



7 класс алгебра



Математический язык.
Математическая модель

Линейное уравнение с одной переменной



Цели:



- Дать понятие об уравнении и его корнях.*
- Дать понятие о линейном уравнении и его решении.*
- Текстовые задачи и их решение с помощью уравнений.*

Одной из самых простых и важных математических моделей реальных ситуаций есть линейные уравнения с одной переменной.

$$3x = 12 \quad 5y - 10 = 0 \quad 2a + 7 = 0$$

Решить линейное уравнение с одной переменной – это значит найти те значения переменной, при каждом из которых уравнение обращается в верное числовое равенство.

Уравнение.

$$x + 2 = 5$$

$$x = 3$$



***Корень уравнения** - значение переменной, при котором уравнение обращается в верное числовое равенство.*

Найдём корень уравнения:

$$x + 37 = 85$$

$$= \quad -$$

$$x = 48$$

***Решили уравнение** – нашли те значения переменной, при котором уравнение обращается в верное числовое равенство.*



**Не решая уравнений,
проверь, какое из чисел
является корнем
уравнения.**

42; 14; 0; 12

$$87 + (32 - x) = 105$$

42; 14; 0; 12

$$87 + (32 - x) = 105$$

$$87 + (32 - 42) = 77$$

$$87 + (32 - 14) = 105$$

$$87 + (32 - 0) = 119$$

$$x = 14$$

$$87 + (32 - 12) = 107$$

Решить уравнение – это значит найти все его корни или доказать, что их нет

$$(35 + y) - 15 = 31$$


$$35 + y = 31 + 15$$

$$35 + y = 46$$

$$y = 46 - 35$$

$$y = 11$$

Уравнения, которые имеют *одни и те же корни*, называют *равносильными*.

$$x^2 - 5x + 6 = 0 \quad \text{и} \quad (x - 2)(x - 3) = 0$$


Равносильные уравнения

Каждое уравнение имеет *одни и те же корни*

$$x_1 = 2 \quad x_2 = 3$$

При решении уравнений используют свойства:

- 1. Если в уравнении перенести слагаемое из одной части в другую, изменив его знак, то получится равносильное уравнение.*
- 2. Если обе части уравнения умножить или разделить на число (не равное нулю), то получится равносильное уравнение.*

Решите уравнение и выполните проверку:

$$(y - 35) + 12 = 32;$$

Решение уравнений состоит в постепенной замене более простыми равносильными уравнениями

Решение.

$$y - 35 + 12 = 32;$$

$$y - 23 = 32;$$

$$y = 32 + 23;$$

$$y = \underline{55};$$

$$(55 - 35) + 12 = 32;$$

$$30 + 12 = 32;$$

$$32 = 32.$$

Ответ: 55.

Решите уравнение и выполните проверку:

$$\text{б) } (24 + x) - 21 = 10;$$

Решение уравнений состоит в постепенной замене более простыми равносильными уравнениями
Решение.

$$24 - 21 + x = 10;$$

$$x + 3 = 10;$$

$$x = 10 - 3;$$

$$\underline{x = 7}$$

$$(24 + 7) - 21 = 31 - 21 = 10;$$

Ответ: 7.

Решите уравнение и выполните проверку:

$$в) (45 - y) + 18 = 58;$$

Решение уравнений состоит в постепенной замене более простыми равносильными уравнениями

Решение.

$$45 + 18 - y = 58;$$

$$63 - y = 58;$$

$$y = 63 - 58;$$

$$\underline{y = 5}$$

$$(45 - 5) + 18 = 40 + 18 = 58.$$

Ответ: 5.

Уравнение вида: $ax + b = 0$
называется **линейным уравнением**
с одной переменной (где x – переменная,
 a и b некоторые числа).

Внимание!

x – переменная **входит в уравнение**
обязательно в первой степени.

$(45 - y) + 18 = 58$ **линейное уравнение**
с одной переменной

$3x^2 + 6x + 7 = 0$ **не линейное уравнение**
с одной переменной

Решите уравнение :

$$2(3x - 1) = 4(x + 3)$$

Решение уравнений состоит в постепенной замене более простыми **равносильными уравнениями.**

Приведем к стандартному виду: $ax + b = 0$

$$2(3x - 1) = 4(x + 3)$$

$$\underline{6x} - \underline{2} = \underline{4x} + \underline{12}$$

$$6x - 4x = 2 + 12$$

$$2x = 14$$

$$x = 14 : 2$$

$x = 7$ - уравнение имеет 1 корень

Решите уравнение :

$$2(3x - 1) = 4(x + 3) - 14 + 2x$$

Приведем к стандартному виду: $ax + b = 0$

$$2(3x - 1) = 4(x + 3) - 14 + 2x$$

$$\underline{6x} - \underline{2} = \underline{4x} + \underline{12} - \underline{14} + \underline{2x}$$

$$6x - 4x - 2x = 2 + 12 - 14$$

$$0 \cdot x = 0 \quad (a = 0, b = 0)$$

При подстановке любого значения x получаем
верное числовое равенство:

$$0 = 0$$

x – любое число

**уравнение имеет бесконечно много
корней**

Решите уравнение :

$$2(3x - 1) = 4(x + 3) + 2x$$

Приведем к стандартному виду: $ax + b = 0$

$$2(3x - 1) = 4(x + 3) + 2x$$

$$\underline{6x} - \underline{2} = \underline{4x} + \underline{12} + \underline{2x}$$

$$6x - 4x - 2x - 2 - 12 = 0$$

$$0 \cdot x - 14 = 0 \quad (a = 0, b = -14)$$

При подстановке любого значения x получаем неверное числовое равенство:

$$-14 = 0$$

Уравнение корней не имеет

Вспомним!

Математическая модель позволяет анализировать и решать задачи.

При решении задачи четко выполнены *три этапа*:

1) Получение математической модели.

- Обозначают неизвестную в задаче величину буквой,
- используя эту букву, записывают другие величины,
- составляют уравнение по условию задачи.

2) Работа с математической моделью.

- Решают полученное уравнение,
- находят требуемые по условию задачи величины.

3) Ответ на вопрос задачи.

Найденное решение используют для ответа на вопрос задачи применительно к реальной ситуации.

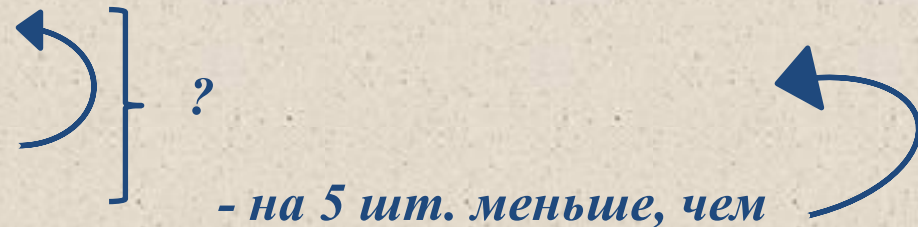
Задача:

Три бригады рабочих изготавливают игрушки к Новому году. Первая бригада сделала шары. Вторая бригада изготавливает сосульки и сделала их на 12 штук больше, чем шаров. Третья бригада изготавливает снежинки и сделала их на 5 штук меньше, чем изготовлено шаров и сосулек вместе. Всего было сделано 379 игрушек. Сколько в отдельности изготовлено шаров, сосулек и снежинок?

Шары – ?

Сосульки – ? на 12 шт. больше, чем

Снежинки – ?



1) Получение математической модели.

Обозначим шары – x (шт.)
сосульки – $x + 12$ (шт.)
снежинки – $2x + 12 - 5 = 2x + 7$ (шт.)

$x + x + 12 = 2x + 12$ (шт.)

Так как по условию всего было сделано 379 игрушек, то составим уравнение:

$x + (x + 12) + (2x + 7) = 379$ ← математическая модель ситуации
линейное уравнение с одной переменной

2) Работа с математической моделью.

$$x + (x + 12) + (2x + 7) = 379$$

Решение уравнений состоит в постепенной замене более простыми равносильными уравнениями.

Приведем к стандартному виду: $ax + b = 0$

$$\underline{x} + \underline{x} + \underline{12} + \underline{2x} + \underline{7} = \underline{379}$$

$$4x + 19 = 379$$

$$4x = 379 - 19$$

$$4x = 360$$

$$x = 360 : 4$$

$$x = 90 \quad 90 \text{ шт.} - \text{ шаров}$$

$$x + 12 = 90 + 12 = 102 \text{ (шт.)} - \text{ сосульки}$$

$$2x + 7 = 2 \cdot 90 + 7 = 187 \text{ (шт.)} - \text{ снежинок}$$

3) Ответ на вопрос задачи:

90 шт. – шаров, 102 (шт.) – сосульки, 187 (шт.) - снежинок

В уравнении $ax = 15$ найдите коэффициент a , зная, что корень уравнения равен:

а) -3 ; б) $\frac{1}{3}$; в) $-\frac{1}{15}$; г) $0,02$.

Найдите все целые значения коэффициента a , при которых корнем уравнения $ax = -8$ является целое число.

При каких значениях k уравнение $kx = k^2 - 4k$ имеет единственный корень; не имеет корней; имеет бесконечно много корней?

При каких значениях m уравнение $mx = m^2 - 5m + 6$ имеет единственный корень; не имеет корней; имеет бесконечно много корней?

Ответить на вопросы:

1. Что называется **уравнением**?
2. Что называется **корнем уравнения**? Сколько корней может иметь уравнение?
3. Какие уравнения называются **равносильными**?
4. Сформулируйте **основные свойства уравнений**.
5. **Стандартный вид линейного уравнения**.
6. **Какое уравнение называется линейным**?

