продолжительность работ по технической подготовке, то задача сокращения её сроков сводится к сокращению продолжительности работ, находящихся на критическом пути.

СОКРАЩЕНИЕ ПРОДОЛЖИТЕЛЬНОСТИ КРИТИЧЕСКОГО ПУТИ

Продолжительность критического пути может быть сокращена за счёт расчленения дополнительными событиями на составляющие части и параллельное их выполнение и за счёт перераспределения трудовых ресурсов с работ, имеющих резерв на родственную работу, лежащую на критическом пути, и др.

После аналитических расчётов определяется новый критический путь и новый срок окончания всего комплекса работ.

КЛАССИФИКАЦИЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ НАПРЯЖЁННОСТИ РАБОТ - $K_n(i,j)$

Вычисленные коэффициенты напряженности позволяют дополнительно классифицировать работы по зонам. В зависимости от величины

$K_n(i,j)$ выделяют три зоны:

критическую ($K_n(i,j) > 0.8$);

подкритическую ($0.6 \leq K_n(i,j) \leq 0.8$);

резервную ($K_n(i,j) < 0.6$).

Таким образом, можно распорядиться о перестановке ресурсов с работ резервной зоны на критические работы для уменьшения времени их выполнения.

Пример построения сетевого графика (исходные данные)

Номер работы	Работа	Продолжительность работы, дней	Количество работников, занятых на выполнении работы, чел.
1	1 - 2	8	5
2	1 - 3	5	8
3	2 - 3	3	6
4	2 - 4	6	7
5	2 - 5	4	8
6	3 - 5	9	7
7	4 - 5	0	0
8	4 - 6	6	9
9	5 - 6	7	5

Строим сетевой график, определяющий последовательность выполнения работ, в соответствии исходными данными задания.

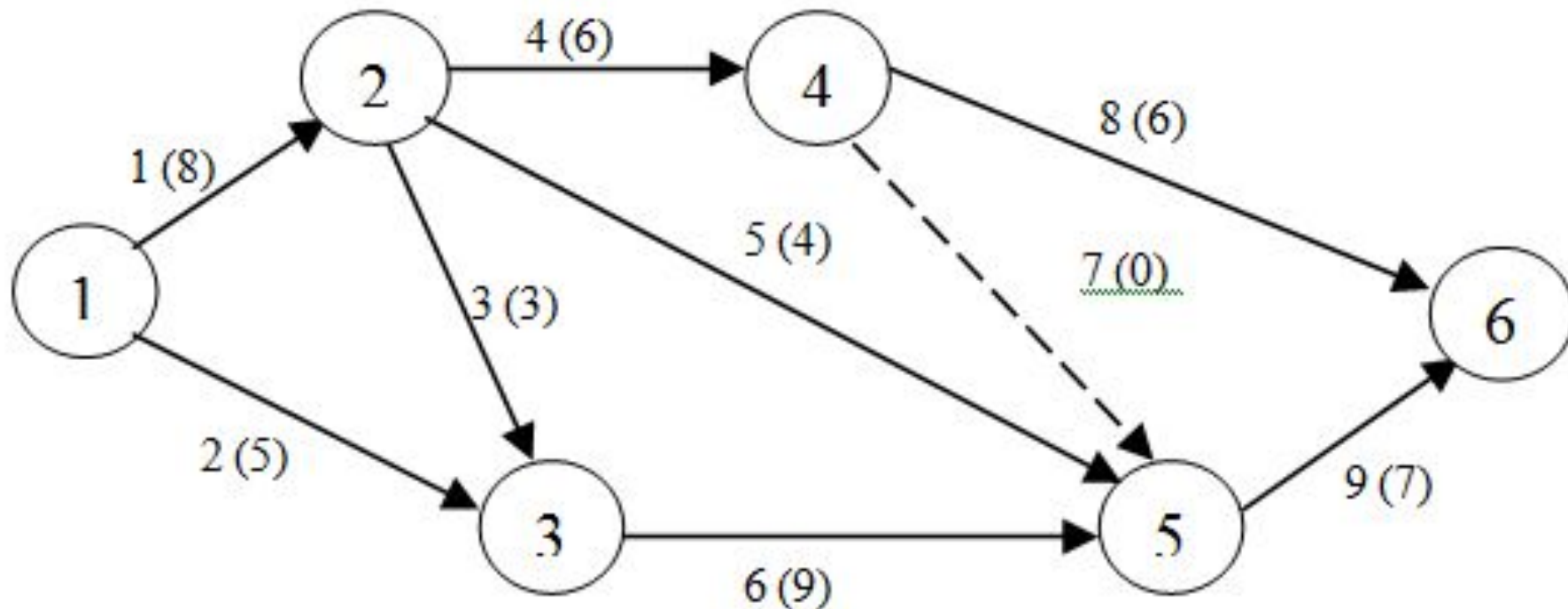


График последовательности выполнения работ

Рассчитываем продолжительность всех путей от исходного (1) до завершающего (6) и определяем их статус.

№ пути	Путь (события, лежащие на пути от начального до конечного события)	Продолжительность пути, дней	Примечания (Критический путь/Подкритический путь/Путь наименьшей длины/Прочий путь)
1	1,2,4,6	$8+6+6=20$ дней	
2	1,2,5,6	$8+4+7=19$ дней	Наименьшей длины
3	1,2,3,5,6	$8+3+9+7=27$ дней	Критический
4	1,3,5,6	$5+9+7=21$ день	Подкритический
5	1,2,4,5,6	$8+6+0+7=21$ день	Подкритический

Рассчитываем параметры сетевого графика и строим график с нанесением критического пути в соответствии с определенными параметрами.

Ранние сроки совершения событий:

для 1-го события – $t_p(1) = 0$ дней

для 2-го события – $t_p(2) = t(1,2) = 8$ дней

К 3-му событию можно прийти двумя путями: через события 1-2-3 и через события 1-3. Выбираем максимальный по продолжительности путь:

$$t_p(3) = t(1,2) + t(2,3) = 8 + 3 = 11 \text{ дней}$$

$$t_p(4) = t(1,2) + t(2,4) = 8 + 4 = 14 \text{ дней}$$

$$t_p(5) = t(1,2) + t(2,3) + t(3,5) = 8 + 3 + 9 = 20 \text{ дней}$$

$$t_p(6) = t(1,2) + t(2,3) + t(3,5) + t(5,6) = 8 + 3 + 9 + 7 = 27 \text{ дней}$$

Таким образом, максимальный по продолжительности полный путь (критический путь) составляет 27 дней.

Поздние сроки совершения событий (1)

для 5-го события – $t_{п}(5) = T_{кр} - \sum_5^6 t(i, j) = 27 - 7 = 20$ дней

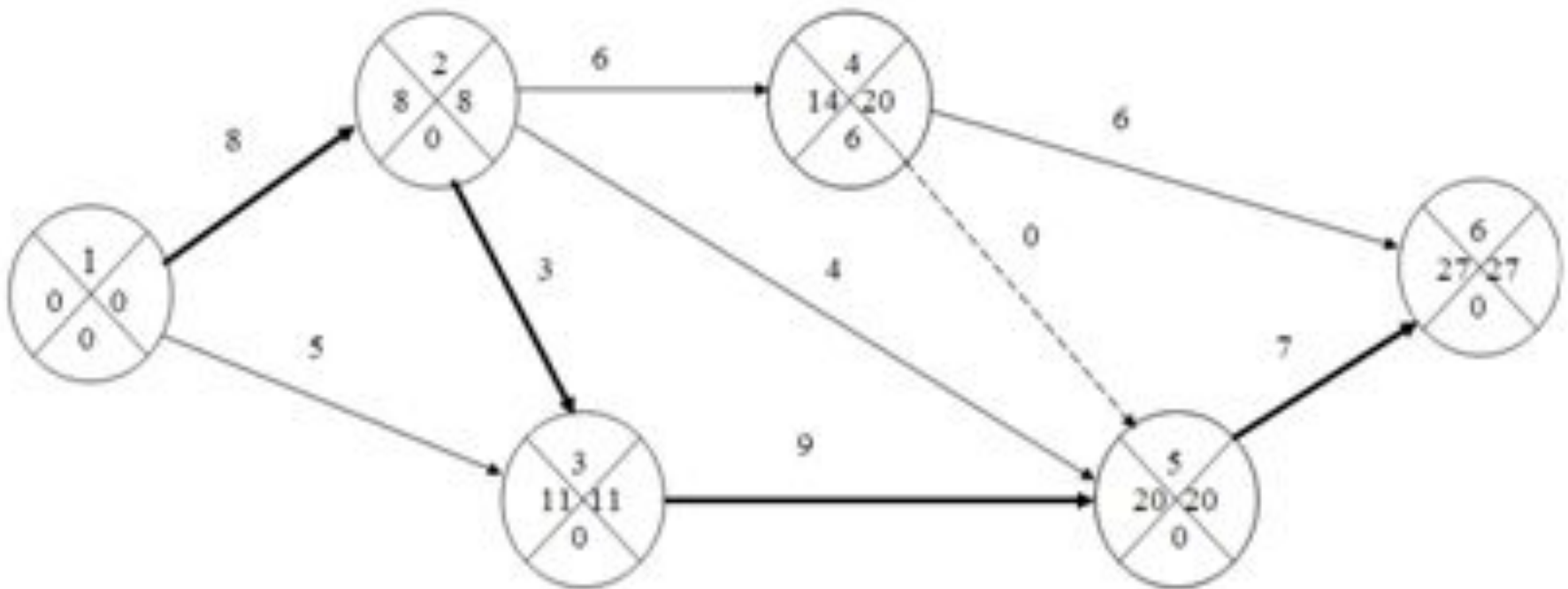
$t_{п}(4) = T_{кр} - \sum_4^6 t(i, j) = 27 - 7 = 20$ дней

для 3-го события – $t_{п}(3) = T_{кр} - \sum_3^6 t(i, j) = 27 - 16 = 11$ дней

для 2-го события – $t_{п}(2) = T_{кр} - \sum_2^6 t(i, j) = 27 - 19 = 8$ дней

для 1-го события – $t_{п}(1) = T_{кр} - \sum_1^6 t(i, j) = 27 - (t(1,2) + t(2,3) + t(3,5) + t(5,6)) = 27 - 27 = 0$ дней.

Строим сетевой график с выделением критического пути (жирной линией) и определенными временными параметрами сети.



Сетевой график с определенными временными параметрами

Рассчитываем остальные параметры сетевого графика: резерв времени событий, Полный и свободный резервы времени работ

Резервы времени событий: $R(i) = t_{п}(i) - t_{р}(i)$

где: $t_{р}(i)$, $t_{п}(i)$ –соответственно ранние и поздние сроки совершения события– i . Начальные и конечные события критических работ имеют нулевые резервы событий.

Полный резерв времени работ: $R_{п}(i,j) = t_{п}(j) - t_{р}(i) - t(i,j)$

где $t(i,j)$ – продолжительность работы – i,j

Полный резерв времени работы – i,j принадлежит не одной этой работе, а всем работам, лежащим с этой работой на одних путях, проходящих через эту работу.

Свободный резерв времени работ: $R_{с}(i,j) = t_{р}(j) - t_{р}(i) - t(i,j)$

Использование свободного резерва одной из работ не меняет величины свободных резервов остальных работ сети.

Результаты расчета всех параметров сети заносим в таблицу (графа 8 = гр. 6 – гр. 4; графа 9 = гр.7 – гр.4 – гр. 3; графа 10 = гр. 5 – гр. 4 – гр. 3)

Событие		Время выполнения	Ранний срок		Поздний срок		Резерв	Полный	Свободный
i	j	ния работы	совершения события		совершения события		времени событий	резерв времени работ	резерв времени работ
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	8	0	8	0	8	0	0	0
1	3	5	0	11	0	11	0	6	6
2	3	3	8	11	8	11	0	0	0
2	4	6	8	14	8	20	0	6	0
2	5	4	8	20	8	20	0	8	8
3	5	9	11	20	11	20	0	0	0
4	5	ФИКТИВНАЯ РАБОТА							
4	6	6	14	27	20	27	6	7	7
5	6	7	20	27	20	27	0	0	0

ПАРАМЕТРЫ СЕТЕВОГО ГРАФИКА

Элемент сети	Наименование параметра	Условное обозначение
Событие i	Ранний срок свершения события	$t_p(i)$
	Поздний срок свершения события	$t_n(i)$
	Резерв времени события	$R(i)$
Работа (i, j)	Продолжительность работы	$t(i, j)$
	Ранний срок начала работы	$t_{pn}(i, j)$
	Ранний срок окончания работы	$t_{po}(i, j)$
	Поздний срок начала работы	$t_{пн}(i, j)$
	Поздний срок окончания работы	$t_{по}(i, j)$
	Полный резерв времени работы	$R_n(i, j)$
	Частный резерв времени работы первого вида	$R_1(i, j)$
	Частный резерв времени работы второго вида или свободный резерв времени работы	$R_c(i, j)$
	Независимый резерв времени работы	$R_{н}(i, j)$
Путь L	Продолжительность пути	$t(L)$
	Продолжительность критического пути	$t_{кр}$
	Резерв времени пути	$R(L)$