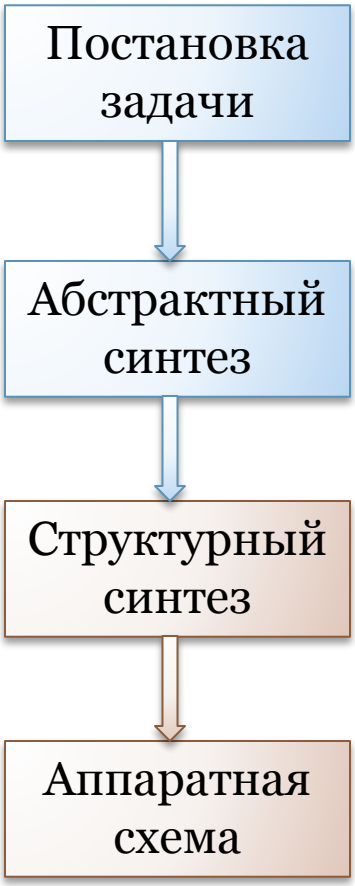
Теория автоматов и формальных языков
Абстрактный синтез

Институт Информационных Технологий
ЧелГУ, 2013

Синтез автомата



Абстрактный синтез

Дополним входной алфавит пустым символом $\boldsymbol{\alpha}$, а выходной алфавит – пустым символом $\boldsymbol{\beta}$.

Процедура выравнивания:

$$z_1z_2z_1 \to w_1w_0$$
$$z_0z_2z_3 \to w_1w_1w_2$$
$$z_0z_2 \to w_1w_2w_0$$

$$z_1z_2z_1 \to \beta w_1w_0$$
$$z_0z_2z_3 \to w_1w_1w_2$$
$$z_0z_2\alpha \to w_1w_2w_0$$

Процедура пополнения:

$$z_1z_2z_1 \to \beta w_1w_0$$
$$z_0z_2z_3 \to w_1w_1w_2$$
$$z_0z_2\alpha \to w_1w_2w_0$$
$$z_0z_2 \to w_1w_1$$
$$z_0z_2 \to w_1w_2$$

$$z_1z_2z_1\alpha \to \beta\beta w_1w_0$$
$$z_0z_2z_3\alpha \to \beta w_1w_1w_2$$
$$z_0z_2\alpha\alpha \to \beta w_1w_2w_0$$

Полученный оператор будет являться автоматным.

Абстрактный синтез

Если область определения алфавитного оператора конечна, его можно задать при помощи таблицы соответствия входов и выходов.

$z(1)$	$z(2)$	$z(3)$	$w(1)$	$w(2)$	$w(3)$
z_0	z_0	z_0	w_1	w_0	w_0
z_0	z_0	z_1	w_0	w_0	w_0
z_0	z_1	z_0	w_1	w_0	w_0
z_0	z_1	z_1	w_0	w_1	w_1
z_1	z_0	z_0	w_0	w_0	w_1
z_1	z_0	z_1	w_0	w_1	w_1
z_1	z_1	z_0	w_0	w_1	w_0
z_1	z_1	z_1	w_1	w_0	w_1

φ_A Однозначен для перечисленных слов и сохраняет длину слова

φ_A неоднозначен для начальных отрезков слов

Абстрактный синтез

Если встречаются неоднозначности, дописываем в конец входных слов символы ***α***, а в начало выходных - символом ***β***.

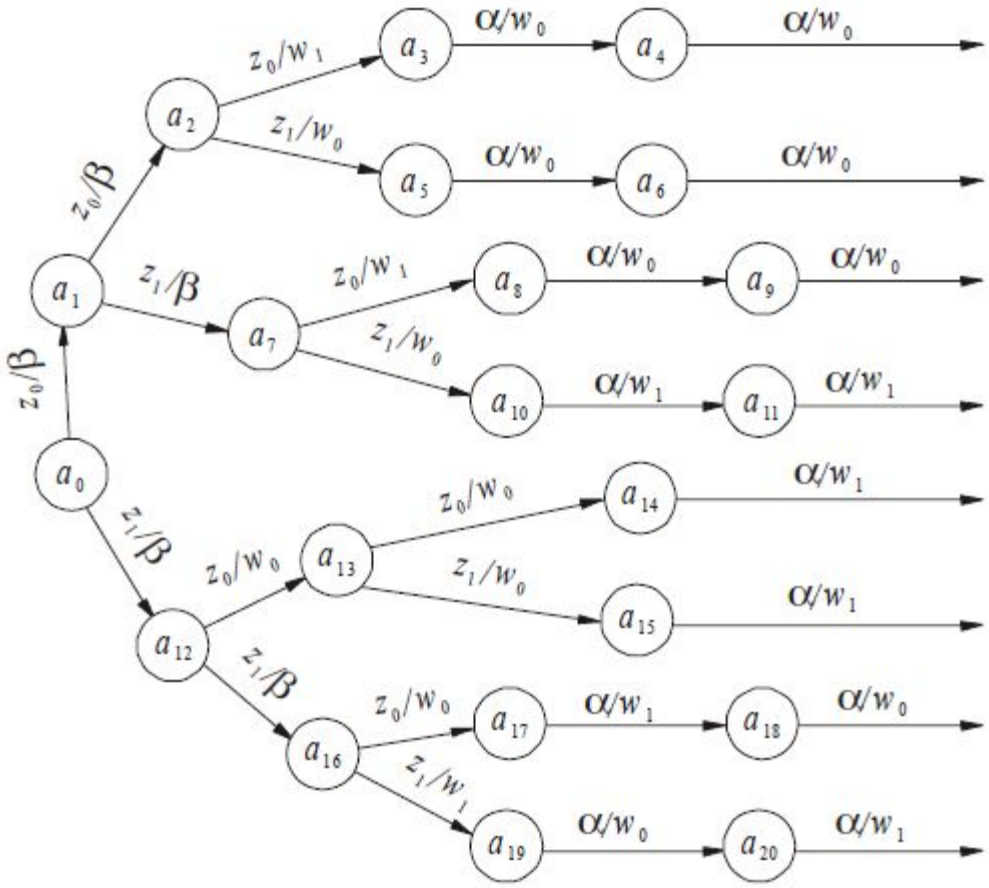
$z(1)$	$z(2)$	$z(3)$	$z(4)$	$w(1)$	$w(2)$	$w(3)$	$w(4)$
z_0	z_0	z_0	α	β	w_1	w_0	w_0
z_0	z_0	z_1	α	β	w_0	w_0	w_0
z_0	z_1	z_0	α	β	w_1	w_0	w_0
z_0	z_1	z_1	α	β	w_0	w_1	w_1
z_1	z_0	z_0	α	β	w_0	w_0	w_1
z_1	z_0	z_1	α	β	w_0	w_1	w_1
z_1	z_1	z_0	α	β	w_0	w_1	w_0
z_1	z_1	z_1	α	β	w_1	w_0	w_1

Абстрактный синтез

Если встречаются неоднозначности, дописываем в конец входных слов символы ***α***, а в начало выходных - символом ***β***.

$z(1)$	$z(2)$	$z(3)$	$z(4)$	$z(5)$	$w(1)$	$w(2)$	$w(3)$	$w(4)$	$w(5)$
z_0	z_0	z_0	α	α	β	β	w_1	w_0	w_0
z_0	z_0	z_1	α	α	β	β	w_0	w_0	w_0
z_0	z_1	z_0	α	α	β	β	w_1	w_0	w_0
z_0	z_1	z_1	α	α	β	β	w_0	w_1	w_1
z_1	z_0	z_0	α		β	w_0	w_0	w_1	
z_1	z_0	z_1	α		β	w_0	w_1	w_1	
z_1	z_1	z_0	α	α	β	β	w_0	w_1	w_0
z_1	z_1	z_1	α	α	β	β	w_1	w_0	w_1

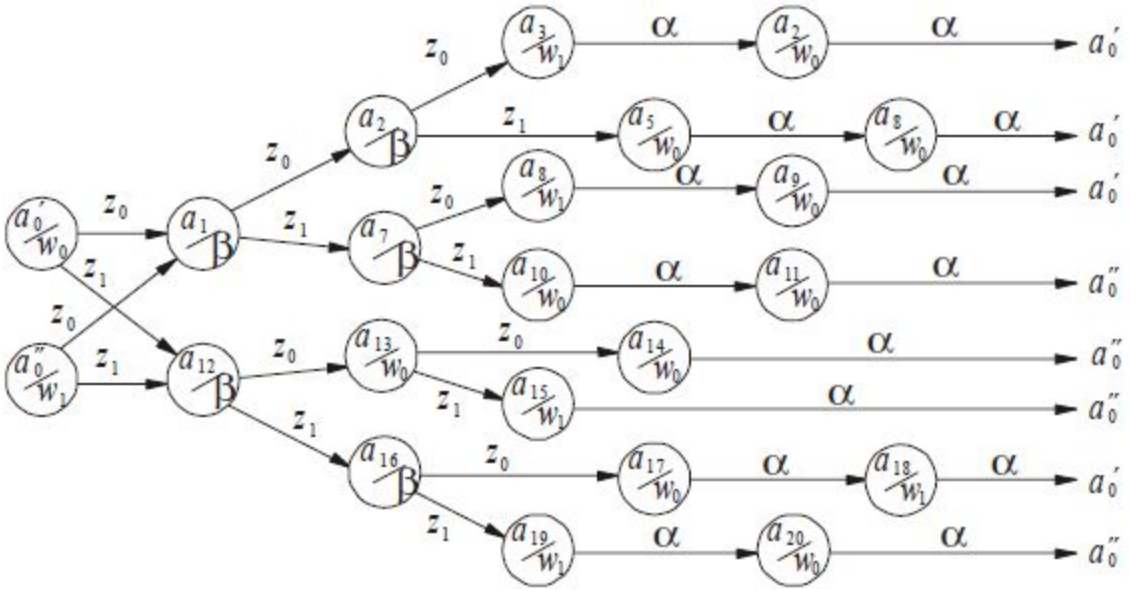
Построение графа автомата Мили



Состояния можем именовать произвольным образом.

Считаем, что заключительным состоянием всегда является начальное состояние.

Построение графа автомата Мура



Состояния можем именовать произвольным образом.

Считаем, что заключительным состоянием всегда является состояние начальное состояние.

Это скучный слайд с терминологией

Минимизация автомата

Два абстрактных автомата с общими входным и выходным алфавитами *эквивалентны*, если их алфавитные операторы имеют одну область определения и совпадают на ней.

Частичным называется автомат над некоторым алфавитом, некоторые последовательности которого никогда не подаются на вход автомата.

Говорят, что оператор φ продолжает оператор ψ, если область определения ψ лежит в области определения φ и на области определения ψ оба оператора совпадают.

Абстрактный синтез завершается нахождением автомата с минимальным числом состояний, эквивалентного заданному автомату или эквивалентно продолжающего заданный частичный автомат.

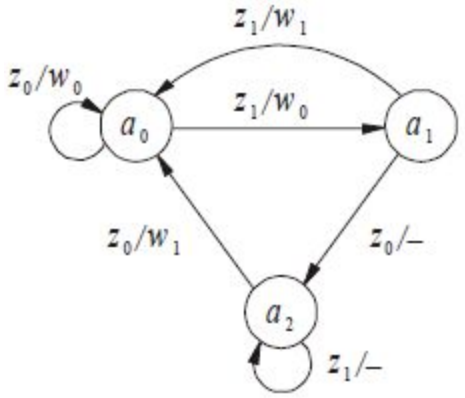
Минимизация автомата

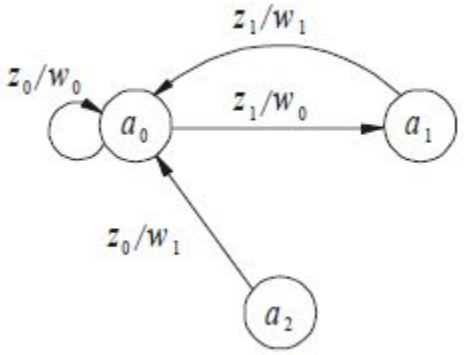
Шаг 1: Внесение неопределённости

$a(t-1)$	z_0	z_1
a_0	a_0	a_1
a_1	a_2	a_0
a_2	a_0	a_2

$a(t-1)$	z_0	z_1
a_0	w_0	w_0
a_1	–	w_1
a_2	w_1	–

$a(t-1)$	z_0	z_1
a_0	a_0	a_1
a_1	–	a_0
a_2	a_0	–



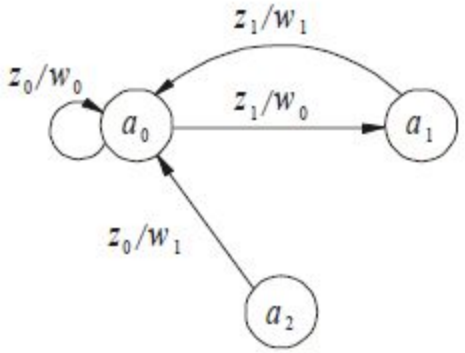


Минимизация автомата

Шаг 2: Исключение недостижимых состояний

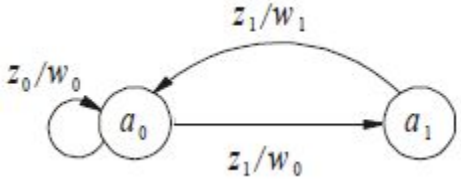
$a(t-1)$	z_0	z_1
a_0	a_0	a_1
a_1	–	a_0
a_2	a_0	–

$a(t-1)$	z_0	z_1
a_0	w_0	w_0
a_1	–	w_1
a_2	w_1	–



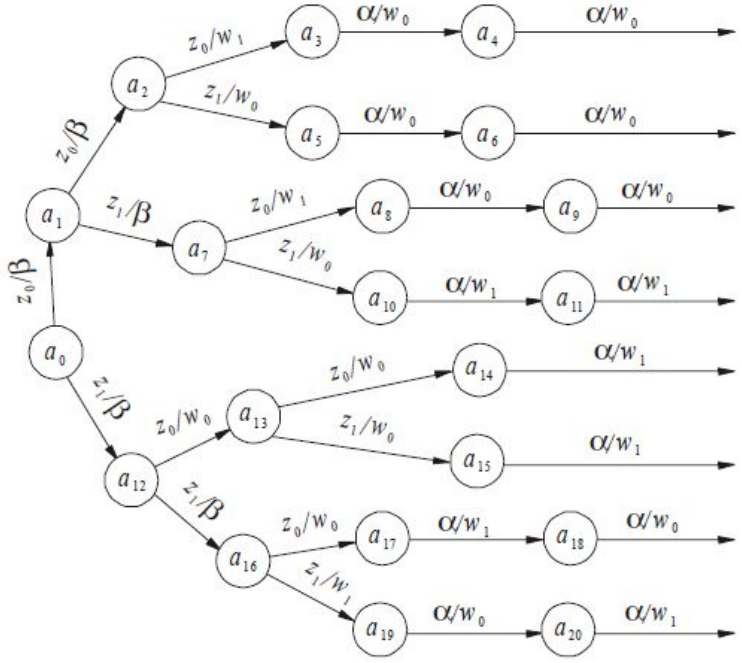
$a(t-1)$	z_0	z_1
a_0	a_0	a_1
a_1	–	a_0

$a(t-1)$	z_0	z_1
a_0	w_0	w_0
a_1	–	w_1

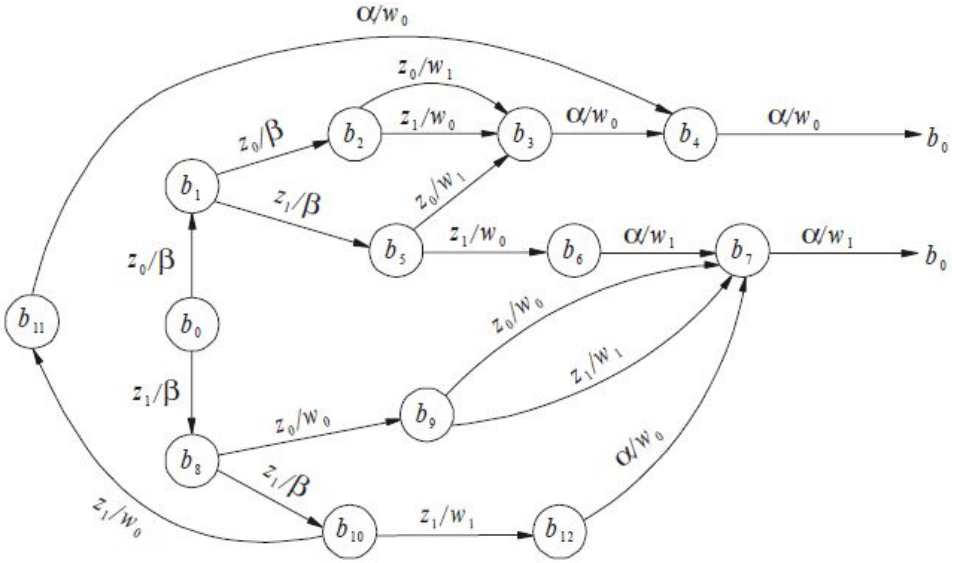


Минимизация автомата

Шаг 3: Объединение совместимых состояний

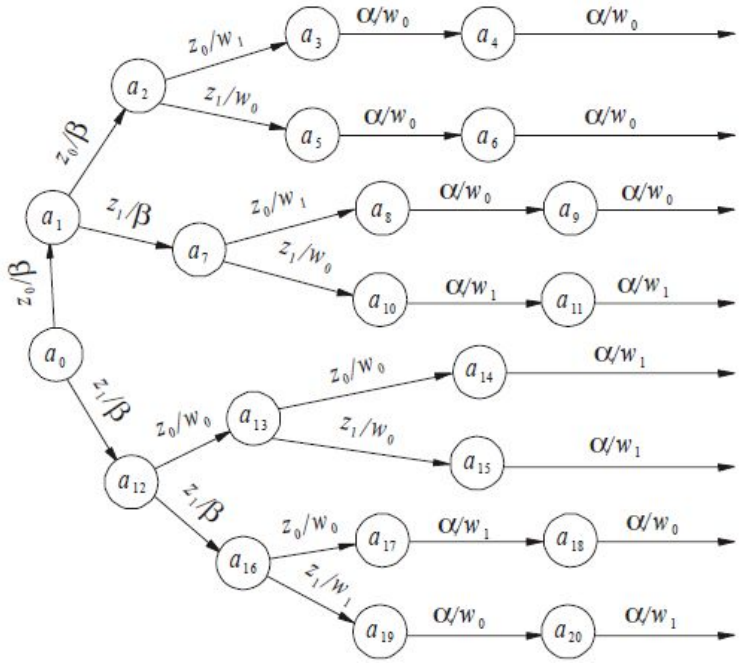


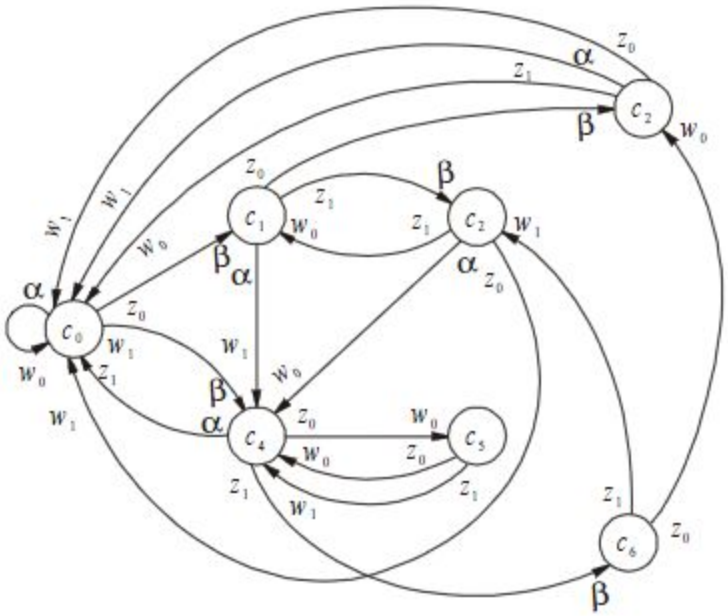
$$a_4, a_6, a_9, a_{18} - b_4$$
$$a_{11}, a_{14}, a_{15}, a_{20} - b_7$$
$$a_3, a_5, a_8 - b_3$$
$$\dots$$



Минимизация автомата

Шаг 3: Объединение совместимых состояний





Алгоритм минимизации. Определения.

δ' - расширенная функция переходов

Функция ***δ'(a,w)*** ставит в соответствие состоянию a и цепочке входных символов w состояние p, в которое автомат попадает из состояния a, обработав входную последовательность w.

Состояния p и q являются ***эквивалентными***, если для всех входных цепочек w состояние $\delta'(p,w)$ является заключительным (допускающим) тогда и только тогда, когда состояние $\delta'(q,w)$ – заключительное (допускающее).

Прим. Состояния $\delta'(p,w)$ и $\delta'(q,w)$ могут и не совпадать.

Если состояния p и q не эквивалентны друг другу, то будем говорить, что они ***различимы***.

Алгоритм минимизации. Алгоритм заполнения таблицы.

Алгоритм заполнения таблицы.

1) Пусть p – заключительное состояние, а q – не заключительное, тогда пара $\{p,q\}$ - различима.

2) Пусть r и s такие состояния, что $p=\delta(r,x)$ и $q=\delta(s,x)$, тогда $\{r,s\}$ – пара различимых состояний.

3) Пусть $\{z,y\}$ - пара различимых состояний, а $z`$ и $y`$ такие состояния, что $z`=\delta(z,x`)$ и $y`=\delta(y,x`)$, тогда $\{z`,y`\}$ – пара различимых состояний.

Теорема. Если два состояния не различаются с помощью алгоритма заполнения таблицы, то они эквивалентны.

Алгоритм минимизации

1) Выявляем все пары эквивалентных состояний с помощью алгоритма заполнения таблицы.

2) Разбиваем все состояния автомата на «блоки эквивалентности» (эквивалентность транзитивна):
- все состояния в блоке эквивалентны
- любые два состояния, выбранные из разных блоков, неэквивалентны.

3) Строим минимизированный автомат, используя в качестве его состояний полученные ранее блоки (переходами состояний нового автомата являются переходы их одного блока в другой).